

겨울철 안경 김 서림에 대한 대기 열역학적 접근

8조 - 문승주, 오현경, 은승욱, 이연제, 장홍규

서론

추운 계절이 다가오면서 모든 안경맨들의 시야가 위협받고 있다.

시야 위협 요인 중 상당히 큰 부분을 차지하고 있는 것은 단연 차가운 실외->따뜻한 실내로의 공간 이동으로 인해 생기는 김서림 현상일 것이다.



그래서 이에 대한 조사와 열역학적 이론 설립 및 간단한 실험을 함으로써, 주변에 포진해 고통 받고 있는 그들(안경맨)의 고충 정도를 이해하고 시야 보존에 대한 실마리를 제시하고자 한다.

목 차

- 연구 목적 및 방향
- 이론적 배경 - assumption & formula
- 과정
- 결론

연구 목적 및 방향

1

- 안경에 김이 생기는 매커니즘을 알아본다.

2

- 안경에 서리는 김의 양을 시간에 대한 함수로 표현한다.

3

- 표현된 식을 모델로 만들어 본다.

만들어진 모델을 이상적 조건 하에서 확인해 본다.

이론적 배경 - assumption

1

안경은 일정한 두께의 flat한 원으로 한다.

2

안경의 김은 균일하게 한번에 생기고 (nucleation) 그후 condensation에 의해 심해지거나 evaporation에 의해 사라진다.

3

바깥 면에 생기는 김 서림만을 고려한다.

과정

1

김 서림 현상의 매커니즘



2

표현식 유도

- 김의 nucleation 이 안경이 방에 들어가자 마자 된다고 가정.
- 김 방울은 diffusion 에 의해 성장: 이때 Fick's law를 사용하면

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \nabla^2 \rho$$

- D: diffusion coefficient, ρ : vapor density.
- 방울이 구형이라 가정하여 spherical coordinate 으로 전환한뒤 방울의 대칭성을 고려하고 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ (steady state)으로 두면 diffusion에 의한 질량의 변화는

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r D (\rho(\infty) - \rho(r))$$

r: 방울의 반지름, $\rho(\infty)$: 공기 vapor density, $\rho(r)$: 방울주변 vapor density

2

표현식 유도

- $\rho(\infty) - \rho(r) > 0$ 이면 condensation
- $\rho(\infty) - \rho(r) < 0$ 이면 evaporation
- 수증기에 대한 이상기체 상태방정식 $p = \rho R_v T$ 에 의해 각 방울의 증가율은:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4R\pi D_v}{R_v T} (p(\infty) - p(T)) \approx \frac{\xi (p(\infty) - p(T))}{\sqrt{R_v T}}$$

- 실험에 따르면 여기서 ξ 는 상수라고 함.
- T는 Newton's Law of Cooling 에 따라 정함

2

표현식 유도

» 뉴턴의 냉각법칙 (Newton's law of cooling)

" 시간에 따른 물체의 온도변화는 그 물체의 온도와 주위 물체의 온도 차에 비례한다. "

$$\frac{dT}{dt} = -\alpha(T - S)$$

※온도 차가 적을 때에만 근사적으로 적용



$$T = S + (T_{s,0} - S)e^{-\alpha t}$$

T: 물체의 온도

S: 물체 주위의 온도

α : 초기 조건으로 구해지는 상수

ξ 구하기

- ξ는 실험에 따르면 일정함
- 따라서 처음 방울이 생길 때의 방울 크기와 숫자를 고려해서 ξ를 정함.
- 처음 방울이 생길 때의 방울 크기는 다음과 같이 정함:
- 방울이 생성되기까지 필요한 에너지는

$$\Delta E = 4\pi R^2 \sigma_{vl} - \frac{4}{3}\pi R^3 n_l (\mu_v - \mu_l).$$

σ_{vl} : the work required to create a unit area of liquid vapor interface. The subscript v stands for ‘vapor’ and the l stands for ‘liquid’. The energy involved here is sometimes called the *surface energy* or the *surface tension*

n_l : the number of water molecules per unit volume in the drop.

$4\pi R^2$: total surface area.

n_l : # water molecules per unit volume in the drop.

μ : Gibbs free energy of a single vapor or liquid molecule.

ξ 구하기

- 깁스 자유 에너지를 볼츠만 상수, 온도, 압력으로 나타내면

$$\Delta E = 4\pi R^2 \sigma_{vl} - \frac{4}{3}\pi R^3 n_l k_B T \ln \left(\frac{e}{e_s} \right).$$

- 그러면 방울은 $\frac{d}{dR} \Delta E = 0$ 일때로 두고 반지름을 구할 수 있음.
- 이렇게 구해진 방울크기의 숫자를 세서 ξ 를 구하면 0.66

α 구하기

■ 뉴턴의 냉각법칙에서

$$\alpha := \frac{hA}{mc_p}$$

h : Heat transfer coefficient

A : Area

c_p : Specity heat capacity

m : mass

렌즈의 재질은 주로 유리, 플라스틱, 폴리카보네이트(PC)로 이루어진다.

