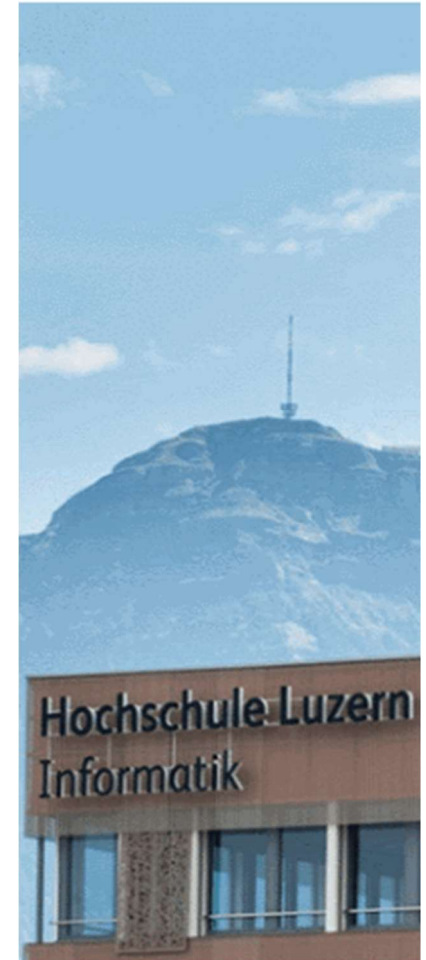


Algorithmen und Datenstrukturen

Datenstrukturen: Bäume

Roland Gisler



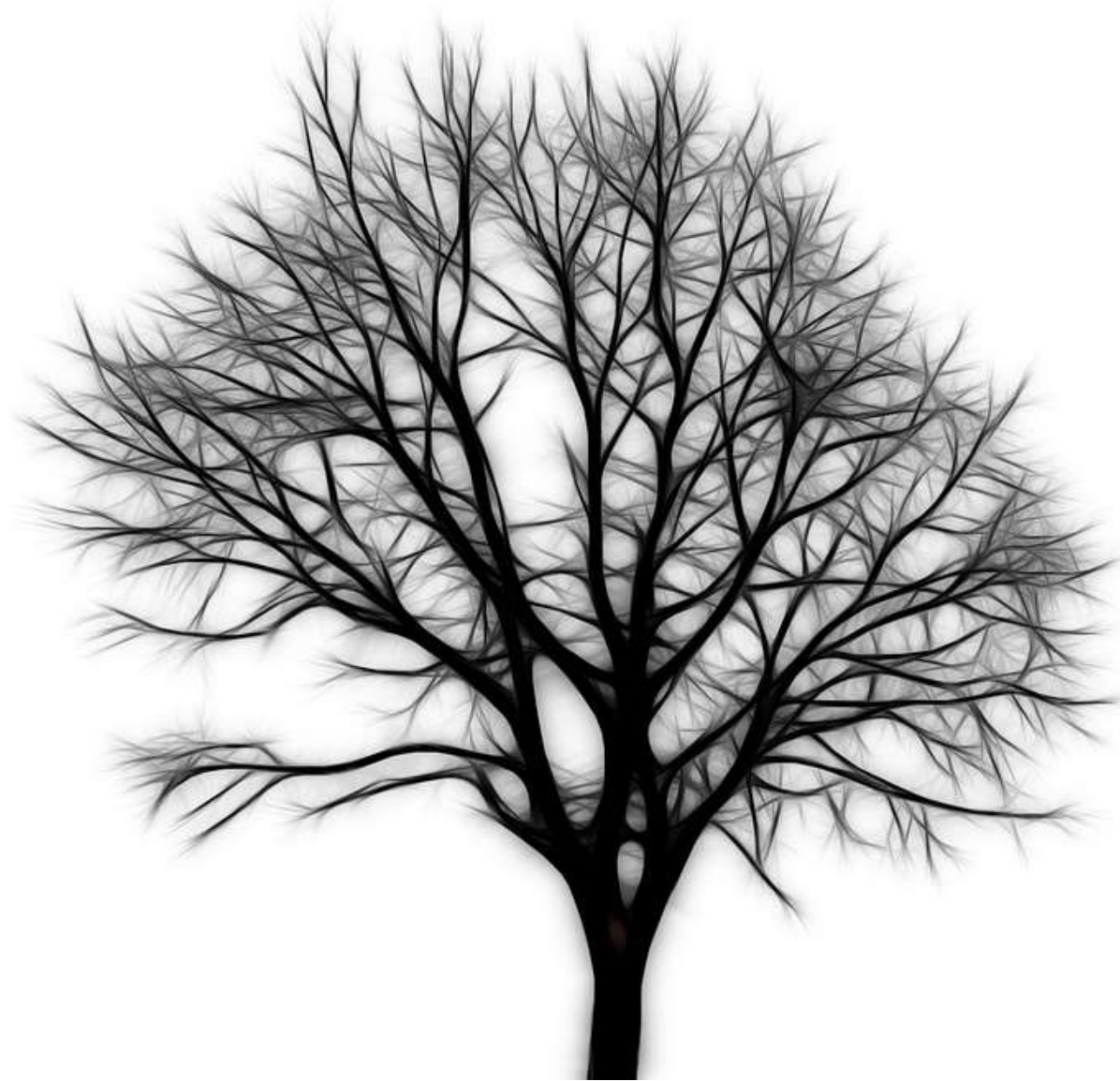
Inhalt

- Bäume in der Realität und in der Informatik.
- Einsatzmöglichkeiten von Baumstrukturen.
- Verschiedene Arten von Bäume und Beispiele.
- Grundlegende Element und Kenngrößen von Bäumen.
- Füllgrad eines Baumes.

