

# 《信号与线性系统》 工程设计作业

## 高精度多普勒测速

华中科技大学未来技术学院

December 1, 2025



华中科技大学 未来技术学院  
School of Future Technology, HUST

# 问题描述

# 多普勒测速

由雷达发出一束微波，遇被测目标时微波被反射回来，再由雷达接收反射波。如果目标相对于雷达运动，反射波的频率将与发射频率发生差异，而这种差异的大小正比于目标与雷达的相对运动速度。

## 结论

检测反射波频率和发射波频率的差，就可以计算出被测车辆的移动速度。

# 理论推导

假设发射信号为：

$$S(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \quad (1)$$

不考虑噪声，回波信号为发射信号的时移：

$$S_r(t) = K S(t - \tau) = K A \cos(2\pi f_0(t - \tau) + \varphi_0) \quad (2)$$

其中  $K$  为常数，表示信号的衰减， $\tau$  代表时移。

据此得到发射与回波信号的相位差为：

$$\Delta\phi = -2\pi f_0 \cdot \frac{2R(t)}{c} = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2R(t) \quad (3)$$

其中  $R(t)$  代表待测目标与测试点的距离：

$$R(t) = R_0 - Vt \quad (4)$$

$R_0$  为初始距离， $V$  为目标速度

# 理论推导

考虑到光速远大于应用中的相对运动速度，有：

$$\tau = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2}{c}(R_0 - Vt) \quad (5)$$

由式 (3) 和式 (5) 得

$$\Delta\phi = -2\pi f_0 \tau = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2(R_0 - Vt) \quad (6)$$

而圆频率是相位的导数，有

## 多普勒频移与速度的关系

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2}{\lambda} V \quad (7)$$

# 总体流程

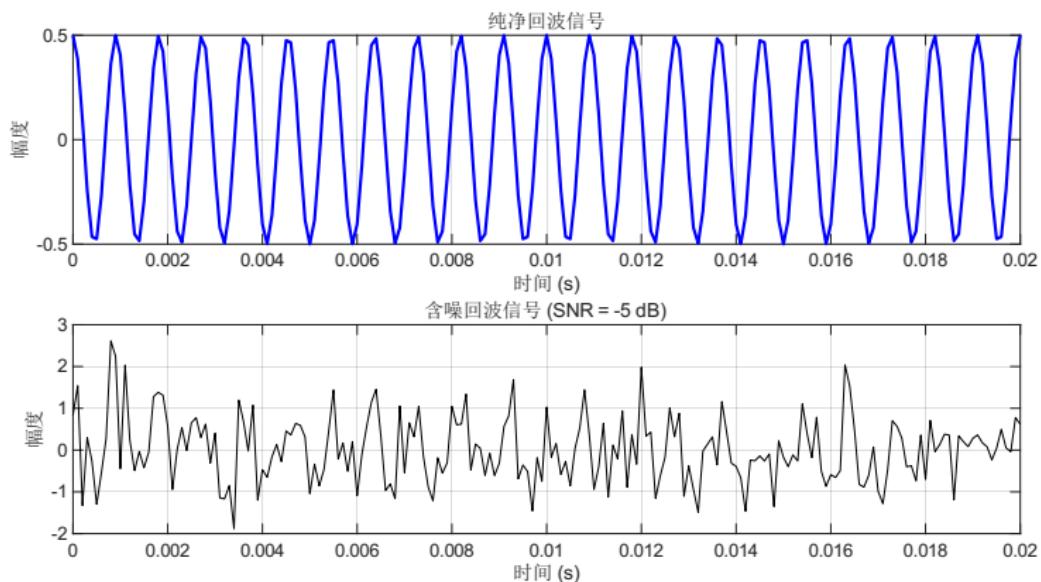
- ① 生成发射信号，假设  $V, R_0$ ，计算回波信号，加入随机噪声
- ② 通过带通滤波器、加窗等方法得到回波频率
- ③ 设计一个带通滤波器组，得到主频率
- ④ 利用频率差计算速度，比较计算速度与假设速度

