

# 삼성 청년 SW 아카데미

APS 응용



# 목차

1. 최소 신장 트리
2. KRUSKAL 알고리즘
3. PRIM 알고리즘

# 최소 신장 트리



# 최소 신장 트리(MST)

## ✓ 그래프에서 최소 비용 문제

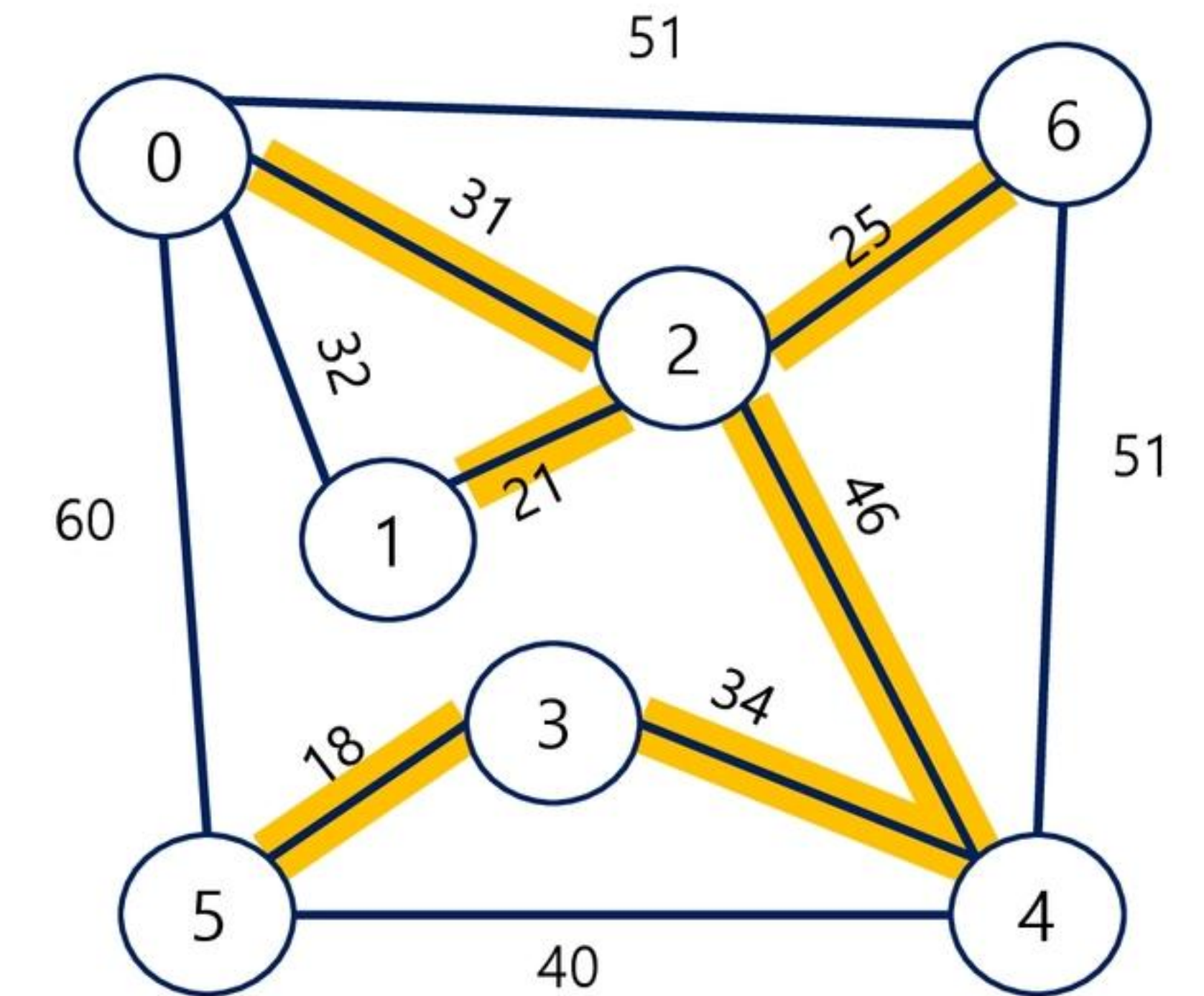
- ① 모든 정점을 연결하는 간선들의 가중치의 합이 최소가 되는 트리
- ② 두 정점 사이의 최소 비용의 경로 찾기

## ✓ 신장 트리

- $n$ 개의 정점으로 이루어진 무향 그래프에서  $n$ 개의 정점과  $n-1$ 개의 간선으로 이루어진 트리

## ✓ 최소 신장 트리 (Minimum Spanning Tree)

- 무향 가중치 그래프에서 신장 트리를 구성하는 간선들의 가중치의 합이 최소인 신장 트리





# KRUSKAL 알고리즘



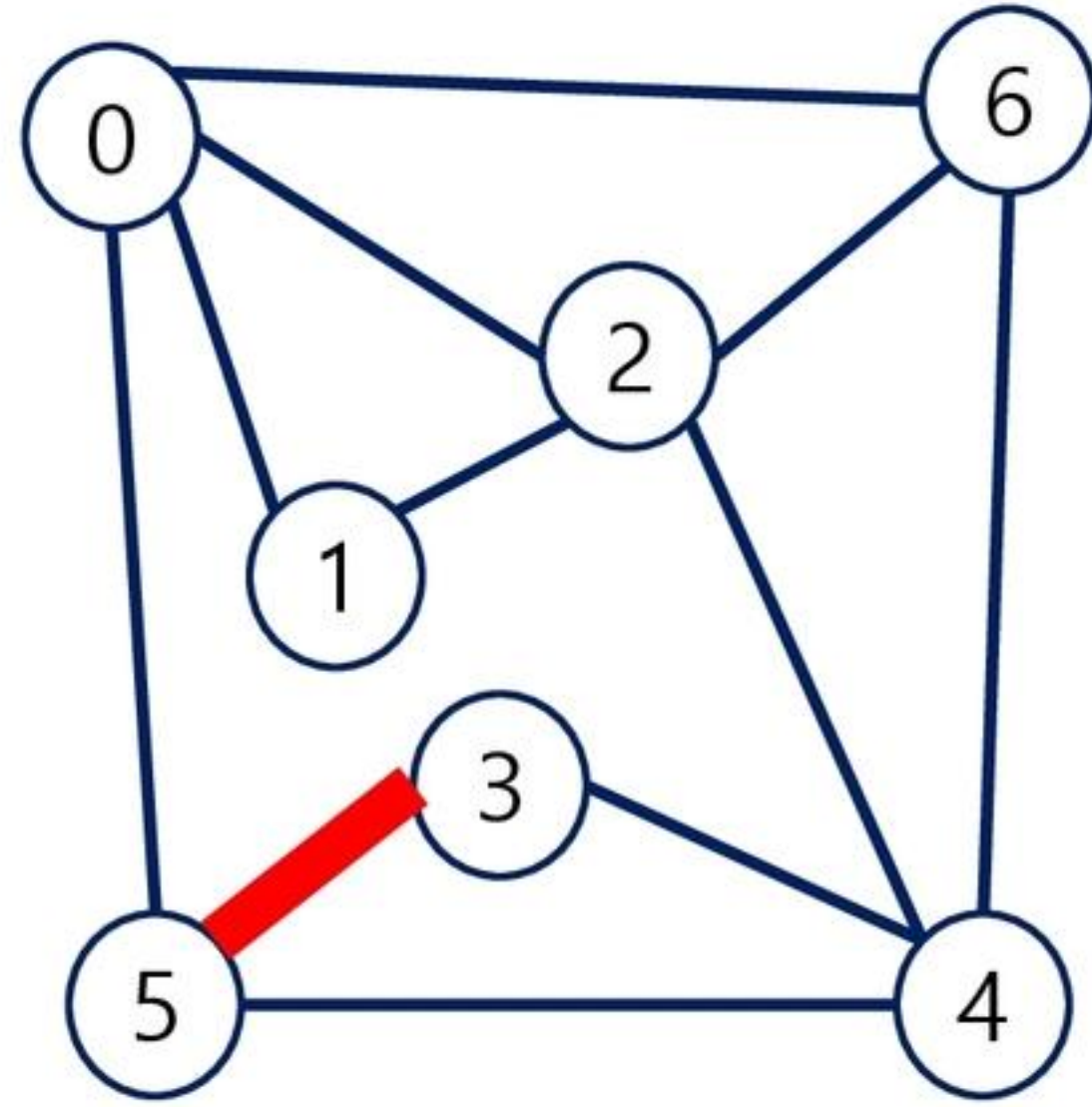
## ✓ 간선을 하나씩 선택해서 MST 를 찾는 알고리즘

- ① 최초, 모든 간선을 가중치에 따라 **오름차순**으로 정렬
- ② 가중치가 가장 낮은 간선부터 선택하면서 트리를 증가시킴
  - 사이클이 존재하면 다음으로 가중치가 낮은 간선 선택
- ③  $n-1$  개의 간선이 선택될 때까지 ②를 반복