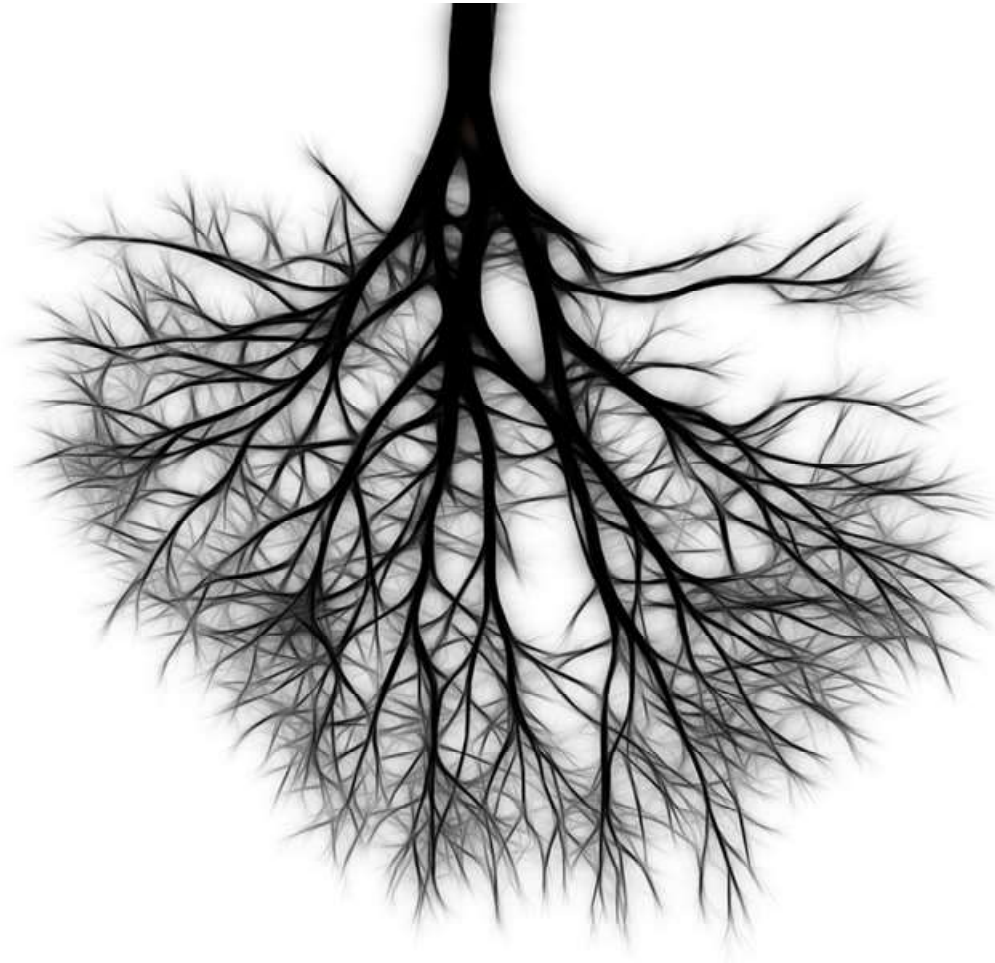
Lernziele

- Sie wissen wie eine baumartige Datenstruktur aufgebaut ist.
- Sie kennen verschiedene Beispiele von Baumstrukturen.
- Sie kennen die Grundelemente eines Baumes:
Wurzel, Knoten, Blatt und Kanten.
- Sie können die Kenngrößen eines Baumes beschreiben.

Baum – in der Realität*



Baum – in der Informatik



- In der Informatik steht die Welt Kopf: Die Bäume hängen meistens.

Wozu verwendet man baumartige Datenstrukturen?

Zwei grundlegende Szenarien:

1. Die Daten haben bereits inhärent eine hierarchische Struktur, welche man entsprechend abbilden will. Beispiele:
 - Dateisystem mit Verzeichnissen
 - Stammbaum (Genealogie)
 - Vererbungshierarchie in Java (nur mit Einfachvererbung)
2. Wenn man in einer geordneten Datenmenge einzelne Elemente sehr schnell finden will → Suchbaum.
 - Suche über eine Baumstruktur hat typisch nur einen Aufwand von $O(\log n)$ und ist somit der sequenziellen Suche mit $O(n)$ klar überlegen.

Verschieden Arten von Baumstrukturen

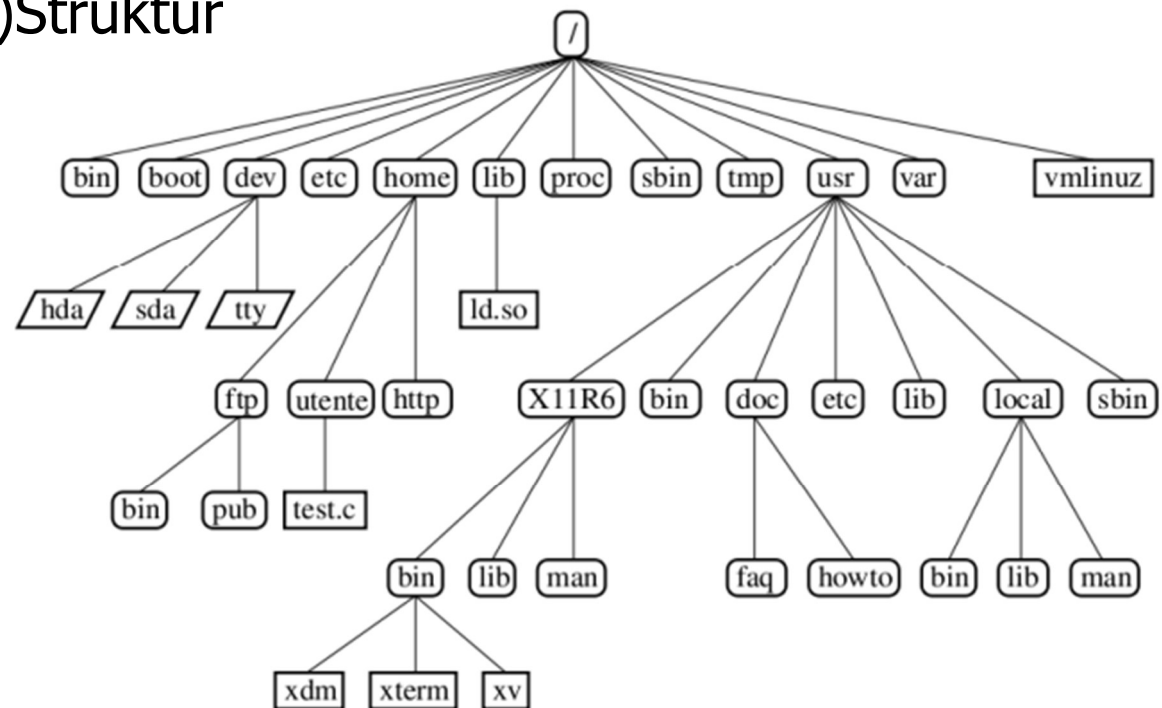
- Mit Ausnahme der Wurzel (Ursprung des Baumes, die **alle** baumartigen Strukturen haben) können Bäume jedoch sehr stark variieren:
 - Unterschiedliche Anzahl Äste (Vergabelung).
 - Unterschiedliche Länge (Tiefe) der Äste.
 - Die Breite (Grad) und die Höhe der Bäume ist variabel.
- Je nach Anwendungszweck definiert man mehr oder weniger Restriktionen, welche dann zu spezifischeren Baumstrukturen führen, welche somit auch spezifischere Eigenschaften aufweisen.