## 简化问题

为便于演示，将雷达发出微波信号改为发出频率较低的信号

# 问题解决

# Step 1：产生正弦回波信号，并且加入随机噪声

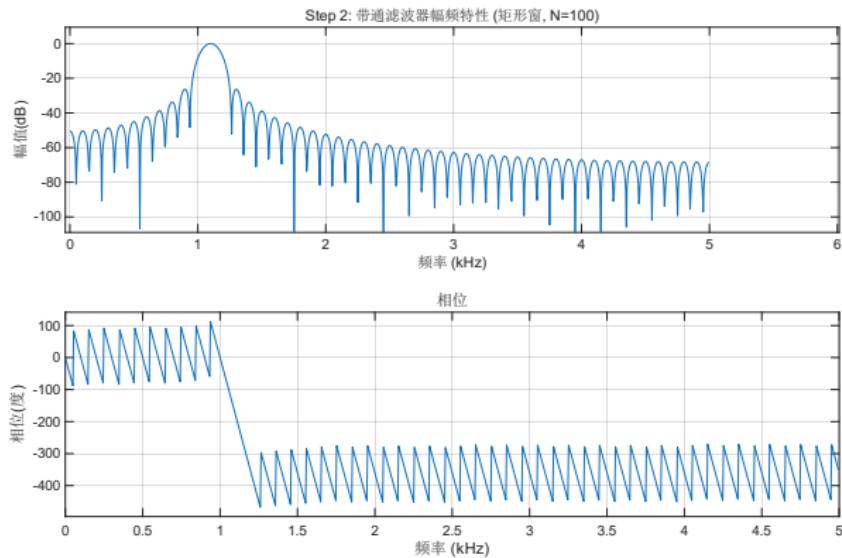


## Step 2：设计带通滤波器，画出幅频特性曲线

带通滤波器的任务：**从杂乱的含噪声的回波信号中提取主频率**

我们假设发射信号频率为  $1000\text{Hz}$ ，车速为  $20\text{m/s}$ ，根据式(7)得，理想情况下回波频率为  $1100\text{Hz}$ ，也就是说我们需要设计滤波器提取  $1100\text{Hz}$  附近的频谱。设置通带宽为  $200\text{Hz}$ ，画出频域的相位谱和幅度谱。

## Step 2: 设计带通滤波器，画出幅频特性曲线



- ① **幅度谱**: 滤波器在 1000Hz-1200Hz 处有明显的通带。但由于未设计合适窗函数，阻带部分存在明显的旁瓣波动。
- ② **相位谱**: 代表线性相位，说明信号波形保持不变。

# Step 3：带通滤波器加窗函数，作加窗后幅频特性曲线

## 为什么需要设计窗函数？

理想带通滤波器在时域中的波形是无限延伸的。如果我们需要使用必须在某点截取信号。如果采用目前的方法：直接截断（矩形窗），会产生 Gibbs 现象和能量泄露，即滤波器并不能完全地抑制阻带频率。

窗函数即修改截取方式，尽可能抑制能量泄露

## Definition (窗函数)

为了减少频谱能量泄漏，可采用不同的截取函数对信号进行截断，截断函数称为窗函数。

实际应用的窗函数主要有：

- 幂窗：采用某种幂次的函数，例如矩形、三角形、梯形；
- 三角函数窗：正弦或余弦函数等组合成复合函数，例如汉宁窗、海明窗等；
- 指数窗：采用指数时间函数，例如高斯窗等。