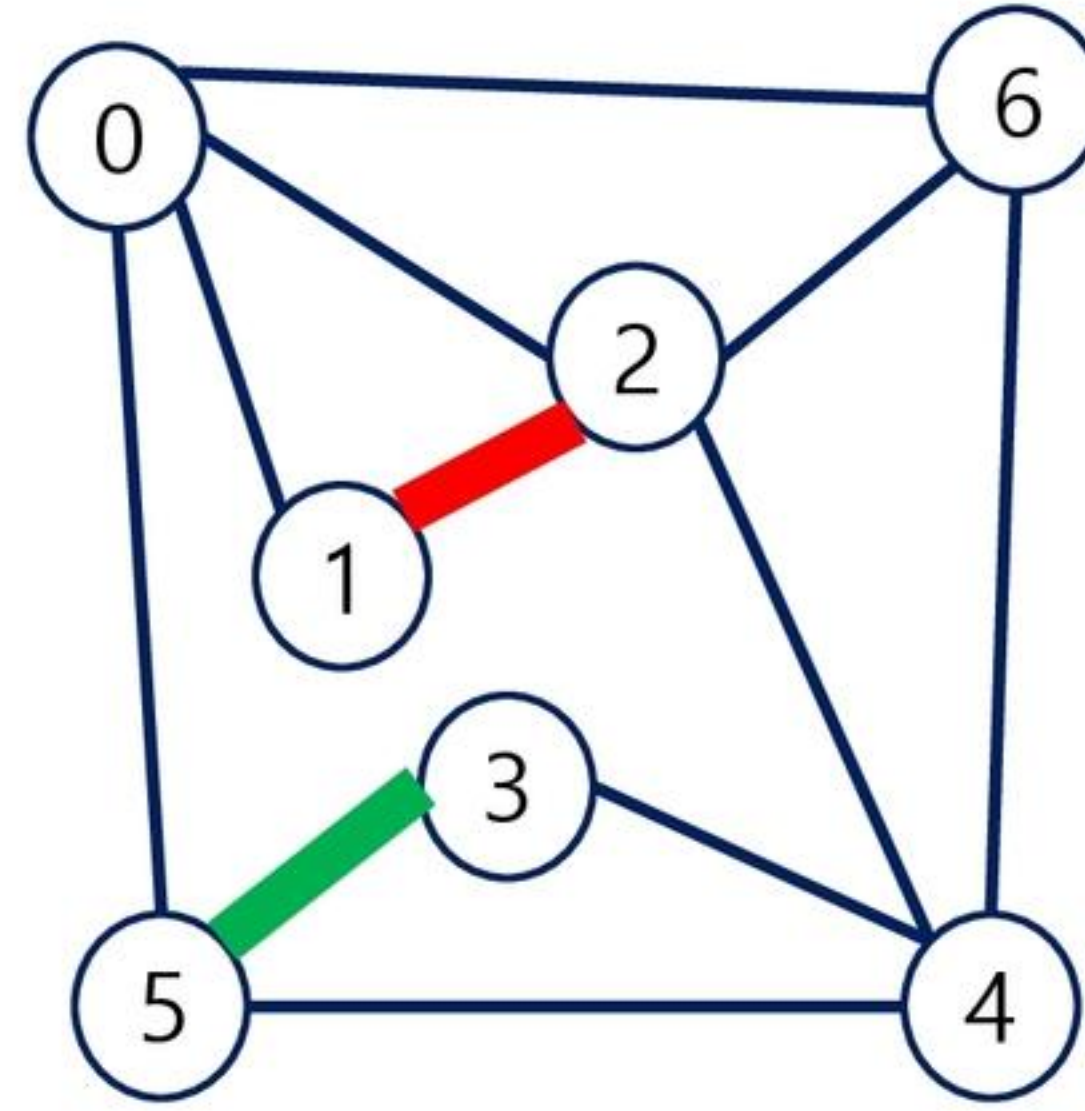


# KRUSKAL 알고리즘

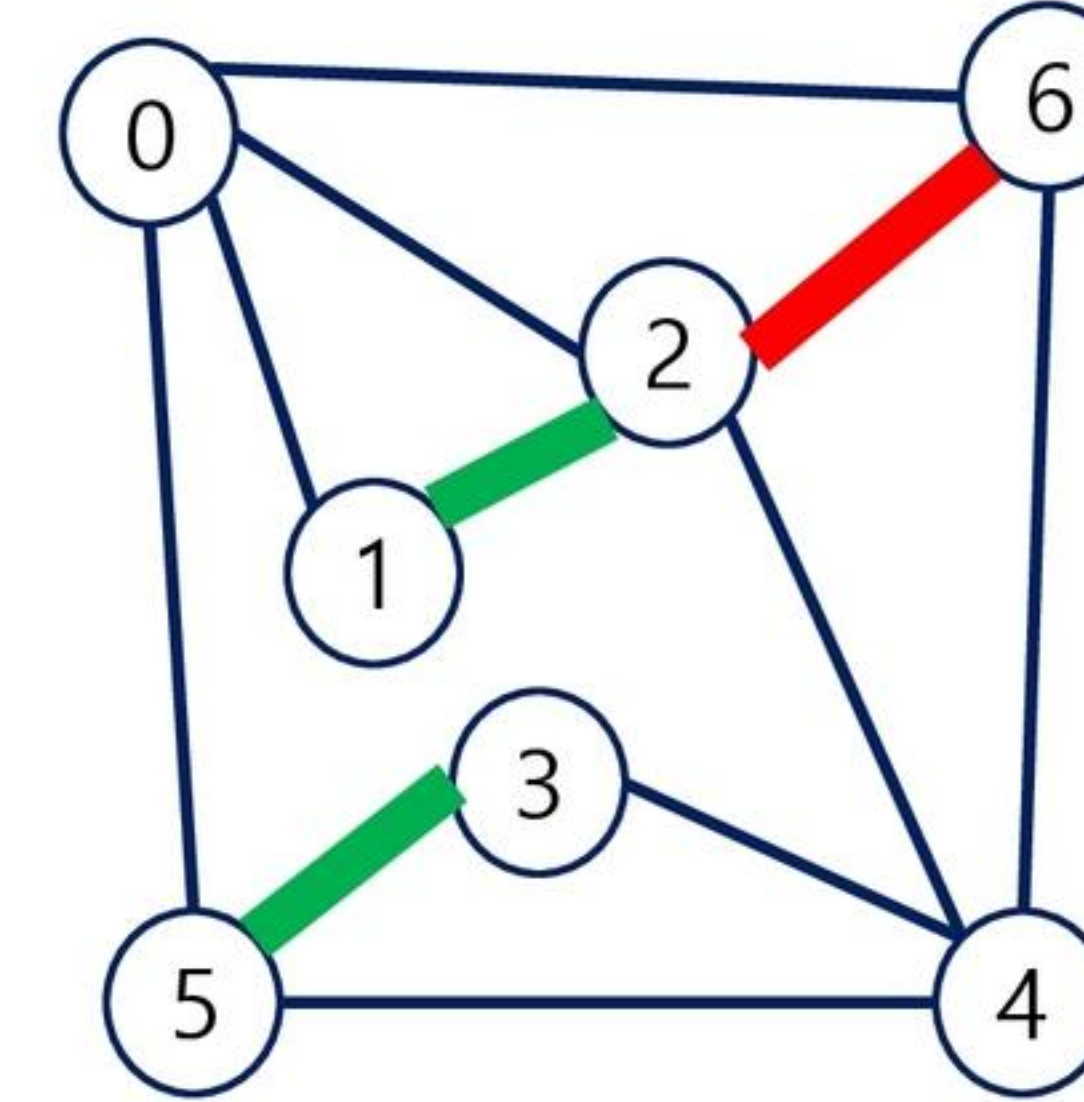
## ✓ 알고리즘 적용 예



<b>5-3</b>	<b>18</b>	5-3	18
1-2	21		
2-6	25		
0-2	31		
0-1	32		
3-4	34		
5-4	40		
2-4	46		
0-6	51		
4-6	51		
0-5	60		