Verschiedene Arten von Bäumen

- Ungerichteter Baum, reine Hierarchie.
- Out-Tree, Navigation von der Wurzel **nach unten** zu den Blättern.
 - ➔ Kanten (Pfeile) gehen von der Wurzel aus. Am Häufigsten!!
- In-Tree, Navigation von den Blättern **nach oben** zur Wurzel.
 - ➔ Kanten (Pfeile) zeigen zur Wurzel hin.
- Diverse Spezialformen von Bäumen (Beispiele)
 - Binär-Baum – am einfachsten und häufigsten.
 - AVL-Baum - höhenbalancierter Binärbaum.
 - B-Baum – balancierter Baum, **nicht** zwingend binär!
 - B*-Baum – restriktivere Form B-Baumes (ebenfalls balanciert).
 - Binominal-Baum – speziell strukturierter Baum
 - etc.

Beispiel: Verzeichnisbaum von Unix-Dateisystem

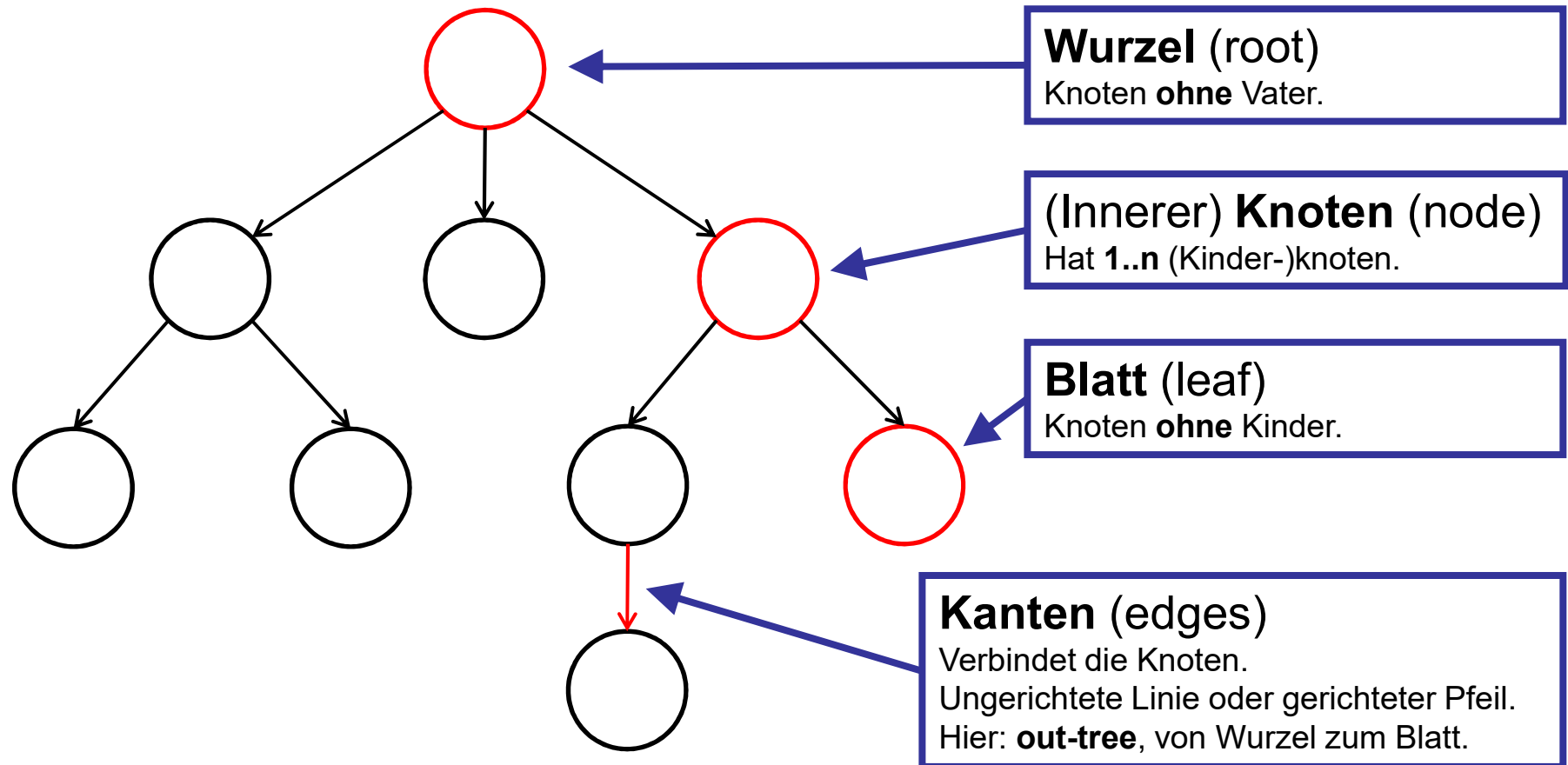
- Verzeichnisbaum ist inhärent hierarchisch strukturiert und ungerichtet, Navigation in beide Richtungen möglich.
- Einzelne Knoten repräsentieren **Verzeichnisse** und enthalten als Daten typisch eine **Liste** der enthaltenen **Dateien**.
- Sowohl die Anzahl Verzeichnisse auf einer Ebene, als auch die Tiefe der (Verzeichnis-)Struktur ist meist beliebig.
- Ordnung ist optional.