안경의 반지름은 주로 small - 50mm, medium - 51~54mm, big - 55mm 이며
여기서는 medium 값인 52mm로 고정

Heat transfer coefficient $h = \frac{k}{l}$ 로 나타내어진다. k : thermal conductivity
 l : 두께 (대략 4mm로 고정)

α 구하기

■ 뉴턴의 냉각법칙에서

$$h(glass) = \frac{0.8W/mK}{0.004m} = 200W/m^2K$$

$$h(PC) = \frac{0.19W/mK}{0.004m} = 47.5W/m^2K$$

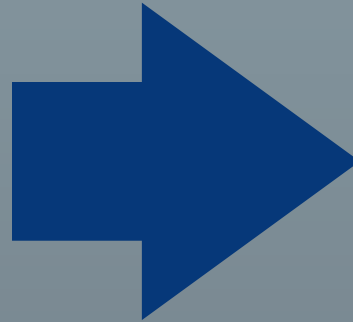
$$A = 0.026^2 \pi m^2$$

$$c_p(glass) = 840J/kgK$$

$$c_p(PC) = 1200 \sim 1300 J/kgK \cong 1250J/kgK$$

$$m(glass) = \rho(glass)Al = 0.0229kg$$

$$m(PC) = \rho(PC)Al = 0.0229kg$$



$$\alpha(glass) = 0.0229s^{-1}$$

$$\alpha(PC) = 0.0080s^{-1}$$

과정

3 모델링

1) 시간에 따른 물방울의 변화량

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\xi(0.6 * e_{sw}(T_r) - e_{sw}(T_s))}{\sqrt{R_v * T_s}}$$

