

PA2 report

1. MPS 實做所使用的資料結構

(1) **讀檔存 chords 資訊**：在程式的一開始我開了一個大小是 points 數量的 `vector<int> dictionary(N)` 去存取在這個 circle 中哪兩個點是連接在一起的。舉例來說，若是 input file 中顯示的連接關係是 0 5，我就會存 `dictionary[0] = 5`，`dictionary[5] = 0`，若連接關係是 1 11，我就會存 `dictionary[1] = 11`，`dictionary[11] = 1`。如此一來當後面要找點與點的連接資訊時就可以很快的在這個 vector 中查到。

(2) **初始化 table M**：從這部份開始我嘗試過 top-down 與 bottom-up 兩種方法，詳細兩種方法的差別我會在第二部分再說明，這邊先說實做的部分。

Top-down：

這邊我把 table M 開成是下三角的形式，也就是第一橫列 array 大小是 1、第二橫列 array 大小是 2 一直到第 N 橫列 array 大小是 N。這樣一來可以節省記憶體，相較於直接開記憶體空間 N^2 的 table 省下了約略一半的空間。最後初始化所有值為 -1，做為記憶該 subproblem 是否解過而用。

Bottom-up：

一樣把 table M 開成是下三角的形式，不過這次只要初始化 table M 對角線的值為 0 就好，也較是 $M[i][i] = 0$ ， i from 0 to $N - 1$ 。這個 table 做為運算每個 subproblem 用，每一個 subproblem 都會解過，最後會把 table 填滿。

(3) **計算 number of maximum planar subset**：一樣分成 top-down 與 bottom-up 兩種方法，然後因為存的是下三角的關係，與 HW2 的 MPS 那題不同的是， i 與 j 的關係是有點像做了 matrix transport 一樣， $M[i][j]$ 會變成 $M[j][i]$ 來表示，不過仍是 $i > j$ 。

Top-down：

用 recursive function 的方式去實做，function $MPS(i, j)$ 一開始會先判斷這個 subproblem 是否解過，若是曾接解過就直接 return 存在 table 中的那個值了。接下來會分成三個 case (let $k = \text{endpoint of } i$)：

Case 1：if $i < k < j$, $MPS(i, j) = \text{MAX}\{MPS(i + 1, k) + 1 + MPS(k + 1, j), MPS(i + 1, j)\}$

Case 2：if $k == j$, $MPS(i, j) = MPS(i + 1, j) + 1$

Case 3: otherwise, $MPS(i, j) = MPS(i + 1, j)$

最後記憶這次解過的 subproblem，return subproblem MPS 數量。

Bottom-up：

用雙層 for 迴圈來實做，依序計算把 table 一個一個填上，也是分成三個 case(j,i 顛倒是因為 table 是下三角的形式)：

Case 1：if $i < k < j$, $M[j,i] = \text{MAX}\{M[k,i+1] + 1 + M[j,k+1], M[j,i+1]\}$

Case 2：if $k == j$, $M[j,i] = \text{MPS}[j,i+1] + 1$

Case 3: otherwise, $\text{MPS}[j,i] = M[j,i+1]$

- (4) 找到 maximum planar subset for each resulting chords：這部分 top-down 與 bottom-up 是一樣的，都是去 check table M 的最後一列，用一個 for 迴圈依序 go through $M[N-1][0], M[N-1][1] \dots M[N-1][N-1]$ ，找 MPS 數量少 1 的位置。因為找 $(i, N-1)$ ， i from 0 to $N-1$ ，的 MPS 數時，當 MPS 數少 1 表示在那時少掉的那個 chord 是我們所需要的，就把它 fout 在 output file 中，這樣一來用 linear time 就可以找完我們所需的 MPS chords 了。

2. MPS 實做時的發現

- (1) Top-down 與 bottom-up 的差別：

Top-down

	12.in	1000.in	10000.in	100000.in
Memory(MB)	12.420	14.400	208.848	19678.788
Run time(ms)	0	3.316	319.419	56048.4

Bottom-up

	12.in	1000.in	10000.in	100000.in
Memory(MB)	14.596	16.576	210.160	19678.788
Run time(ms)	0	5.0	560.915	377868.9

由表格中的數據可知，top-down 其實比 bottom-up 快非常多倍，尤其越大的 case 越明顯，像 maximum planar subset 這種不需要解出所有 subproblem 的 DP problem 比較適合用 top-down 的方式來解，這驗證教授上課時所說的 top-down 與 bottom-up 的取捨。我一開始是採用 bottom-up 的寫法，但後來想 improve 程式的 runtime 所以改採用 top-down 的方式來寫，經過優化之後的 run time 果然快非常多！另外，記憶體空間消耗量也是一個不容小覷的問題，因此 memory 的優化我採用了下三角 table M 的形式，M 用 double pointer 去處理，相較於原本直接

開一個 $N \times N$ 的 table 整整少了約一半的記憶體消耗量，算是十分有效的 memory 優化。

- (2) **記憶體連續**：這是最後一次做的優化，當一個二維 array 在做運算時，在同一個橫列中做運算會比在同一個直行中做運算還快，因為在同一個橫列中記憶體是連續的。當時本來是寫的與 HW2 MPS 那題的方法相同， $k = \text{endpoint of } j$ ，然後是利用 $M(i, j) = M(i, j-1)$ 往下掃直到 $i == j$ ，這樣一來 top-down 的方式會大量的在 M 的直行中做運算。後來我改成 $k = \text{endpoint of } i$ ，然後是利用 $M(i, j) = M(i+1, j)$ 往上掃直到 $i == j$ ，如果是這樣的話就會是在 M 的橫列中做運算了。經過實測發現，確實運算速度快了 2~3 倍，效果顯著！