Grundelemente eines Baumes

Grundelemente eines Baumes

- Ein Baum besteht aus folgenden Grundelementen:

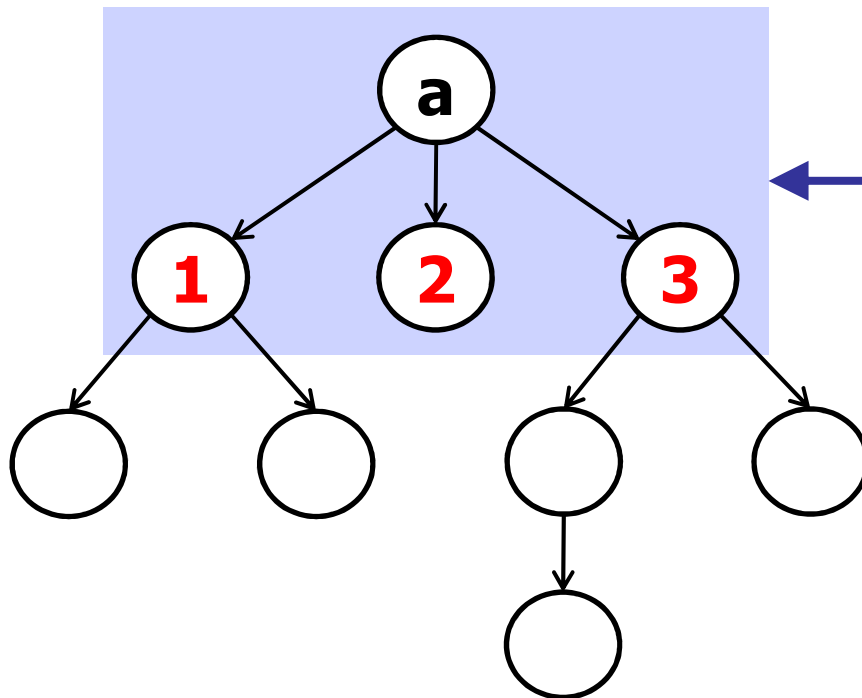


- Damit lassen sich **beliebige** Baumstrukturen modellieren.

Kenngrossen (Masse) von Bäumen

Ordnung eines Baumes

- Die **Ordnung** (order) eines Baumes definiert, wie viele Kinder ein Knoten **maximal** haben darf.
 - Die Anzahl muss in einem konkreten Baum aber **nicht** zwingend erreicht werden
- Die Ordnung ist eine **Definition!**

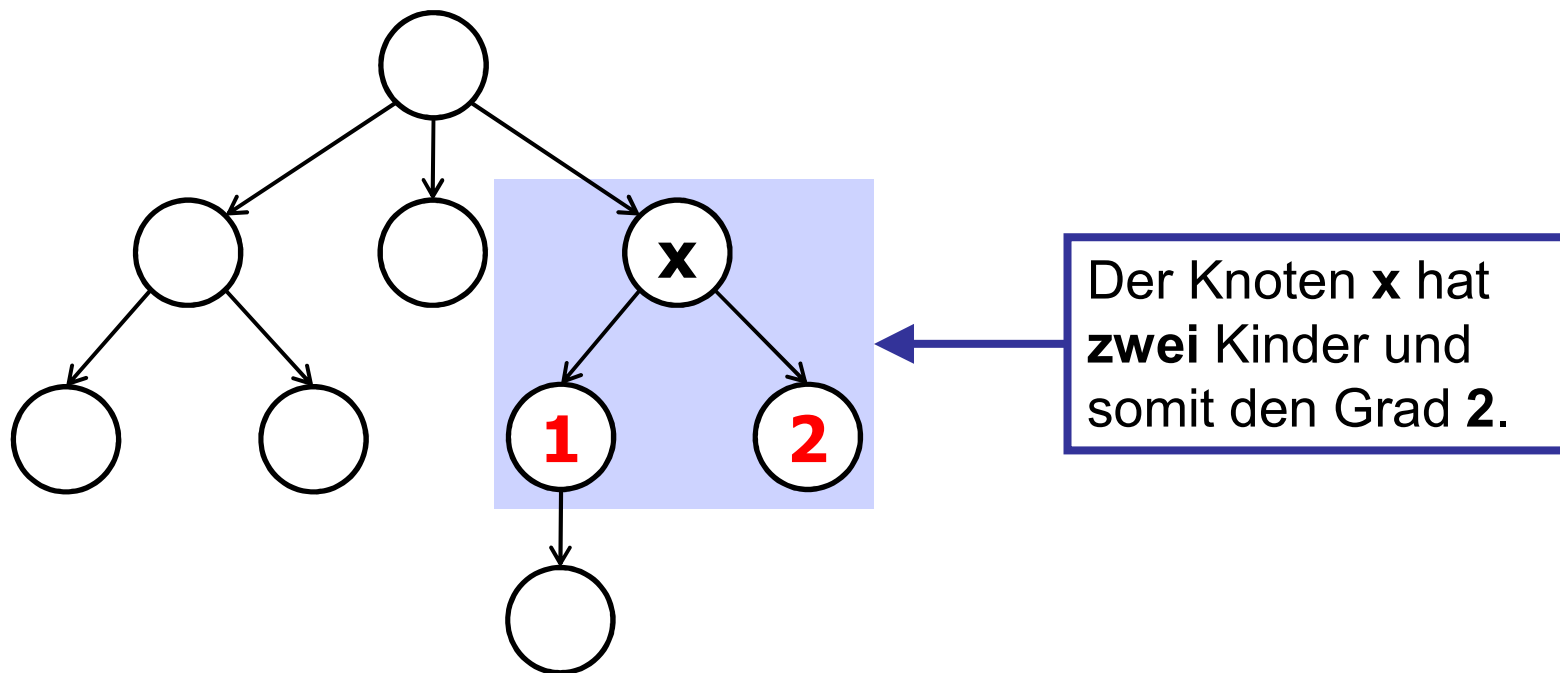


Der Knoten **a** enthält mit drei am meisten Kinder von allen.

➔ Dieser Baum muss somit **mindesten** von Ordnung **3** sein.