3

모델링

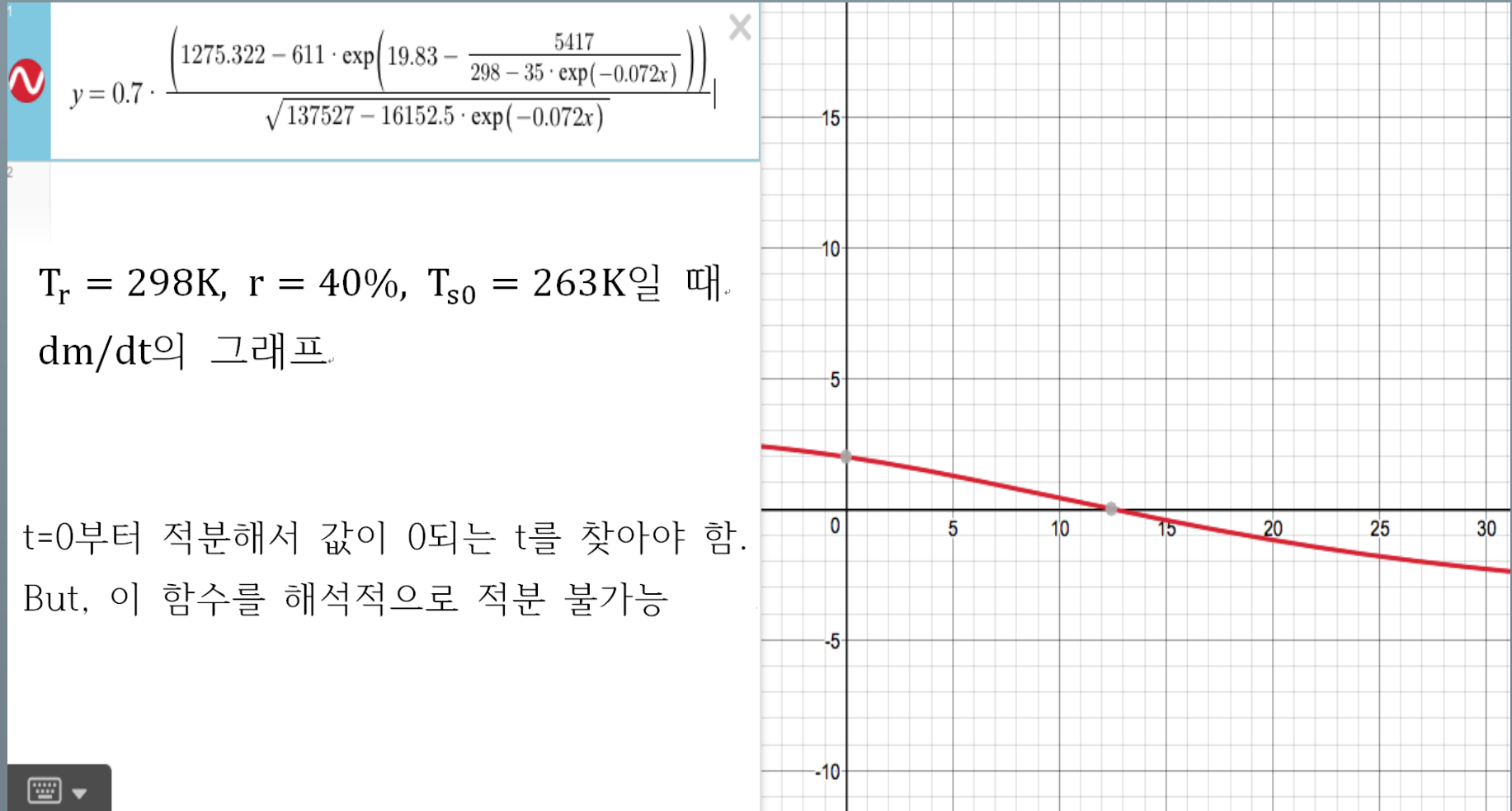
1) 시간에 따른 물방울의 변화량

$$\frac{dm(t)}{dt} = \frac{\xi(0.6 * 611 * \exp\left(19.83 - \frac{5417}{T_r}\right) - 611 * \exp\left(19.83 - \frac{5417}{T_r + (T_{s,0} - T_r) * e^{-\alpha t}}\right)}{\sqrt{R_v * (T_r + (T_{s,0} - T_r) * e^{-\alpha t})}}$$

3

모델링

2) Desmos를 이용해 그린 그래프



3

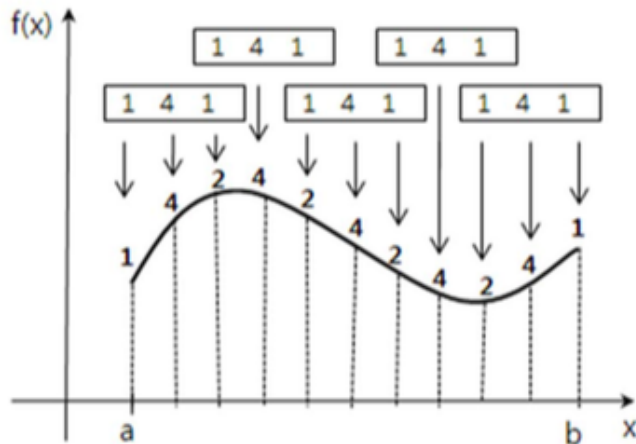
모델링

3) 수치 적분 사용

❖ 심프슨 1/3 공식(simpson 1/3)

- 적분구간을 다수의 소구간으로 자른 후 적용
- 등간격($\Delta x = \text{const.}$), 소구간 개수 짝수($n=2m$)
- 2개의 소구간 단위로 계산 수행

Simpson 1/3 equation



$$I = \frac{1}{3} \Delta x \left[f(x_0) + 4 \sum_{i=1}^m f(x_{2i-1}) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} f(x_{2i}) + f(x_{2m}) \right]$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{2m}$$

