Ecuaciones de segundo grado (cuadráticas)

1 Ecuación cuadrática incompleta $ax^2 + c = 0$

1. En estas ecuaciones el coeficiente lineal $b = 0$. Es importante observar que el orden de los términos **no siempre será igual**, por ello, el último término no es necesariamente el **independiente**.
2. Lo anterior justifica el mecanismo de "despeje de x". Su solución, por tanto es siempre $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$
3. Al despejar x, **siempre se obtendrán dos soluciones iguales, pero de signos contrarios**, es decir, $x_1 = -x_2$.
4. Si el coeficiente cuadrático a es negativo, entonces, es conveniente partir despejando dicho término.

2 Ecuación cuadrática incompleta $ax^2 + bx = 0$

1. Aquí, el **coeficiente independiente** $c = 0$, en consecuencia, es posible factorizar por x, y en ocasiones es posible encontrar también un factor común entre a y b.
2. La **factorización** siempre incluirá como uno de sus factores a la potencia **mínima**, es decir a x.
3. La forma de dicha factorización es $ax^2 + bx = x(ax + b) = 0$, por tanto, $x_1 = 0$ **siempre** será una solución. La otra solución, se obtiene de igualar a cero el segundo factor $ax + b$, luego $x_2 = \frac{-b}{a}$.

3 Ecuación cuadrática completa, trinomio factorizable

1. Esta es una ecuación completa en la cual, mayoritariamente $a = 1$; la **estrategia** consiste en "buscar **dos números** que multiplicados den c y sumados den b". Dichos "candidatos" **no son las soluciones**.
2. Las soluciones, emanan de la factorización en la forma $ax^2 + bx + c = (x + x_1)(x + x_2) = 0$, en donde x_1 y x_2 son los candidatos encontrados. De esta forma, las soluciones se hallan al despejar x en $x + x_1 = 0$ y $x + x_2 = 0$.

4 Ecuación cuadrática, fórmula general

1. La **fórmula general** para resolver ecuaciones cuadráticas, viene dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

y asume **conocidos** a, b y c. Su utilización es válida en cualquiera de los métodos antes mencionados. Se debe tener particular cuidado con el *argumento* en el radical, puesto que si $b^2 - 4ac$ (el discriminante) es negativo, las soluciones **son raíces imaginarias**.

5 Naturaleza de las soluciones

1. Por **naturaleza** de las soluciones, se entiende *a qué conjunto numérico pertenecen*, su estudio se basa en el análisis del **discriminante** (y en particular de **su signo**) dado por $\Delta = b^2 - 4ac$, luego:
   - Si $\Delta = 0$, existen 2 soluciones, iguales y reales ($\in \mathbb{R}$).
   - Si $\Delta > 0$, existen 2 soluciones, distintas y reales ($\in \mathbb{R}$).
   - Si $\Delta < 0$, existen 2 soluciones, distintas y complejas ($\in \mathbb{C}$), en donde una es el **conjugado** de la otra.

6 Propiedades de las soluciones

1. Si x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, entonces se verifican:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

2. Note la concordancia entre estas propiedades y el caso en que $a = 1$ en el trinomio factorizable, puesto que $x_1 + x_2 = -b$ y $x_1 \cdot x_2 = c$.

Matemática 3M-TP

Mapa Mental Unidad 2 Ecuación de segundo grado

Diseñado por *Prof. Hans Sigrist*, 2017.