

Cumulus Development

대기 열역학 team project
2005-10964 강동준
2004-11080 박재형

연구 목적

- Cumulus가 발생하는 조건에 대하여 알아본다.
- 안정도 비교를 통해 Cumulus가 발달하기 좋은 조건을 찾아본다.



Cumulus의 발생 조건

- ▶ 저기압성 수렴에 의한 공기 상승
- ▶ 국지적 복사가열에 의한 공기 상승
- ▶ 지형적 요인에 의한 강제 상승
- ▶ 전선의 형성에 의한 강제 상승

Cumulus의 발달 과정

- ▶ 공기의 상승 - adiabatically
- ▶ 포화 및 응결 - LCL
- ▶ 대기의 불안정 - instability
- ▶ 지속적인 상승 - buoyancy
- ▶ 두꺼운 cumulus의 발달

일반적인 가정

- ▶ 공기는 단열 상승한다.
- ▶ 공기는 정역학 평형상태를 유지한다.
- ▶ 공기는 주변과 압력이 같다. ($p = p'$)
- ▶ 대기 전체의 질량 보존은 무시한다.▲
- ▶ 공기는 완벽한 고립계이다.▲

질량 보존을 고려한다면?

가정

- ▶ 대기는 homogeneous하며 상승하는 공기와 하강하는 공기 모두 일정한 밀면을 가지는 박스로 생각한다.
- ▶ 상승하는 공기는 saturated air, 하강하는 공기는 unsaturated air로 생각한다.
- ▶ 상승하는 공기와 하강하는 공기의 질량비가 같아지는 지점이 두 층 사이에 존재한다고 생각한다.

(z_0)

- ▶ 상승하는 공기의 초기 온도를 T , 하강하는 공기의 초기 온도를 T' 이라고 하자.
- ▶ 두 공기가 z_0 에 도달했을 때의 온도를 비교해 보았을 때, 이 대기가 불안정하기 위해서는 상승하는 공기의 온도가 더 커야 한다.

$$\therefore T - \Gamma_s dz > T' + \Gamma_d dz'$$

또한

$$T = T_0 + \Gamma dz$$

$$T' = T_0 - \Gamma dz'$$

의 관계식이 성립된다. (Γ 는 환경감률)

$$\therefore (\Gamma - \Gamma_s)dz > (\Gamma_d - \Gamma)dz' \quad (\neg)$$

- ▶ 한편 상승하는 공기와 하강하는 공기가 같은 시간에 z_0 에 도달했다면,

$$\frac{dm'}{dm} = \frac{\rho A' dz'}{\rho A dz} = 1$$

- ▶ 따라서,

$$\frac{A'}{A} = \frac{dz}{dz'} \quad (\sqsubset)$$

가 성립된다.

▶ (\neg) 과 (\perp) 을 연립해보면,

$$(\Gamma - \Gamma_s)A' > (\Gamma_d - \Gamma)A$$

가 성립된다.

이것은 다시

$$\Gamma > \frac{A\Gamma_d + A'\Gamma_s}{A + A'}$$

로 정리할 수 있다.

정리

- ▶ 아래의 식에서 알 수 있듯이 환경감률이 더 클수록

$$\Gamma > \frac{A\Gamma_d A'\Gamma_s}{A + A'}$$

불안정 하며 이것은 곧 우변이 작을수록 불안정하다는 것을 의미한다.

따라서 $A' > A$ 일수록 불안정함을 의미하며 하강하는 공기가 클수록 Cumulus가 잘 발달할 수 있음을 알 수 있다.

적용

- ▶ 1) $A=13km^2$, $A'=15km^2$ 라 하면,
($\Gamma_d = 10K / km$, $\Gamma_s = 5K / km$)

$$\Gamma_{1)} > \frac{(10K / km) \times 13km^2 + (5K / km) \times 15km^2}{13km^2 + 15km^2} = 7.32K / km$$

- 2) $A=15km^2$, $A'=13km^2$ 라 하면,

$$\Gamma_{2)} > \frac{(10K / km) \times 15km^2 + (5K / km) \times 13km^2}{15km^2 + 13km^2} = 7.68K / km$$

혼합 작용을 고려한다면?

가정

- ▶ 공기가 상승을 하면서 주변공기와 혼합이 된다고 한다.
- ▶ 원래 공기의 온도와 상대습도는 주변의 것보다 크다.
- ▶ 공기가 dz 만큼 올라갔을 때 dm 의 주변 공기가 혼합된다고 생각한다.

- ▶ 주변공기가 혼합되면서 원래 공기의 내부의 열이 주변공기의 증발에 쓰이며, 원래 공기의 내부에서는 응결이 일어날 것이다.

- ▶ 1) 혼합되면서 주변공기로 전도되는 열(loss)은,

$$dQ_1 = -c_p (T - T') dm$$

- ▶ 2) 혼합되면서 증발에 사용되는 열(loss)은,

$$dQ_2 = -l_v (w_s - w') dm$$

- ▶ 3) 응결되면서 내놓는 열(gain)은,

$$dQ_3 = -m l_v dw_s$$

- ▶ 4) 최종적으로 열역학 제 1 법칙에 의해

$$dQ_1 + dQ_2 + dQ_3 = m(c_p dT - \alpha dp)$$

- ▶ 앞 장의 4단계에 따라 $-dT/dz$ 를 구해보면,

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} + \frac{dm}{mdz} \left\{ \frac{(T - T') + \frac{l_v}{c_p} (w_s - w')}{1 + \frac{\epsilon l_v^2 w_s}{c_p R T^2}} \right\}$$

- ▶ 이와 같은 관계식을 얻을 수 있다.
- ▶ (C-C eq. , hydrostatic eq. 를 이용함.)

정리

- ▶ 앞 장의 식에서 알 수 있듯이, 상층으로 가면서 혼합이 지속적으로 일어나고, 공기의 온도가 주변의 온도보다 높다면, $-dT/dz$ 는 더 커질 것이다.
- ▶ 즉, 주변과의 혼합은 대기를 더 불안정하게 만들고 이로 인해 Cumulus가 더 발달하기 좋은 조건을 만들어 준다.

적용

- ▶ 혼합이 없는 경우($dm/dz=0$),
($T=273K$, $T'=272K$, $\Gamma_s = 5K/km$, $r=0.6$,
 $p=600mb$)
-> $-dT/dz = 5K/km$
- ▶ 혼합이 있는 경우(let $dm/mdz=0.25/km$)
-> $-dT/dz = 6.78K/km$

- ▶ 일반적인 가정하에서 부력에 의한 가속도

$$z'' = \frac{d^2 z}{dt^2} = g \frac{(T - T')}{T'}$$

- ▶ 응결된 물의 혼합비를 고려한다면,

$$z'' = g \left[\frac{T}{T'} - (1 + \mu) \right]$$

(μ = total liquid water)

결론

▶ Cumulus는

- 보존법칙에 의한 하강운동이 클수록,
- 상승하면서 주위와 잘 혼합될수록,
- 물의 혼합비가 작을수록

수직적으로 잘 발달할 수 있다.