Beweise die Euler`sche Identität: $e^{j\cdot x} = \cos x + j \cdot \sin x$

a) Entwickle zunächst $\sin x$ in eine Potenzreihe (Entwicklung als Taylorreihe)

b) Entwickle weiters $\cos x$ in eine Potenzreihe (durch Ableitung des Ergebnisses aus a))

c) Entwickle weiters e^x in eine Potenzreihe (Entwicklung als Taylorreihe)

d) Setze zuletzt als Argument der Exponentialfunktion $j \cdot x$ und führe damit den Beweis durch

---

Bestimme die Potenzreihe nebenstehender Funktion durch gliedweise Multiplikation bis zum Glied der Ordnung 6: $f(x) = e^{-x} \cdot \sin 3x$

a) Entwickle zunächst $f(x) = e^x$ und ersetze $x \to -x$

b) Entwickle dann $f(x) = \sin x$ und ersetze $x \to 3x$

c) Multipliziere die sich ergebenden Potenzreihen miteinander und berechne die Summanden bis zur 6.Ordnung.

d) Verwende das Ergebnis von c) zur Auswertung an der Stelle $x = 0.5$ und vergleiche das Ergebnis mit dem „exakten" Wert.

Berechne nebenstehendes Integral durch gliedweise Integration nach erfolgter Entwicklung des Integranden als Taylorreihe:

$$G(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-x^2/2}\, dx$$

a) Entwickle zunächst $f(x) = e^x$ und ersetze $x \to -\frac{x^2}{2}$

b) Ersetze dann den Integranden durch die Potenzreihe aus a) und führe die Integration gliedweise aus.

c) Berechne damit konkret $G(1) = 0.8413$ und vergleiche das Ergebnis mit dem „exakten" Wert.

---

a) Entwickle nebenstehende Funktion als Fourierreihe: $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{für } 0 \le x < \pi \\ 0 & \text{für } \pi \le x < 2\pi \end{cases}$

b) Stelle die Funktion sowie die ermittelten Fourierreihen (Abbruch nach 5, 10 und 15 Summanden) graphisch dar.

c) Zeichne das Amplitudenspektrum der Fourierreihe.

---

a) Entwickle nebenstehende Funktion als Fourierreihe: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \le x < \pi \\ -1 & \text{für } \pi \le x < 2\pi \end{cases}$

b) Stelle die Funktion sowie die ermittelten Fourierreihen (Abbruch nach 5, 10 und 15 Summanden) graphisch dar.

c) Zeichne das Amplitudenspektrum der Fourierreihe.

---

a) Entwickle $f(x) = \ln(1 + x)$ als Taylorreihe um die Stelle 0.

b) Ermittle die Taylorpolynome $s_i\ (i = 1,2,\ldots,5)$ und weise durch entsprechende graphische Darstellung nach, dass die Näherung mit zunehmendem Grad zunimmt.

c) Setze konkret $x = 1$ und berechne $\ln 2$ mit den entwickelten Taylorpolynomen $s_i\ (i = 1,2,\ldots,5)$.

d) Stelle die Differenz $\ln 2 - s_i\ (i = 1,2,\ldots,5)$ graphisch dar, indem Du horizontal den Grad des Taylorpolynoms und vertikal die Differenz (in logarithmischem Maßstab) aufträgst.