

补充题解 - 《经典》 - 第 11 章图论模型与算法

习题 11-10 Risk 游戏 (Risk, NWERC 2010, UVa12264)

习题 11-11 Conquer a New Region, ACM/ICPC Changchun 2012, UVa1664

补充证明:

补充题解 - 《经典》 - 第 11 章图论模型与算法

习题 11-10 Risk 游戏 (Risk, NWERC 2010, UVa12264)

记与敌方相邻的阵地上一轮操作之后的最小人数 M 。

然后按照如下方法建图：首先建立源点 S 和汇点 T 。对于每个我方阵地 i ，建立两个点 i_1, i_2 ，分别表示一次移动前后的阵地 i 。从 i_1 到 i_2 连一条边，容量为 INF ，表示阵地上的人可以留在原地。从汇点 S 到 i_1 连一条边，容量为 A_i ，表示一开始阵地上有 A_i 个人。对于每个和 i 相邻的我方阵地 j ，从 i_1 到 j_2 连一条容量为 INF 的边，表示可以从 i 到 j 一次移动任意多的士兵。如果 i 和敌方阵地相邻，则从 i_2 到 T 连一条容量为 M 边，否则这条边的容量为1表示阵地上至少要留下1个人。然后求最大流，如果能够满流，则说明所求最小值至少可以为 M 。

对 M 进行二分，即可得到其最大值。

习题 11-11 Conquer a New Region, ACM/ICPC Changchun 2012, UVa1664

补充证明:

考虑权值最小的边，记其权值为 mc 。将其删除后得到两个子树。分别求解，记其中心为 a, b ，其到各自子树中其他所有点的容量和为 S_a, S_b 。两颗子树的结点个数为 A 和 B ，则如果选择 A 中的点作为中心，则到最终树中其它点的容量和的最大值一定为 $S_a + mc \cdot B$ ，也就是选择 a 为中心。同理，如果选择 b 为中心，则最终的最大值一定为 $S_b + mc \cdot A$ 。