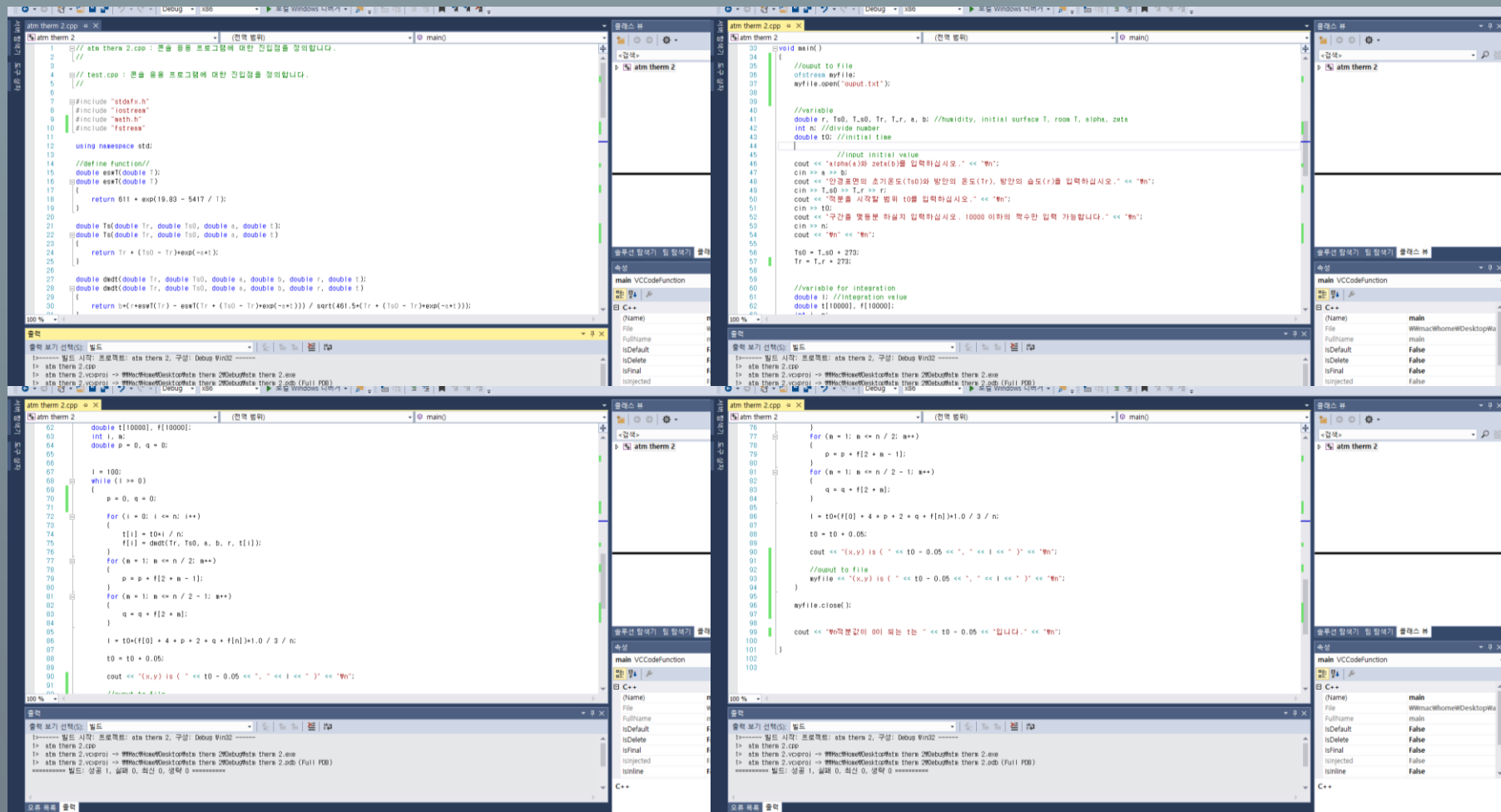
Error

$$\varepsilon = -\frac{(b-a)}{180} \Delta x^4 f^{(4)}(\xi), \quad a < \xi < b$$

3

모델링

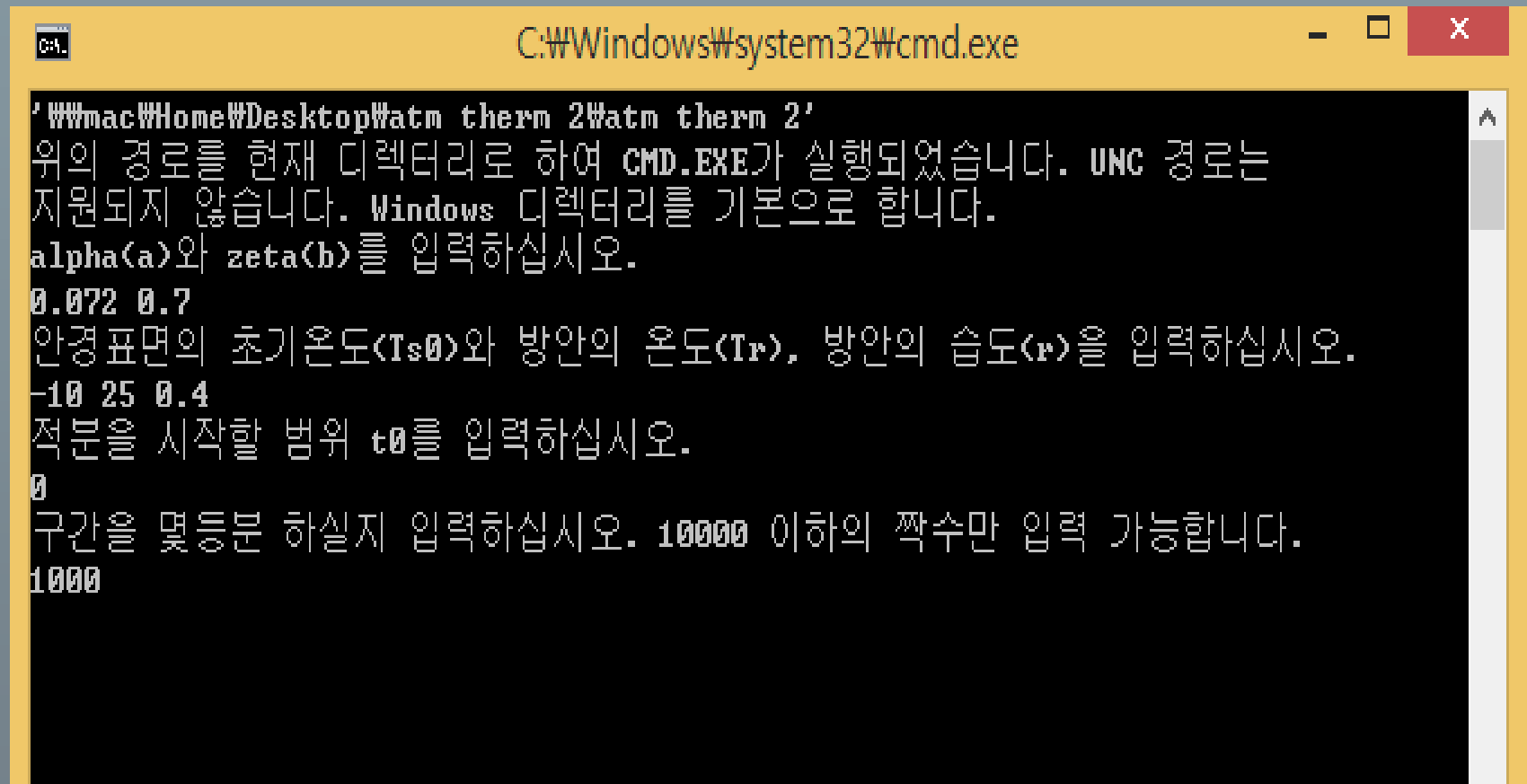
4) Visual C++을 이용한 적분 코딩



3

모델링

input



```
C:\Windows\system32\cmd.exe

'###mac\Home\Desktop\atm therm 2\atm therm 2'
위의 경로를 현재 디렉터리로 하여 CMD.EXE가 실행되었습니다. UNC 경로는
지원되지 않습니다. Windows 디렉터리를 기본으로 합니다.
alpha(a)와 zeta(b)를 입력하십시오.
0.072 0.7
안경표면의 초기온도(Ts0)와 방안의 온도(Tr), 방안의 습도(p)를 입력하십시오.
-10 25 0.4
적분을 시작할 범위 t0를 입력하십시오.
0
구간을 몇등분 하실지 입력하십시오. 10000 이하의 짝수만 입력 가능합니다.
1000
```