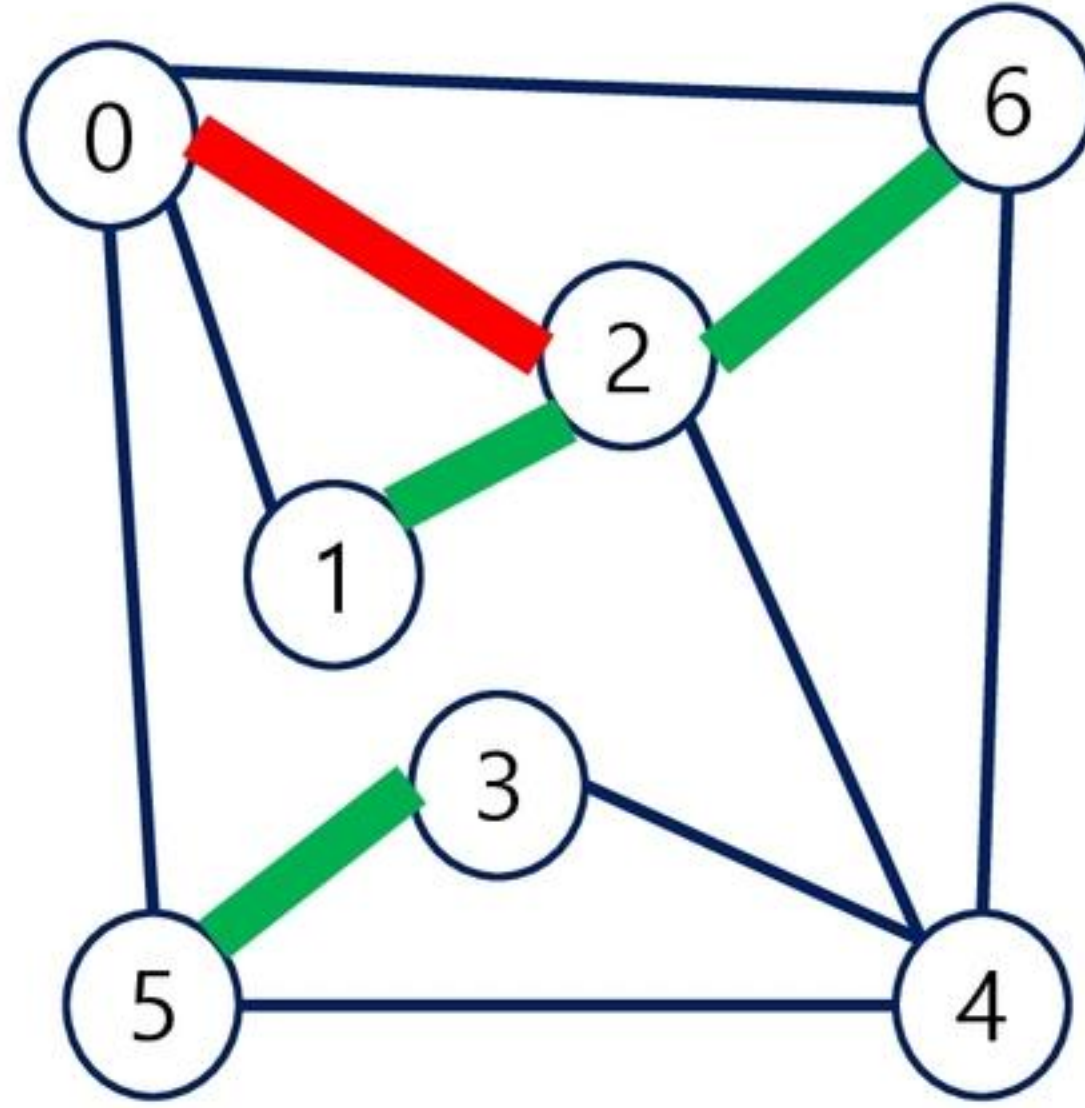
<b>5-3</b>	<b>18</b>	5-3	18
<b>1-2</b>	<b>21</b>	1-2	21
2-6	25		
0-2	31		
0-1	32		
3-4	34		
5-4	40		
2-4	46		
0-6	51		
4-6	51		
0-5	60		



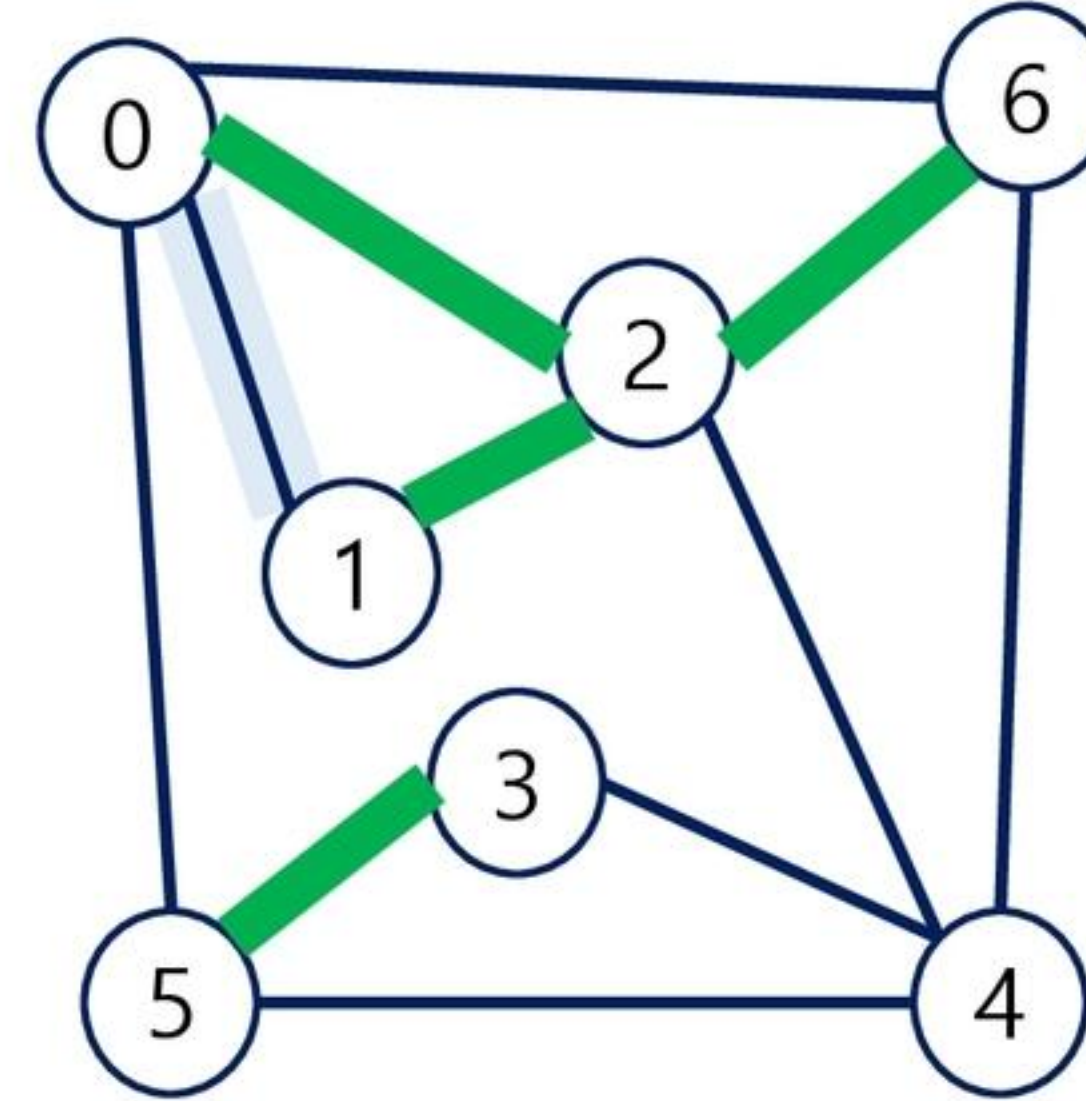
<b>5-3</b>	<b>18</b>	5-3	18
<b>1-2</b>	<b>21</b>	1-2	21
<b>2-6</b>	<b>25</b>	2-6	25
0-2	31		
0-1	32		
3-4	34		
5-4	40		
2-4	46		
0-6	51		
4-6	51		
0-5	60		