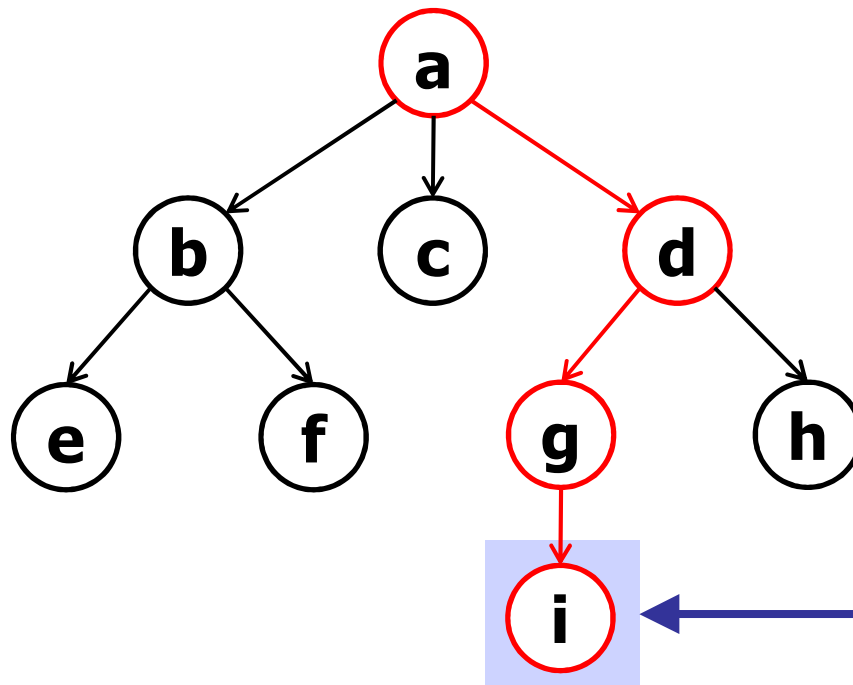
Grad eines Knotens

- Der **Grad** (degree) eines Knotens sagt, wie viele Kinder ein bestimmter Knoten hat.
- Bei einem Baum z.B. der **fünften** Ordnung darf der Grad jedes einzelnen Knotens **maximal 5** betragen, also maximal fünf Kinder.



Pfad zu einem Knoten

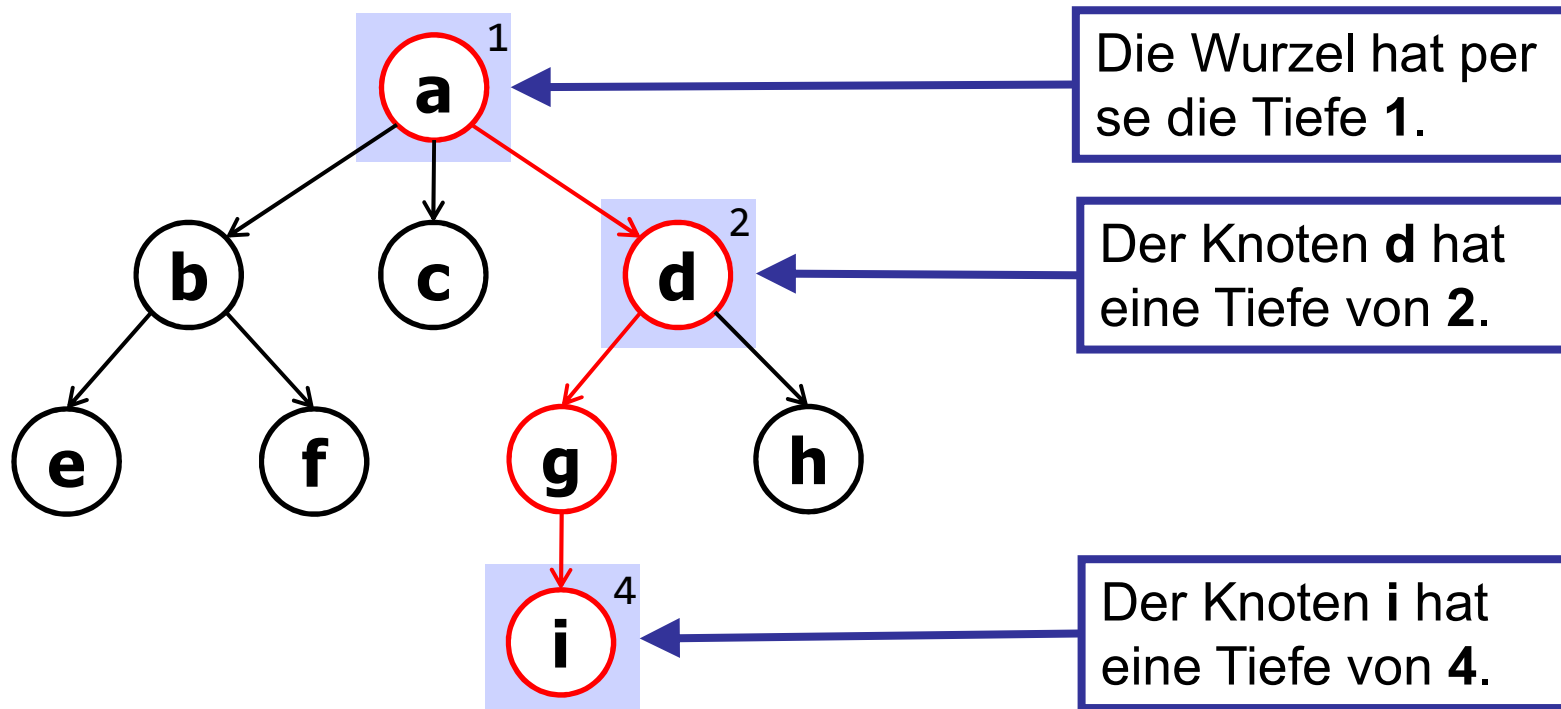
- Als **Pfad** (path) eines Knotens bezeichnet man den Weg von der Wurzel bis zum entsprechenden Knoten bzw. Blatt.



Der Pfad zu diesem Knoten bzw. Blatt lautet:
 $a \rightarrow d \rightarrow g \rightarrow i$