3

모델링

output

```
C:\Windows\system32\cmd.exe

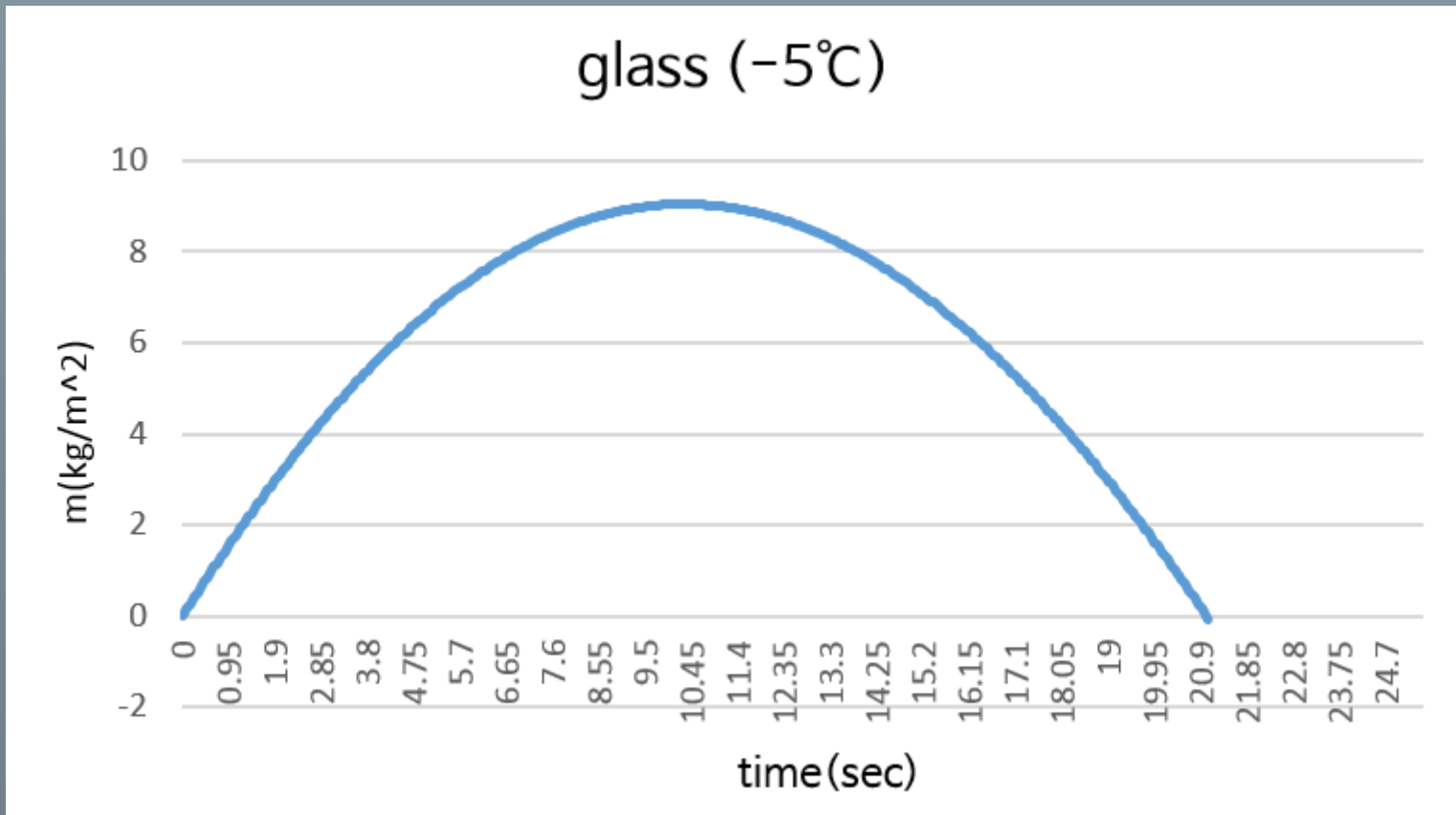
(x,y) is ( 24.4, 1.88533 )
(x,y) is ( 24.45, 1.79809 )
(x,y) is ( 24.5, 1.71055 )
(x,y) is ( 24.55, 1.62274 )
(x,y) is ( 24.6, 1.53464 )
(x,y) is ( 24.65, 1.44626 )
(x,y) is ( 24.7, 1.3576 )
(x,y) is ( 24.75, 1.26865 )
(x,y) is ( 24.8, 1.17943 )
(x,y) is ( 24.85, 1.08992 )
(x,y) is ( 24.9, 1.00014 )
(x,y) is ( 24.95, 0.910081 )
(x,y) is ( 25, 0.819742 )
(x,y) is ( 25.05, 0.729126 )
(x,y) is ( 25.1, 0.638235 )
(x,y) is ( 25.15, 0.547067 )
(x,y) is ( 25.2, 0.455625 )
(x,y) is ( 25.25, 0.363908 )
(x,y) is ( 25.3, 0.271918 )
(x,y) is ( 25.35, 0.179655 )
(x,y) is ( 25.4, 0.0871204 )
(x,y) is ( 25.45, -0.00568597 )

적분값이 0이 되는 t는 25.45입니다.
계속하려면 아무 키나 누르십시오...
```