# KRUSKAL 알고리즘

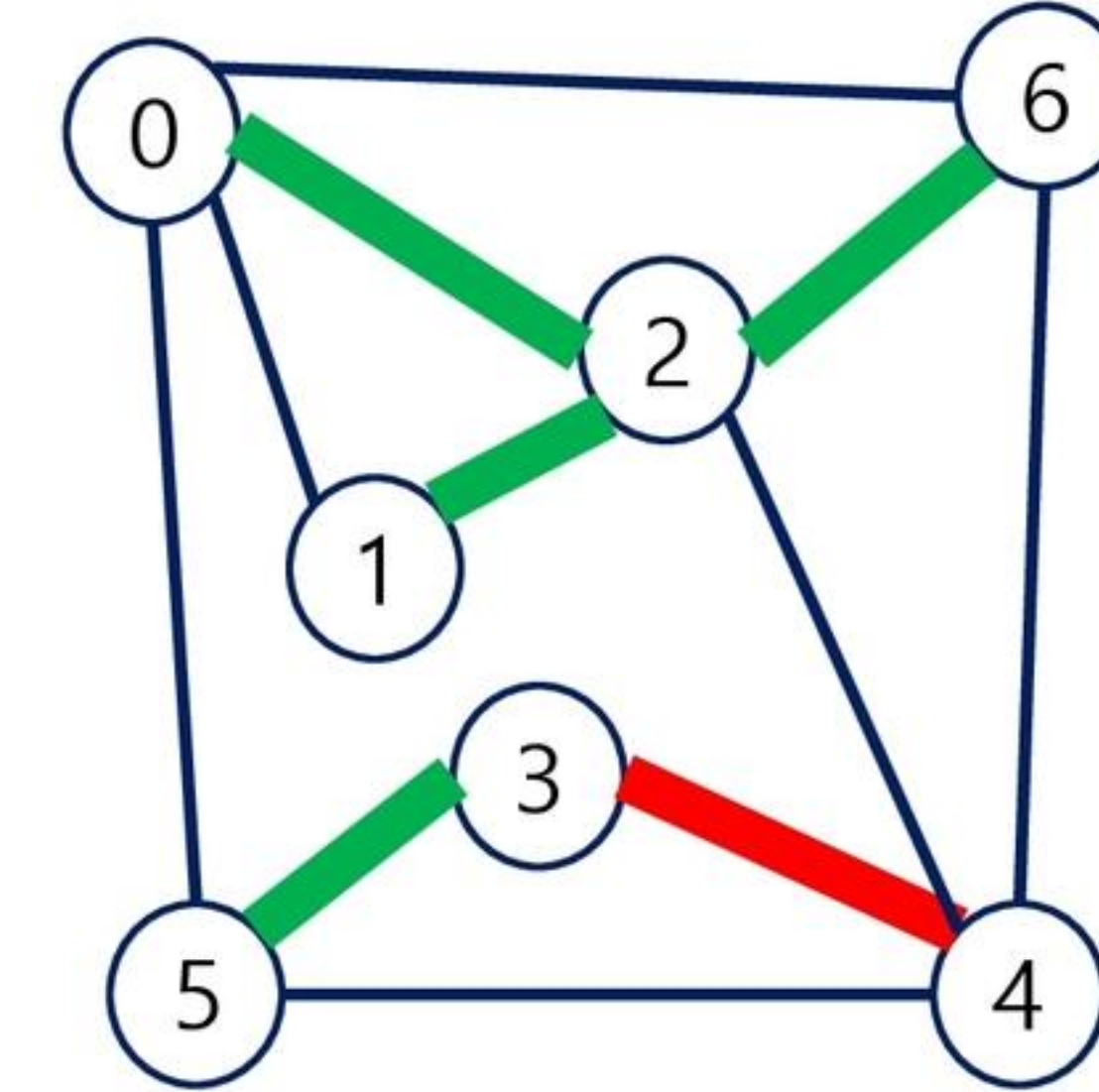


5-3	18	5-3	18
1-2	21	1-2	21
2-6	25	2-6	25
0-2	31	0-2	31
0-1	32		
3-4	34		
5-4	40		
2-4	46		
0-6	51		
4-6	51		
0-5	60		



5-3	18	5-3	18
1-2	21	1-2	21
2-6	25	2-6	25
0-2	31	0-2	31
<u>0-1</u>	<u>32</u>		
3-4	34		
5-4	40		
2-4	46		
0-6	51		
4-6	51		
0-5	60		

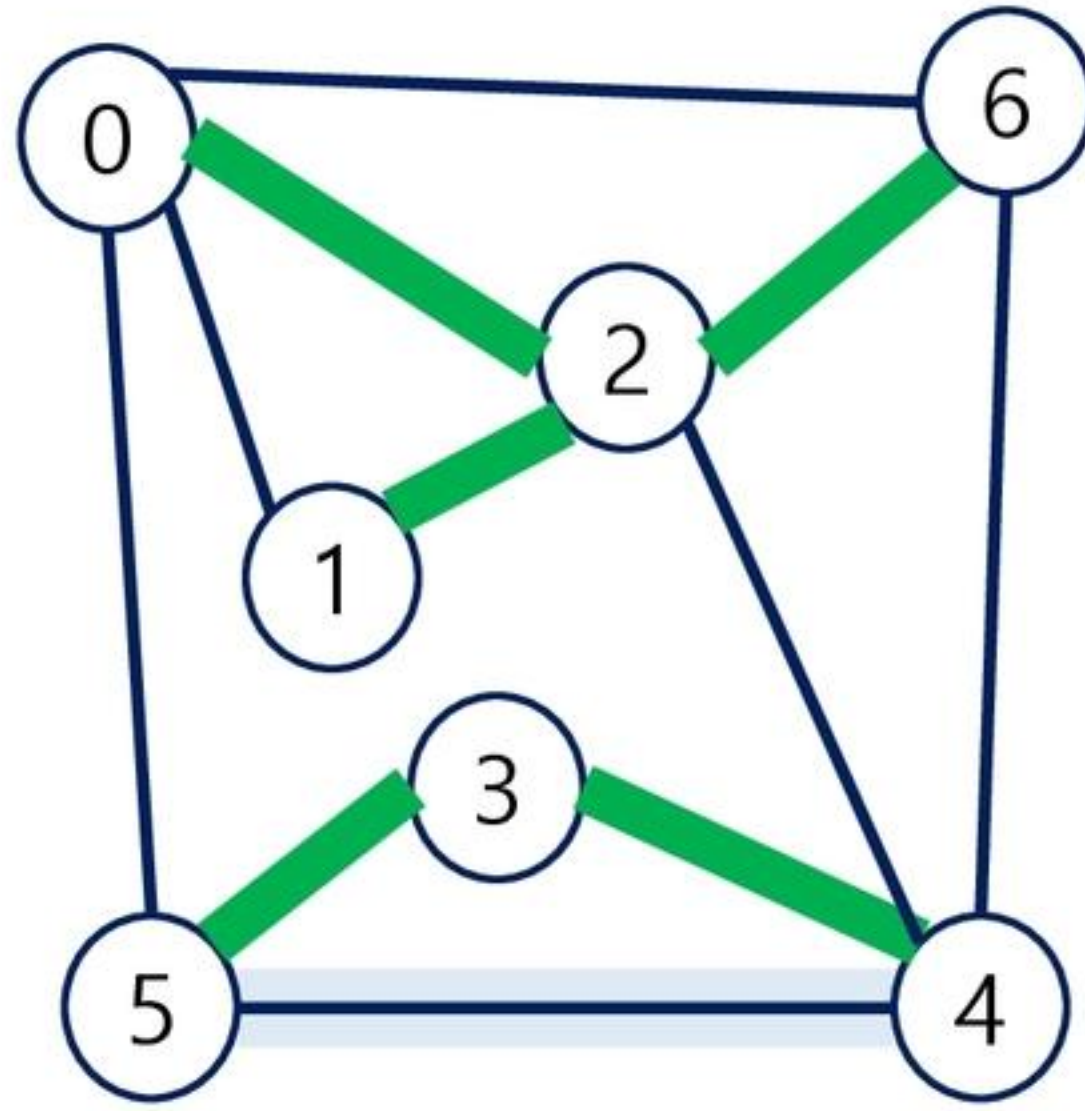
사이클 존재  
→ 다음 간선선택



5-3	18	5-3	18
1-2	21	1-2	21
2-6	25	2-6	25
0-2	31	0-2	31
0-1	32	3-4	34
<b>3-4</b>	<b>34</b>		
5-4	40		
2-4	46		
0-6	51		
4-6	51		
0-5	60		