# Step 3: 濾波器加窗函数，作加窗后的的幅频特性曲线

幂窗：

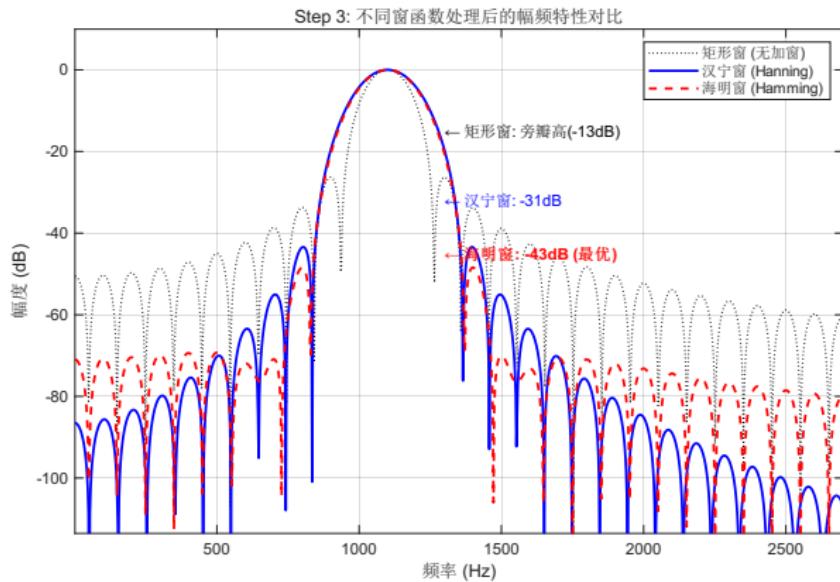
矩形窗：主瓣最窄，旁瓣太高。在强噪声环境下，噪声很容易被误判为信号。

三角形窗：旁瓣比矩形窗低，但主瓣宽度宽。旁瓣抑制不如三角函数窗，而分辨率损失明显。

指数窗：高斯窗在数学上很完美，没有旁瓣。但数学上的高斯函数是无限长的。但在计算机里，我们必须把它截断，产生旁瓣。且高斯窗需要调整参数，较为复杂

# Step 3: 濾波器加窗函数，作加窗后的的幅频特性曲线

## 加汉宁窗和海明窗的比较



尽管汉宁窗时域上两侧趋于 0，但较近的旁瓣抑制效果较差。

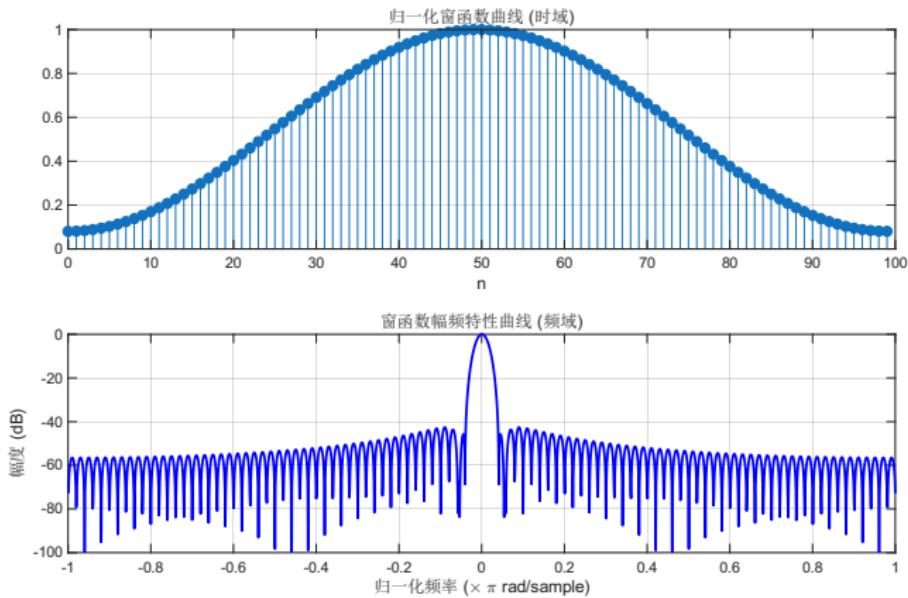
海明窗牺牲了远端衰减速率，换取了更低的第一旁瓣，这对于检测强噪声中的微弱信号尤为重要