3

모델링

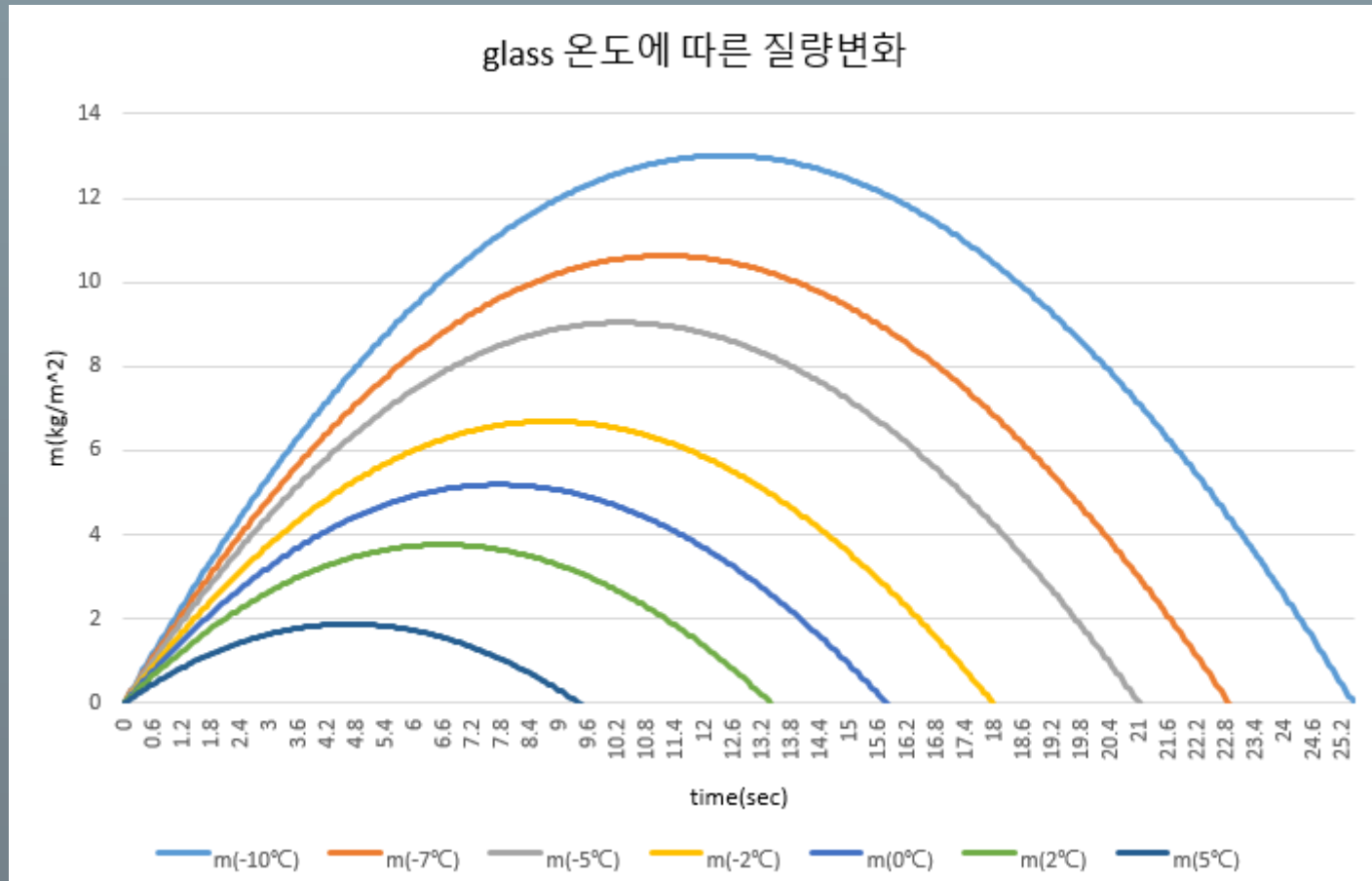
-5°C에서 시간에 따른 수증기의 양



3

모델링

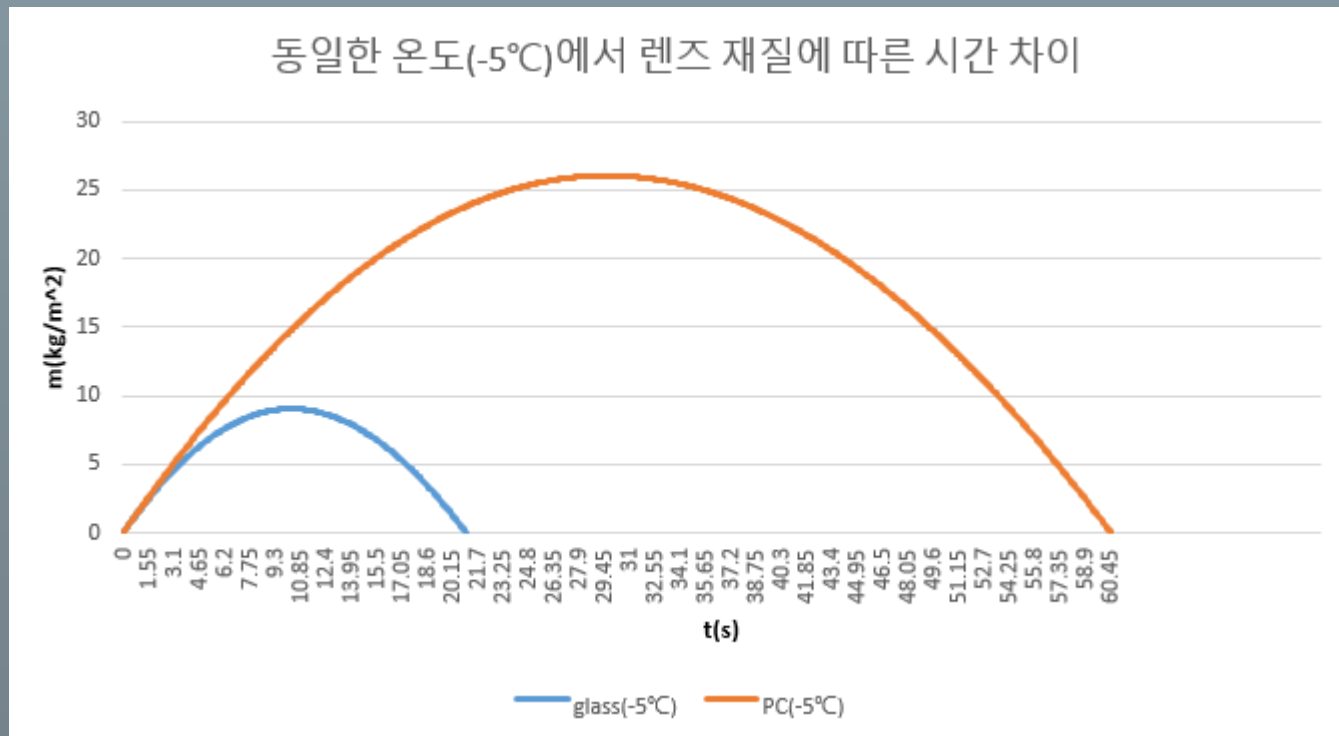
- glass 온도에 따른 질량변화



3

모델링

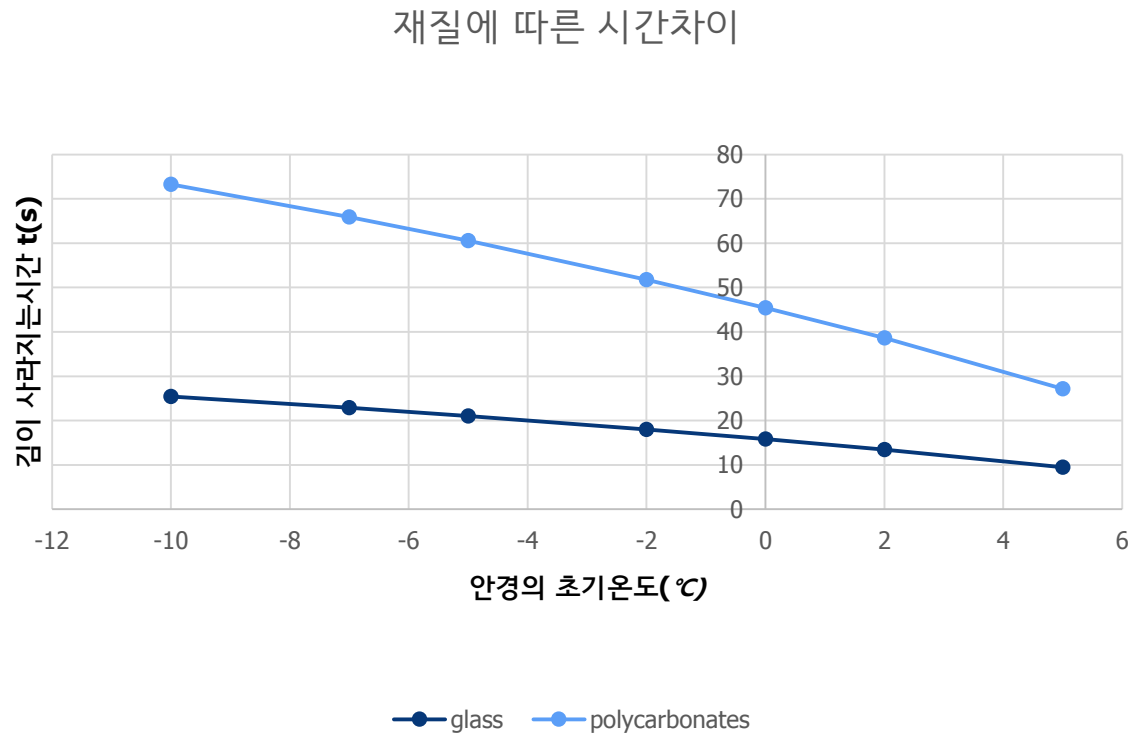
-렌즈 재질에 따른 차이



3

모델링

-재질에 따른 시간차이



Reference:

(a) Ross, J.W.: Condensation of a Pure Vapor, Thermopedia.
<http://www.thermopedia.com/content/652/>

(b) Leach, R. N., Stevens, F., Langford, S. C., Dickson, J. T.: Dropwise condensation – Experiments and simulations of nucleation and growth of water drops in a cooling system, Langmuir, Vo. 22, 2006.
<http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/la061901%2B>

(c) Rogers, R. R., Yau, M. K.: A Short Course in Cloud Physics. Third Edition. Butterworth Heinemann, 2006.

감사합니다