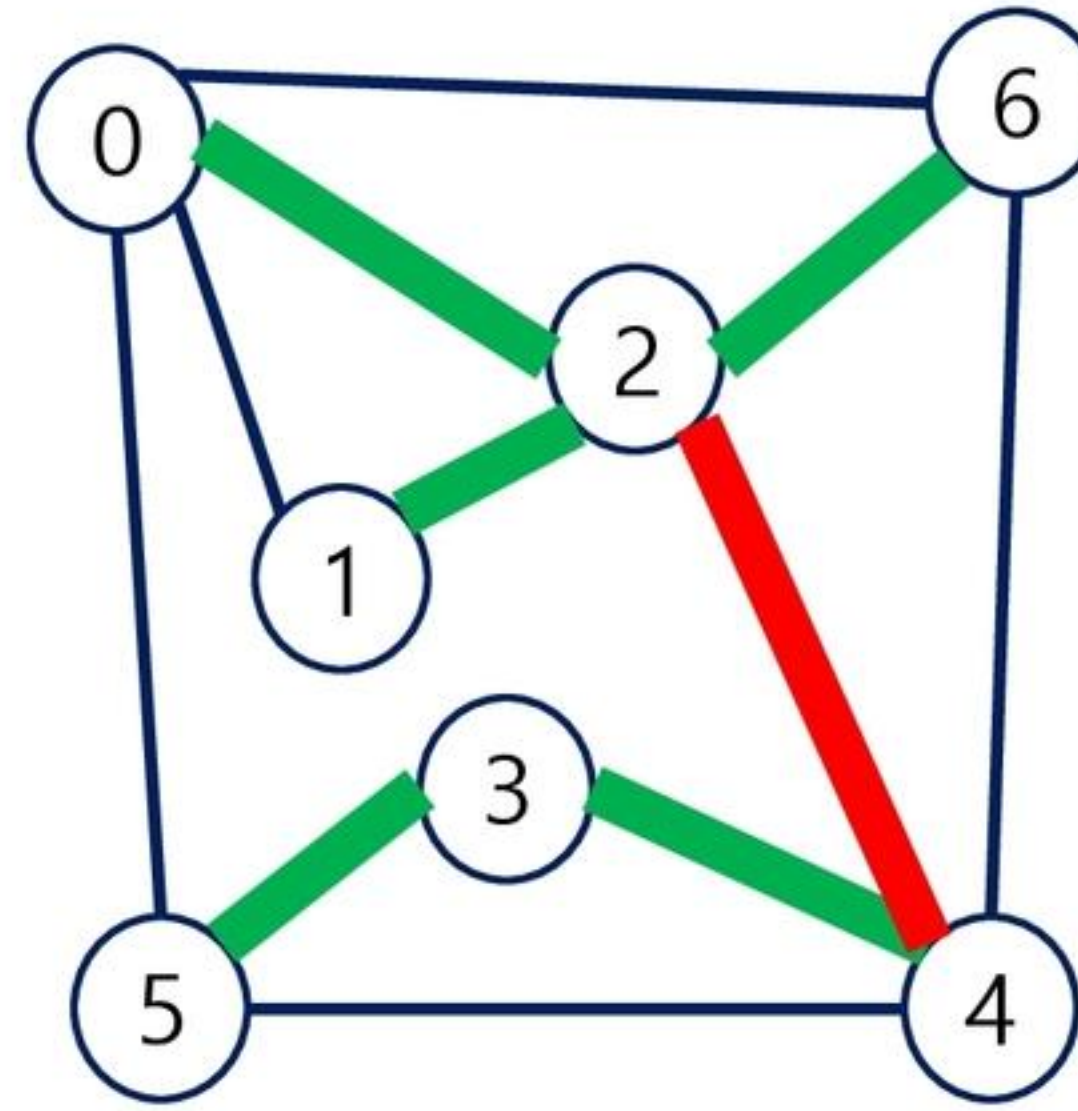


# KRUSKAL 알고리즘

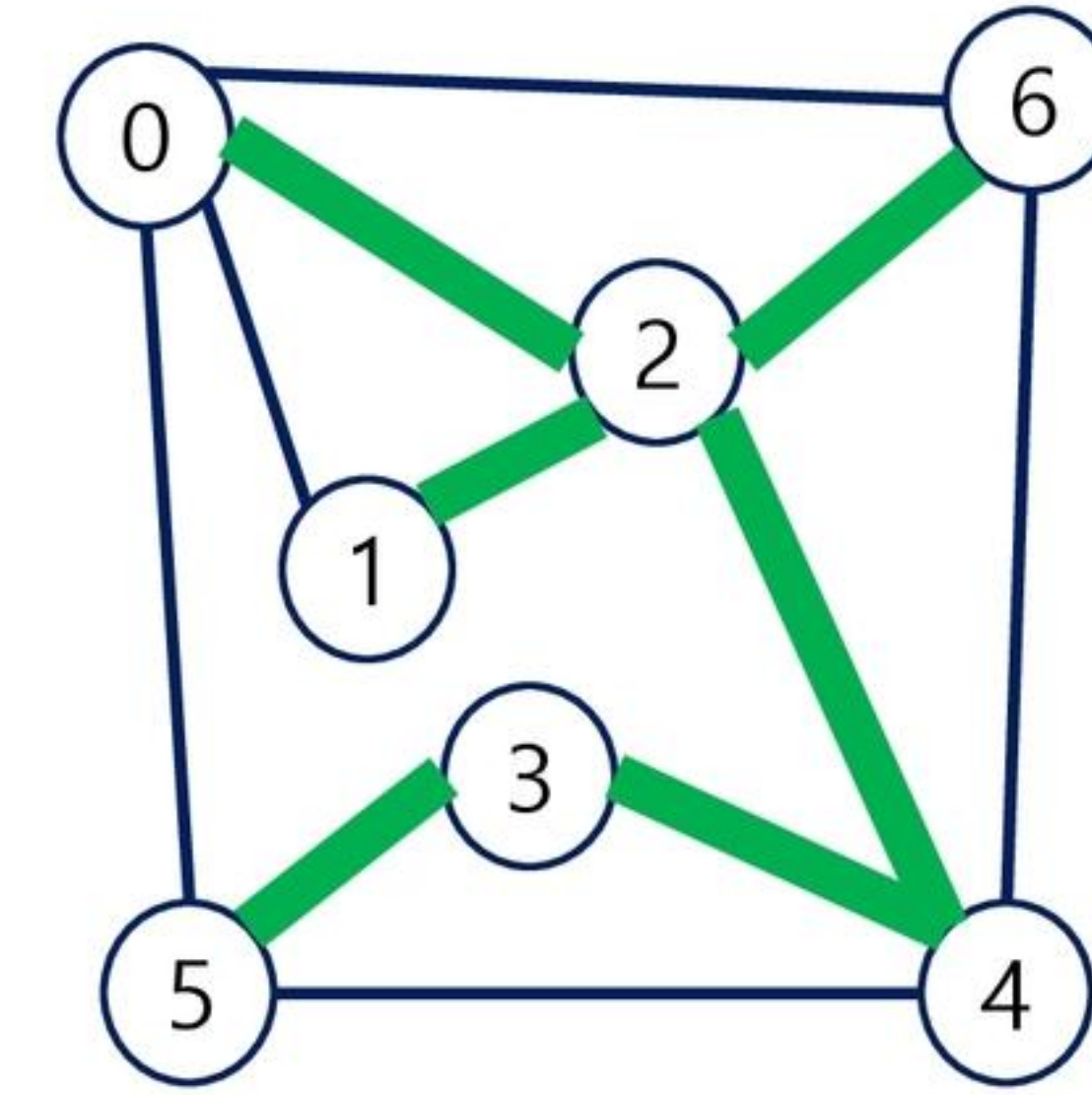


5-3	18
1-2	21
2-6	25
0-2	31
0-1	32
3-4	34
<b>5-4</b>	<b>40</b>
2-4	46
0-6	51
4-6	51
0-5	60

사이클 존재  
→ 다음 간선선택



5-3	18
1-2	21
2-6	25
0-2	31
0-1	32
3-4	34
5-4	40
<b>2-4</b>	<b>46</b>
0-6	51
4-6	51
0-5	60



