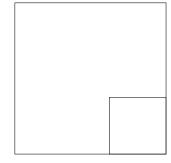


Evaluación Sumativa 1

Números Complejos Tercero Medio TP marzo 2018



Objetivos: Calcular raíces imaginarias. Calcular potencias de números imaginarios. Obtener el conjugado y el módulo de números complejos. Realizar operatoria combinada en números complejos.

Instrucciones: Tiempo de duración de la Evaluación 80 minutos. Lea atentamente las situaciones plantaedas, así como las intrucciones y conteste ofreciendo un desarrollo según corresponda. Evite borrones, use solamente lápiz grafito, no se permite el uso de calculadora ni celulares.

Puntaje: Puntaje total: 46 puntos 7.0 y 60%: 27 puntos 4.0.

I. Raíces imaginarias

1. 2 puntos $\sqrt{-169} =$

Solución: $\sqrt{-169} = \sqrt{169 \cdot (-1)} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{-1} = 13i$

2. 2 puntos $\sqrt{-100} =$

Solución: $\sqrt{-100} = \sqrt{100 \cdot (-1)} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{-1} = 10i$

3. 2 puntos $\sqrt{-81}$ =

Solución: $\sqrt{-81} = \sqrt{81 \cdot (-1)} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{-1} = 9i$

4. 2 puntos $\sqrt{-144} =$

Solución: $\sqrt{-144} = \sqrt{144 \cdot (-1)} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{-1} = 12i$

5. 2 puntos $\sqrt{-289} =$

Solución: $\sqrt{-289} = \sqrt{289 \cdot (-1)} = \sqrt{289} \cdot \sqrt{-1} = 17i$

II. Cálculo de potencias imaginarias

6.
$$3 \text{ puntos}$$
 $i^{32} + 2i^{29} =$

Solución: $i^{32} + 2i^{29} = 1 + 2i$

7. 3 puntos
$$i^{121} - 3i^{422} + 2i^{329} =$$

Solución: $i^{121} - 3i^{422} + 2i^{329} = i - 3 \cdot (-1) + 2 \cdot (i) = i + 3 + 2i = 3 + 3i$

8.
$$3 \text{ puntos}$$
 $3i^4 + 12i^3 - 23i^2 =$

Solución: $3i^4 + 12i^3 - 23i^2 = 3 \cdot 1 + 12 \cdot (-i) - 23 \cdot (-1) = 3 - 12i + 23 = 26 - 12i$

9. 3 puntos
$$i^{11} + i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15} =$$

Solución: $i^{11} + i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15} = -i + 1 + i + (-1) + (-i) = -i + 1 - 1 - i = -2i$

III. Cálculo de módulo y conjugado de números complejos

En los siguientes ejercicios, considere:

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = 1 - i$$

$$z_3 = 2 + i$$

$$z_4 = 3 + 4i$$

10.
$$\boxed{3 \text{ puntos}} \ \overline{z_4} + \overline{z_3} =$$

Solución:
$$\overline{z_4} + \overline{z_3} = 3 - 4i + 2 - i = 5 - 5i$$

11.
$$\boxed{3 \text{ puntos}} \ \overline{z_3} - 3 \cdot \overline{z_1} =$$

Solución:
$$\overline{z_3} - 3 \cdot \overline{z_1} = 2 - i - 3 \cdot (2 - 3i) = 2 - i - 6 + 9i = -4 + 8i$$

12. 3 puntos
$$|z_1| + |z_2| =$$

Solución:
$$|z_1| + |z_2| = \sqrt{2^2 + 3^2} + \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 9} + \sqrt{1 + 1} = \sqrt{13} + \sqrt{2}$$

13. 3 puntos
$$|z_4| - |z_3| =$$

Solución:
$$|z_4| - |z_3| = \sqrt{3^2 + 4^2} - \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 16} - \sqrt{4 + 1} = \sqrt{25} - \sqrt{5} = 5 - \sqrt{5}$$

IV. Operatoria combinada en números complejos

En los siguientes ejercicios, considere:

$$z_5 = 1+i$$

$$z_6 = 4 + 3i$$

$$z_7 = 2 - 6i$$

$$z_8 = 1 - 7i$$

14. 3 puntos
$$z_7 + z_5 =$$

Solución:
$$z_7 + z_5 = 1 - 7i + 1 + i = 2 - 6i$$

15. 3 puntos
$$z_5 - 2 \cdot z_8 + 4 \cdot z_6 =$$

Solución:
$$z_5 - 2 \cdot z_8 + 4 \cdot z_6 = 1 + i - 2 \cdot (1 - 7i) + 4 \cdot (4 + 3i) = 1 + i - 2 + 14i + 16 + 12i = 15 + 27i$$

16. 3 puntos
$$z_7 \cdot z_8 =$$

Solución:
$$z_7 \cdot z_8 = (2-6i) \cdot (1-7i) = 2-14i-6i-42 = -40-20i$$

17. 3 puntos
$$\frac{z_5}{z_6}$$
 =

Solución:
$$\frac{z_5}{z_6} = \frac{1+i}{4+3i} = \frac{(1+i)(4-3i)}{(4-3i)(4-3i)} = \frac{16-12i-12i-9}{16+9} = \frac{7-24i}{25}$$