Step 4: 设计加权窗函数，作归一化窗函数曲线

窗函数本身的分析：

计算机只能处理离散信号，必须进行采样，时域信号因此离散。

窗函数频域应为周期的，此处仅选择其中一个周期作图。

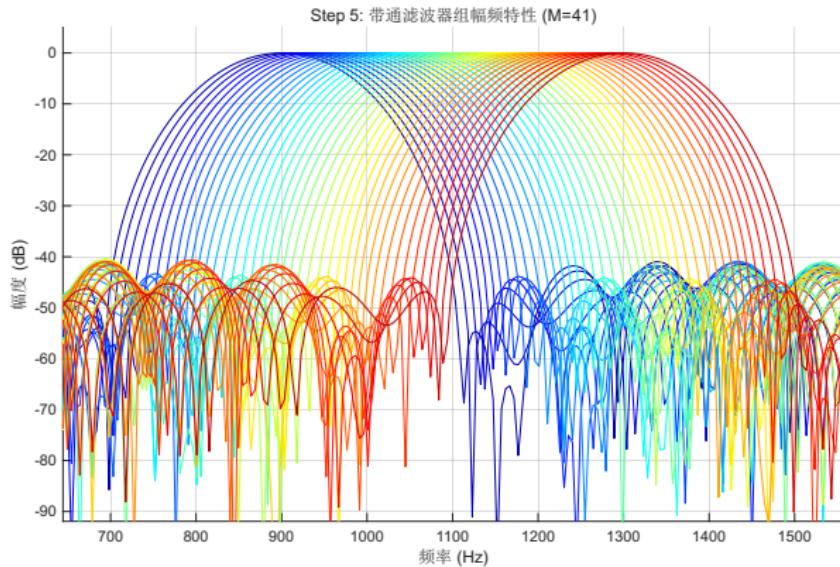


窗函数本身有很好的旁瓣抑制效果。

## Step 5: 设计带通滤波器组，作幅频特性曲线

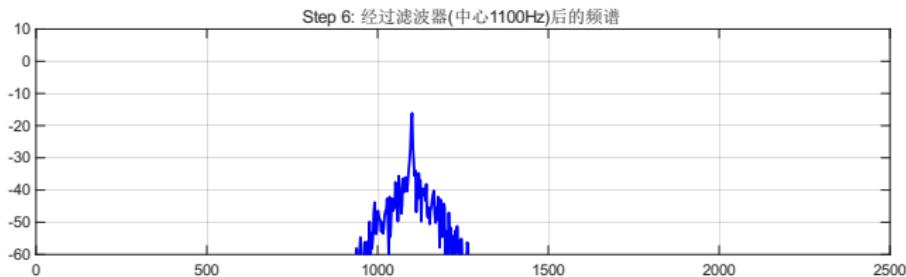
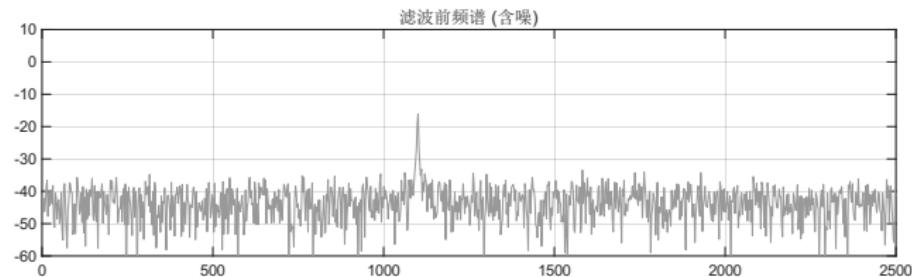
我们先前假设车速均为 20m/s 附近。设计了能提取 20m/s 速度对应回波信号的滤波器。