5-3	18
1-2	21
2-6	25
0-2	31
3-4	34
2-4	46

그래프의 정점의 수  $N = 7$   
 $N-1 = 6$  개의 간선이 선택됨



# KRUSKAL 알고리즘

## ✓ 알고리즘

```
// G.V: 그래프의 정점 집합  
// G.E: 그래프의 간선 집합
```

```
MST-KRUSKAL(G, w)
```

```
  FOR vertex v in G.V
```

```
    Make-Set(v)
```

```
  G.E에 포함된 간선들을 가중치 w를 이용한 오름차순 정렬
```

```
  FOR 가중치가 가장 낮은 간선  $(u, v) \in G.E$  선택(n-1개)
```

```
    IF Find-Set(u)  $\neq$  Find-Set(v)
```

```
      Union(u, v)
```



# PRIM 알고리즘



## ✓ 하나의 정점에서 연결된 간선들 중에 하나씩 선택하면서 MST를 만들어 가는 방식

- ① 임의의 정점을 하나 선택해서 시작
- ② 선택한 정점과 인접하는 정점들 중의 최소 비용의 간선이 존재하는 정점을 선택
- ③ 모든 정점이 선택될 때 까지 ①, ② 과정을 반복

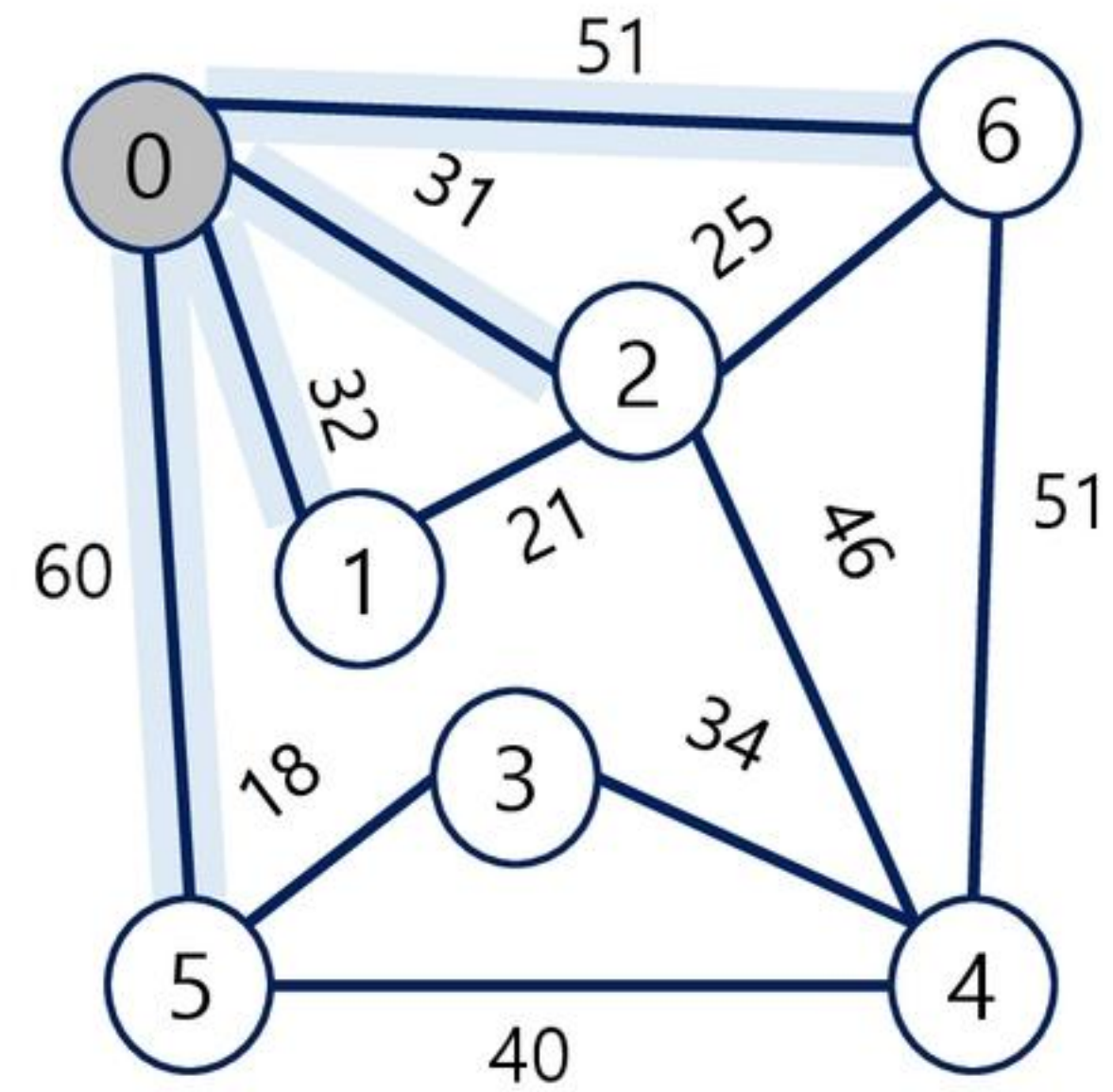
## ✓ 서로소인 2개의 집합(2 disjoint-sets) 정보를 유지

- 트리 정점들(tree vertices) – MST를 만들기 위해 선택된 정점들
- 비트리 정점들(non-tree vertices) – 선택 되지 않은 정점들