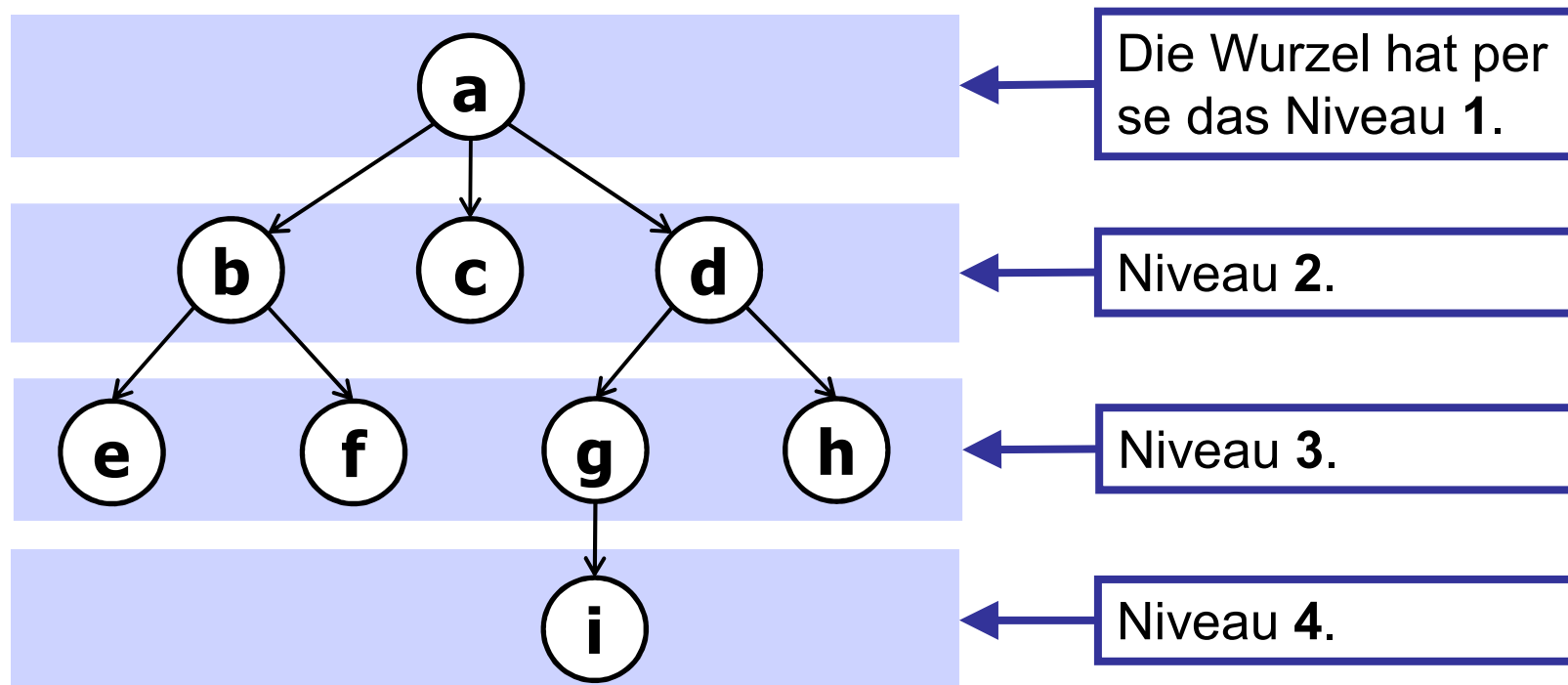
Tiefe eines Knotens

- Die **Tiefe** (depth) eines Knotens bezeichnet seine **Entfernung** zur Wurzel. Dafür werden die Knoten auf seinem →Pfad gezählt.



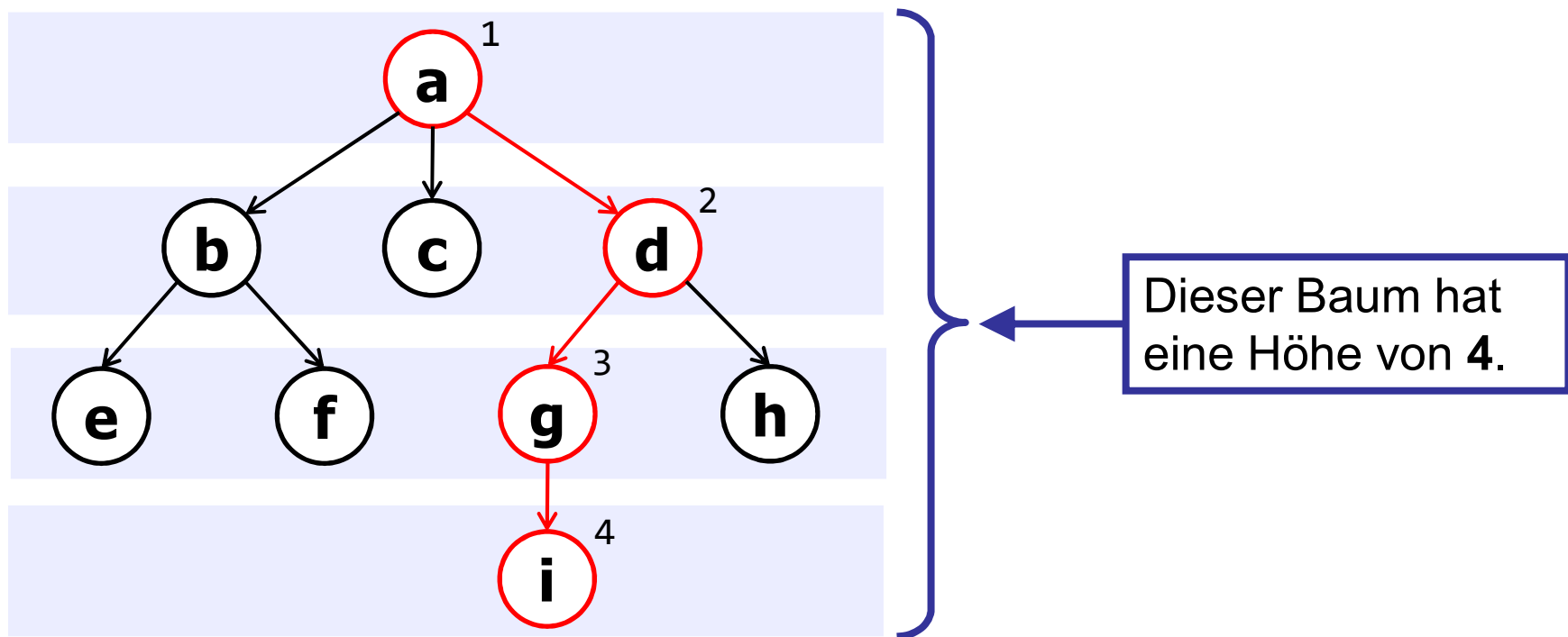
Niveaus (levels) eines Baumes

- Als **Niveau** bezeichnet man die Menge aller Knoten, welche die gleiche →Tiefe haben.