但在应用中，测速对象的速度并非固定。我们需要设计带通滤波器组。将同一回波信号并行通过滤波器组，输出能量最大的滤波器的中心频率即被判定为最接近回波信号的真实频率。



# Step 6: 作回波信号经过带通滤波器组后幅频特性曲线

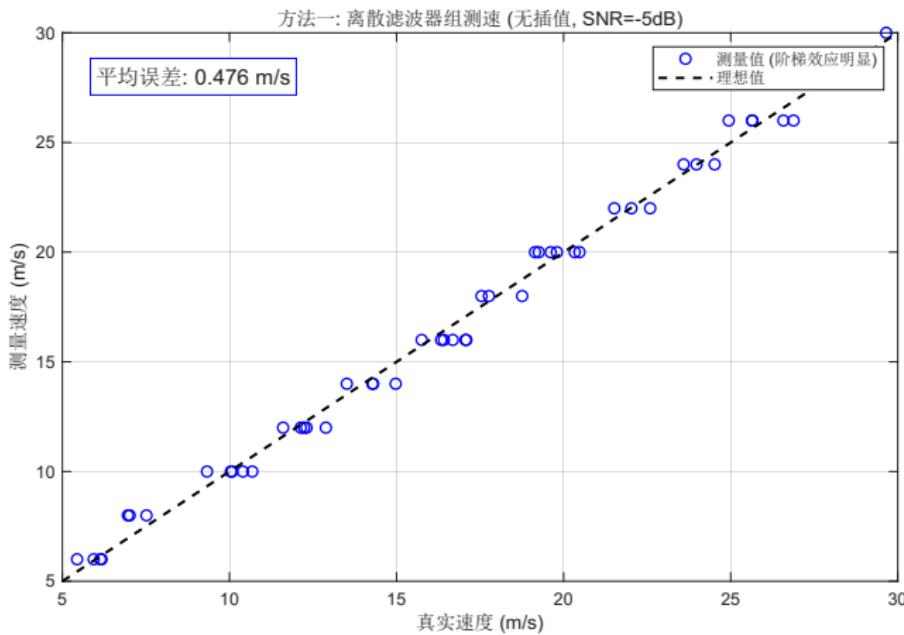
## 最佳滤波器输出的信号频谱



# 验证与改进

## Step 7: 根据得到的频率，计算出待测目标的速度

借用蒙特卡洛法的思路，我们随机选取 5-30m/s 的若干个速度，分别生成对应速度的回波信号，通过带通滤波器组、得到主频率后计算速度。我们首先按 Step 5 中的 41 个滤波器组成的滤波器组测试：



# Step 7: 根据得到的频率，计算出待测目标的速度

## 问题

明显的阶梯状分布！

滤波器组的步长为 10Hz，因此测速的精度就是

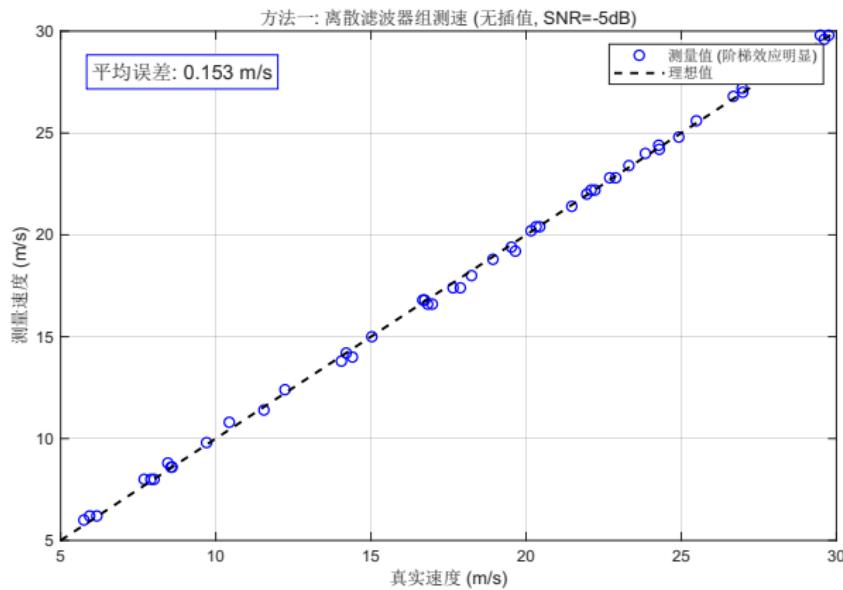
$$V = \frac{\lambda}{2} \cdot \Delta f_d = 2\text{m/s}$$