# PRIM 알고리즘

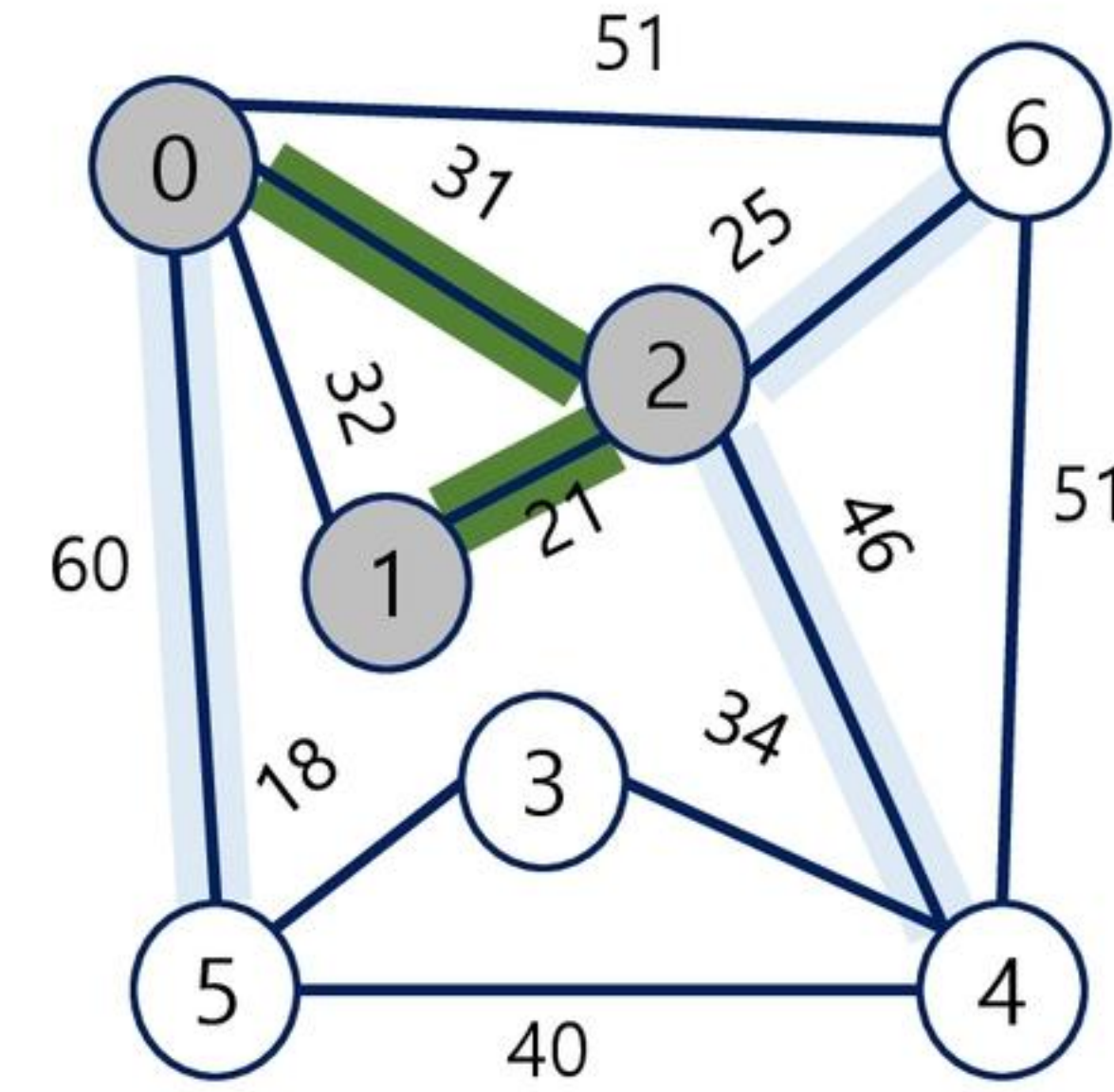
## 알고리즘 적용 예



간선들> 0-1 0-2 0-5 0-6



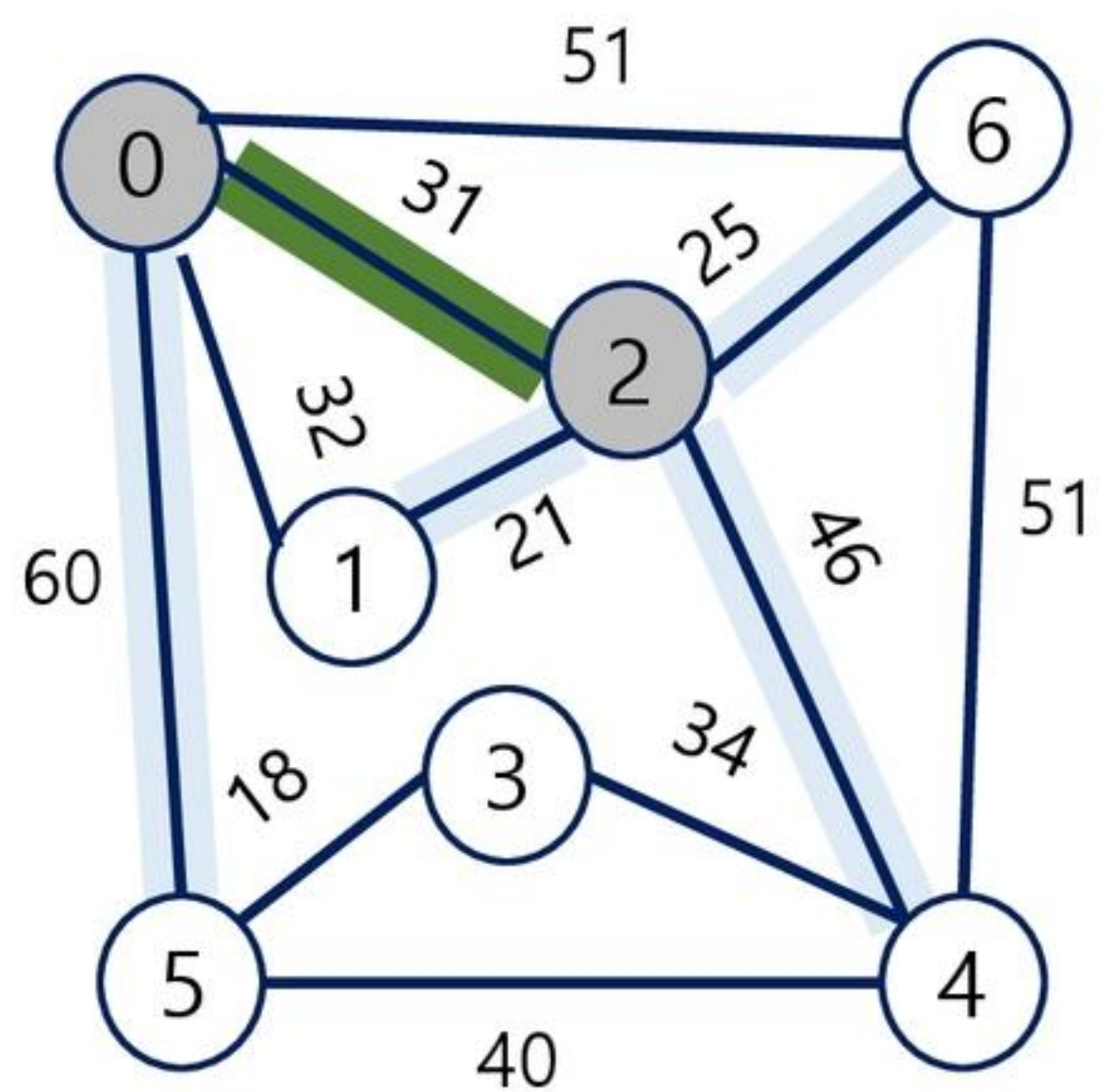
누적 비용: 0



간선들> 0-5 2-4 2-6



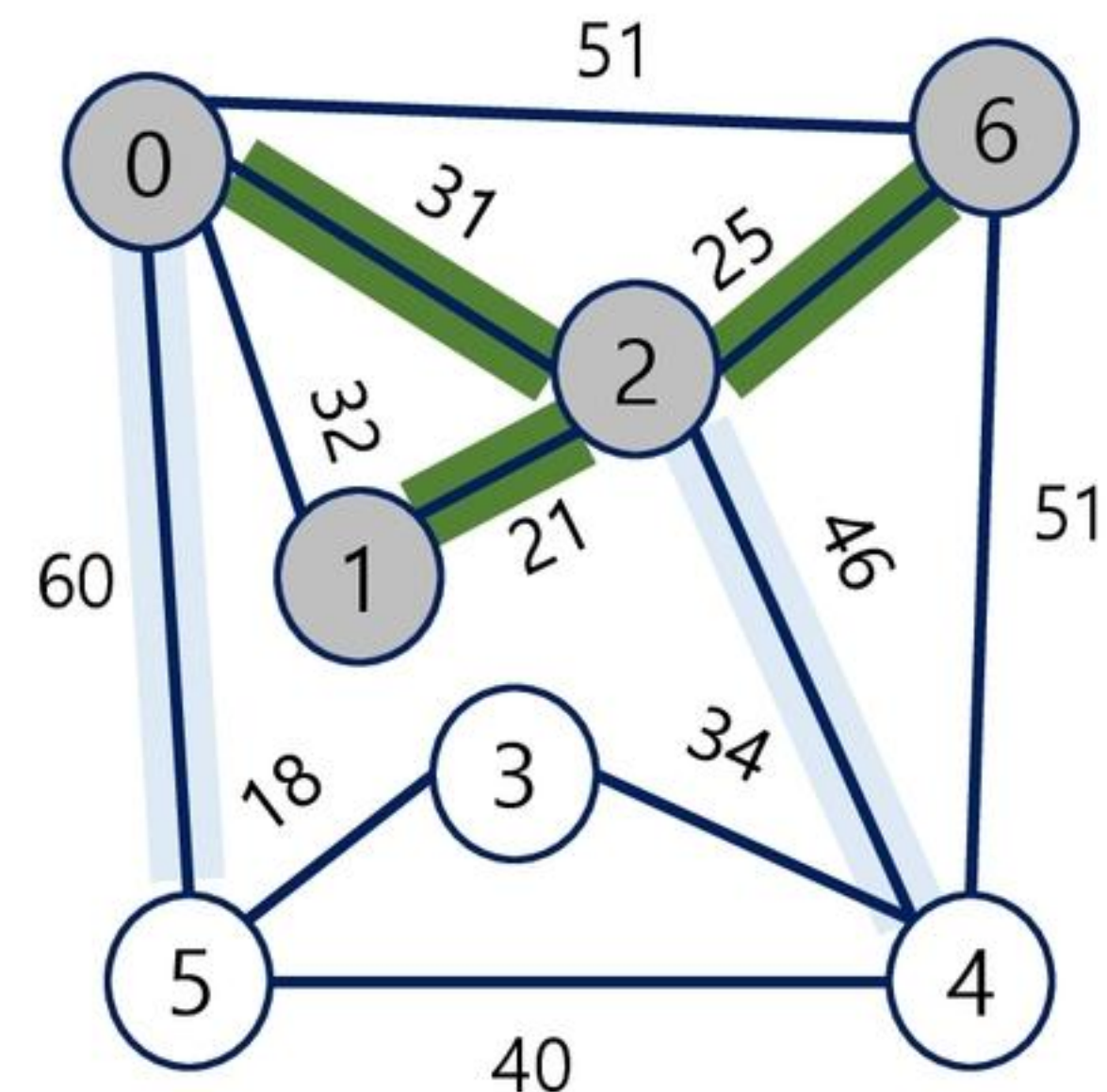