Höhe eines Baumes

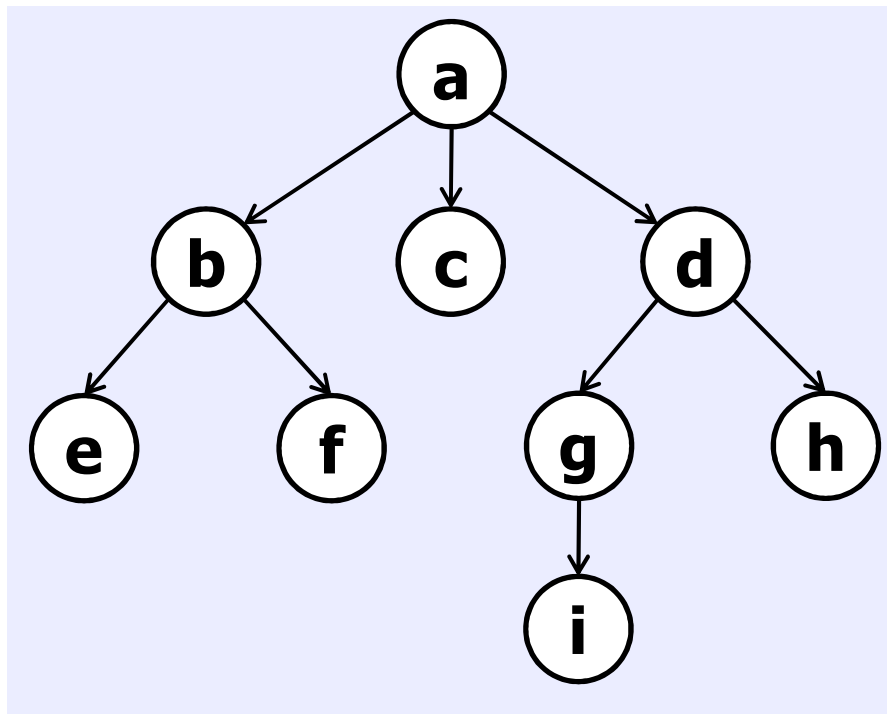
- Die **Höhe** (height) eines Baumes definiert sich aus der **→Tiefe** des Knotens welcher am **weitesten** von der Wurzel entfernt ist.



- Höhe ist somit äquivalent mit dem grössten **→Niveau**.

Gewicht eines Baumes

- Das **Gewicht** (weight) eines Baumes definiert sich über die Anzahl der enthaltenen Knoten.

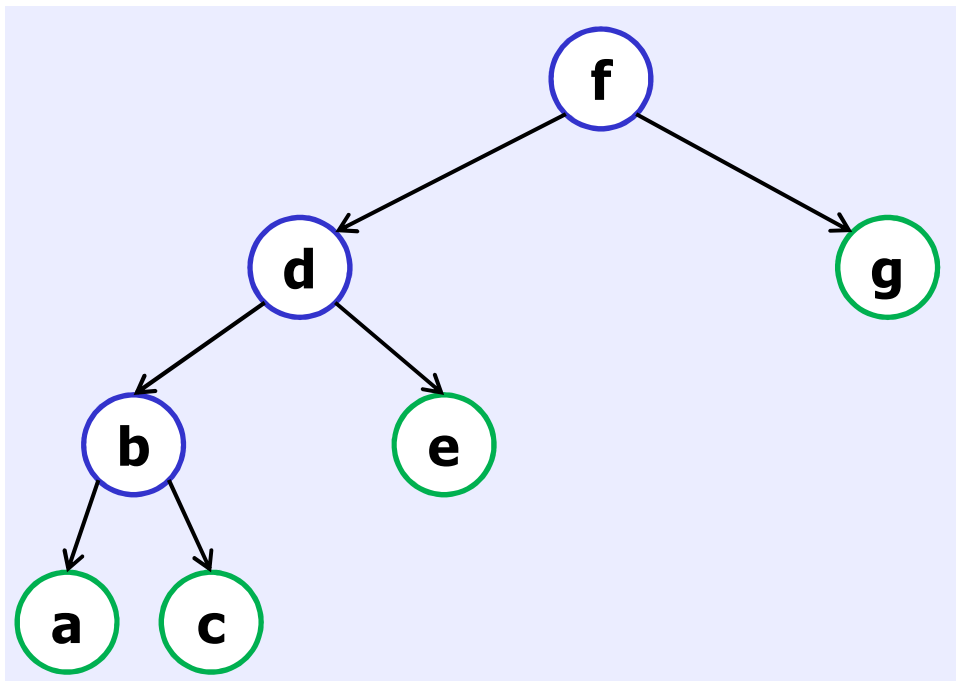


Der Baum enthält insgesamt neun Knoten, sein Gewicht beträgt somit **9**.

Füllgrad eines Baumes

Füllgrad eines Baumes: Ausgefüllt

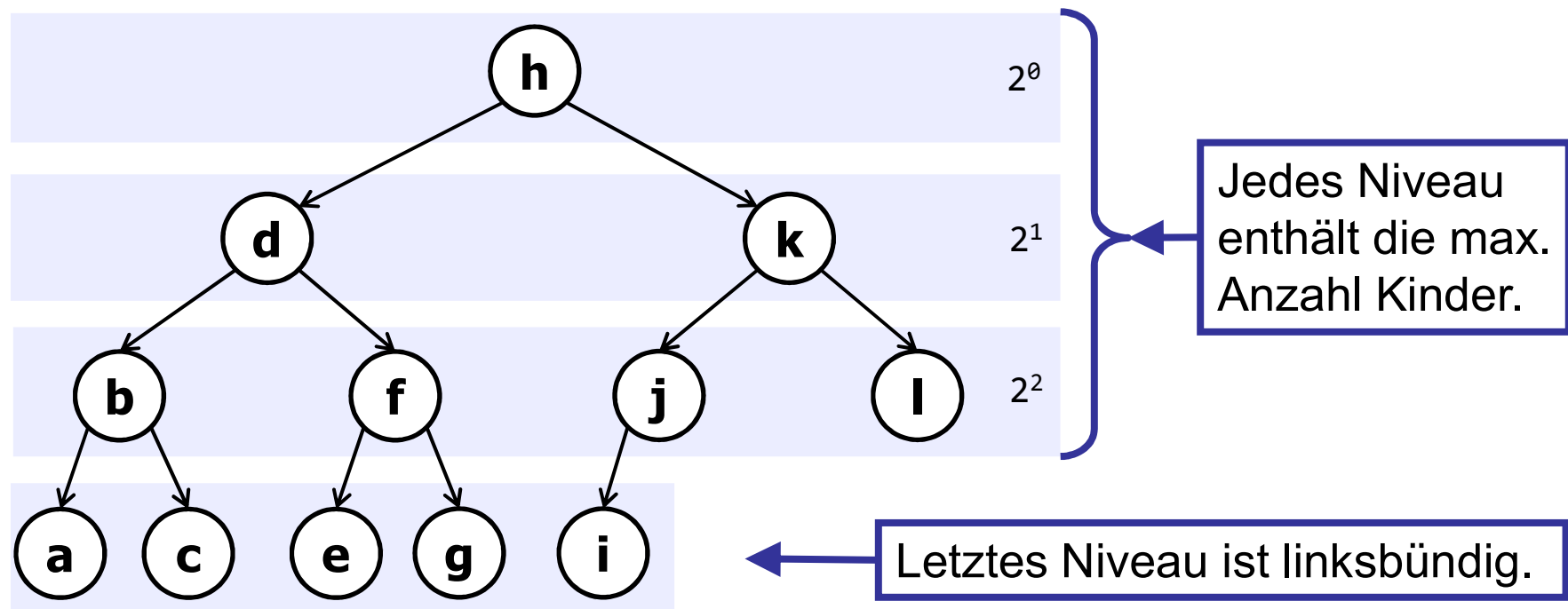
- Ein Baum wird als **ausgefüllt** bezeichnet, wenn **jeder innere Knoten** die **maximale** Anzahl an Kindern hat.
- Die **Ordnung** der inneren Knoten ist somit **gleich** dem **Grad** des Baumes.
- Beispiel (für einen Baum mit Ordnung 2):