不满足高精度要求

# Step 7: 根据得到的频率，计算出待测目标的速度

## 解决方案 1

减小滤波器组步长。步长改为 1Hz，设计 401 个滤波器组成滤波器组。



阶梯状消失，精度明显提高

# Step 7: 根据得到的频率，计算出待测目标的速度

## 问题：

通过增加滤波器个数，的确能提高精度，但存在两个问题

- **计算量：**滤波器数量增加到原先 10 倍，计算量随之增加至十倍。在工程应用中可能出现算力不足、运算时间长的情况
- **噪声：**因为随机噪声的存在，信号的峰值本身就是在一个小范围内抖动。当步长进一步缩小时不能带来精度的提升

# Step 7: 根据得到的频率，计算出待测目标的速度

## 解决方案 2：频谱插值法

取三个能量值：

$$y(0) = y_0 \quad (\text{能量最大值})$$

$$y(-1) = y_{-1} \quad (\text{最大值左边的能量})$$

$$y(1) = y_1 \quad (\text{最大值右边的能量})$$

用二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  拟合。

计算峰值

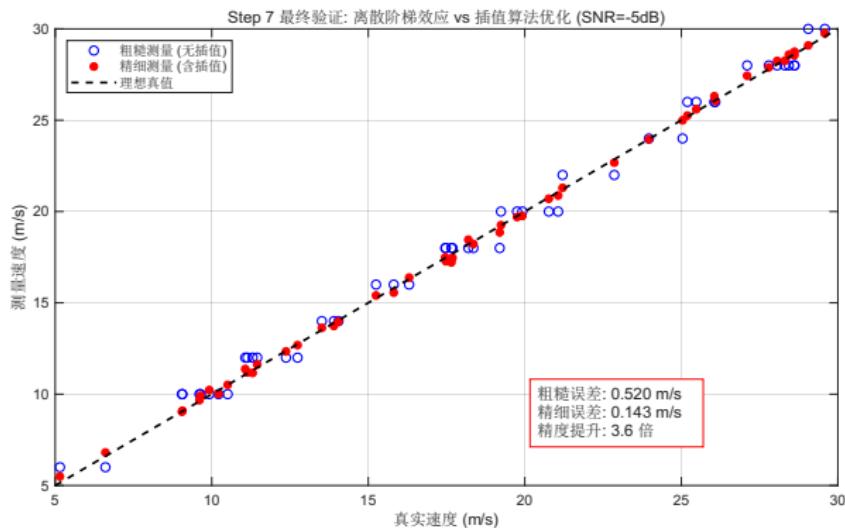
$$\delta = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{y_{-1} - y_1}{y_1 - 2y_0 + y_{-1}}$$

最终频率

$$f = f_{\text{center}} + \delta \cdot \text{Step}$$

## Step 7: 根据得到的频率，计算出待测目标的速度

仍采用步长为 10Hz 设计滤波器组，采用插值法拟合的结果如下：



插值过程仅有几步简单的加法、乘除法运算，时间复杂度没有提高  
在滤波器数量不变的情况下实现了精度的提高

# 总结

# 回顾步骤

- ① 产生输入正弦反射回波信号，并且加入随机噪声
- ② 设计合适的带通滤波器，画出带通滤波器的幅频特性曲线
- ③ 对带通滤波器加窗函数处理，画出加窗后的带通滤波器的幅频特性曲线  
*(研究加窗函数后的带通滤波器)*
- ④ 设计适当的加权窗函数，画出归一化的窗函数曲线以及窗函数的幅频特性曲线  
*(研究窗函数本身)*
- ⑤ 设计一个带通滤波器组，画出带通滤波器组的幅频特性曲线
- ⑥ 反射回波信号经过带通滤波器组后，幅频特性曲线
- ⑦ 根据得到的频率，利用公式计算出待测目标的速度
- ⑧ 采用增加滤波器个数、插值方法优化结果

# 欢迎批评指正！