

$(\sin x)^{1/3}$ のフーリエ展開

hsjoihs

1. 予想

$$(\sin x)^{1/3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2/3} \Gamma\left(n - \frac{2}{3}\right)}{3 \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \Gamma\left(n + \frac{2}{3}\right)} \sin((2n-1)x)$$

2. 結果

いろいろやった結果、 $(\sin x)^b$ をフーリエ級数展開すると、その係数は $\frac{\Gamma\left(\frac{b}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{b+1}{2}\right)}$ の有理数倍となることがわかったので満足。