Ausser der **Blätter** haben alle **inneren Knoten** den Grad der Ordnung des Baumes.

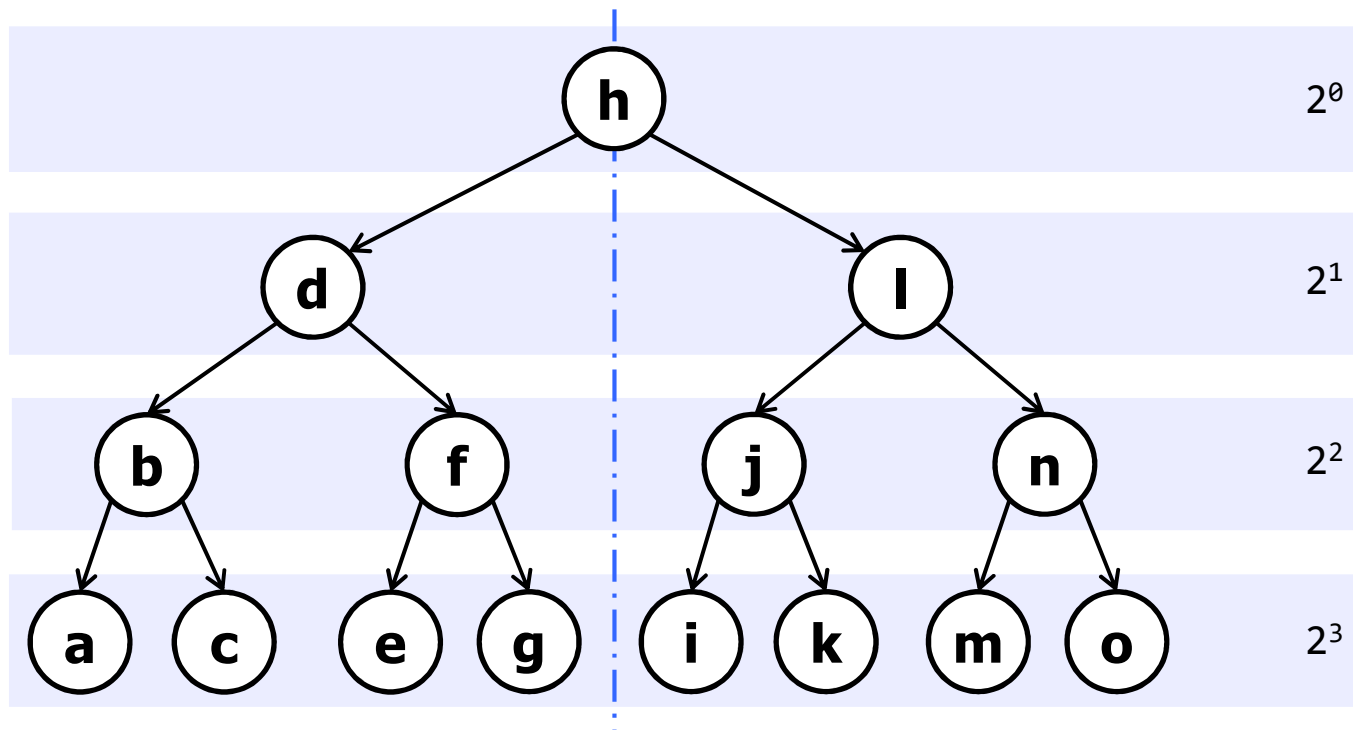
Füllgrad eines Baumes: Voll

- Ein Baum wird als **voll** bezeichnet, wenn das letzte Niveau linksbündig angeordnet ist und **ausser** diesem **jedes** Niveau die **maximale** Anzahl an Kindern enthält.
- Beispiel (für Baum mit Ordnung 2):



Füllgrad eines Baumes: Vollständig oder komplett

- Ein Baum wird als **vollständig** oder **komplett** bezeichnet, wenn jedes Niveau die **maximale** Anzahl Knoten enthält.
 - Er hat dann für sein \rightarrow Gewicht die minimale Anzahl \rightarrow Niveaus.
 - Komplette Bäume sind **symmetrisch** und ausgeglichen.
- Beispiel (für Baum mit Ordnung 2):



Zusammenfassung

- Es gibt sehr vielfältige Baumstrukturen.
- Begriffe und Kenngrößen von Bäumen:
Wurzel, Knoten, Kind, Pfad, Tiefe, Niveau, Ordnung, Grad usw.
- Ein Hauptmerkmal ist die Ordnung eines Baumes:
Wie viele Kindknoten darf ein Knoten maximal besitzen.
- Die Form eines Baumes ist abhängig von der Reihenfolge der Befüllung und kann mit einem Füllgrad beschrieben werden.

Fragen?