누적 비용: 52



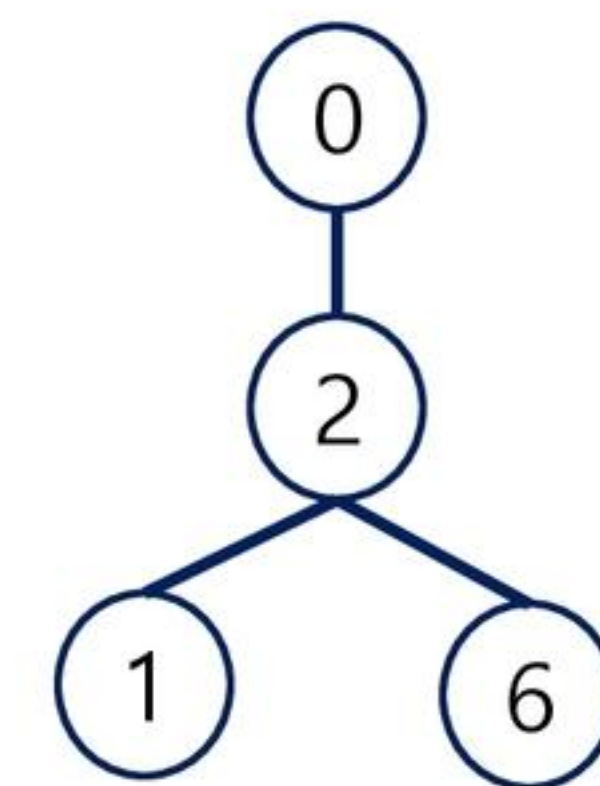
간선들> 0-1 0-5 0-6 2-1 2-4 2-6



누적 비용: 31



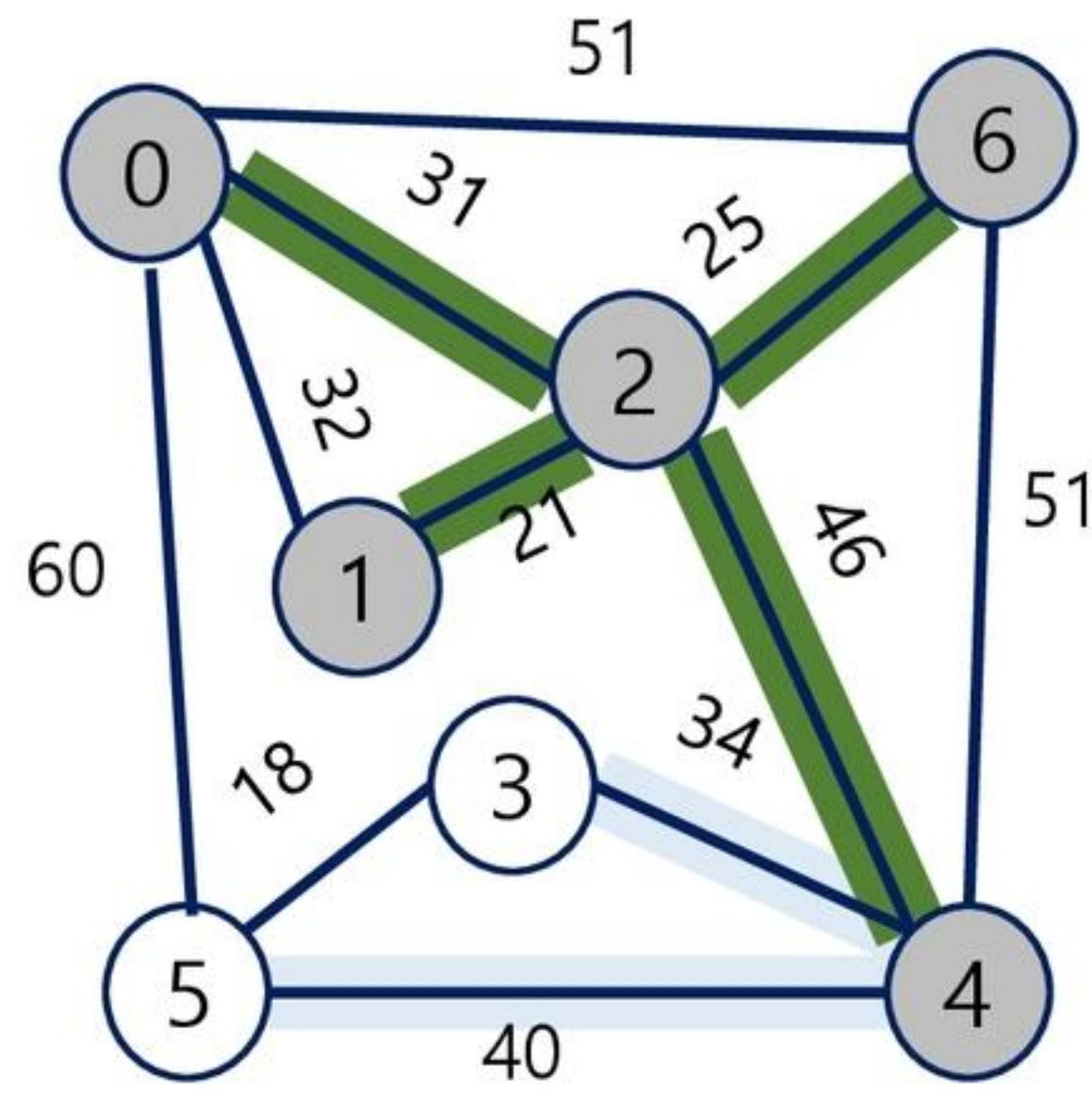
간선들> 0-5 2-4 6-4



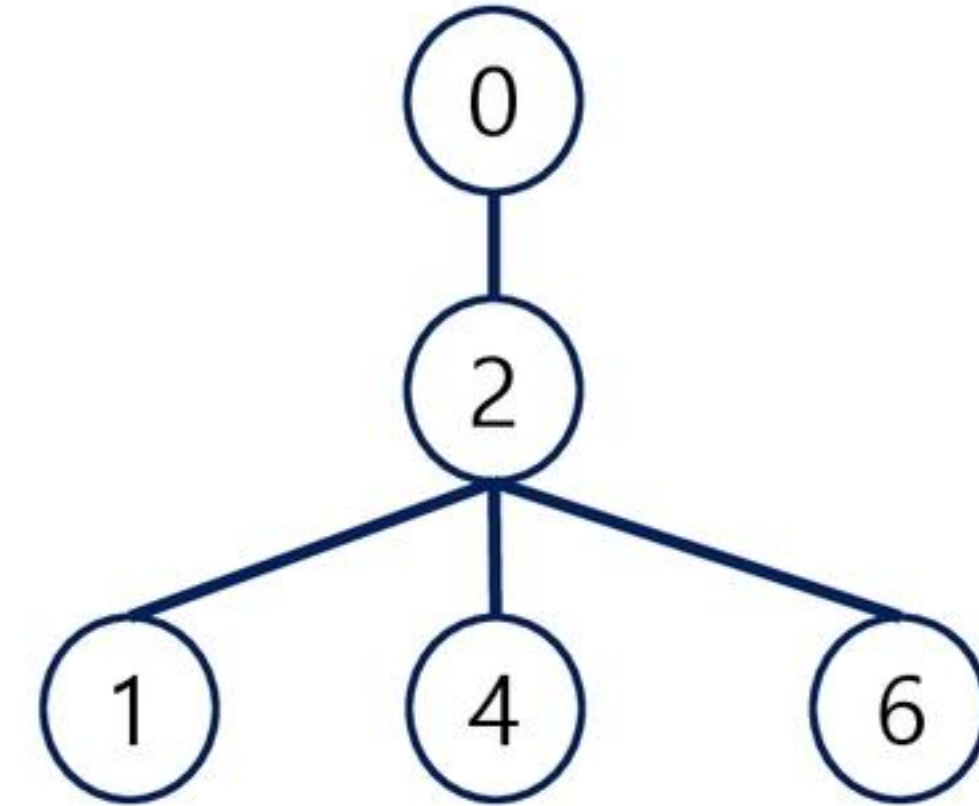
누적 비용: 77



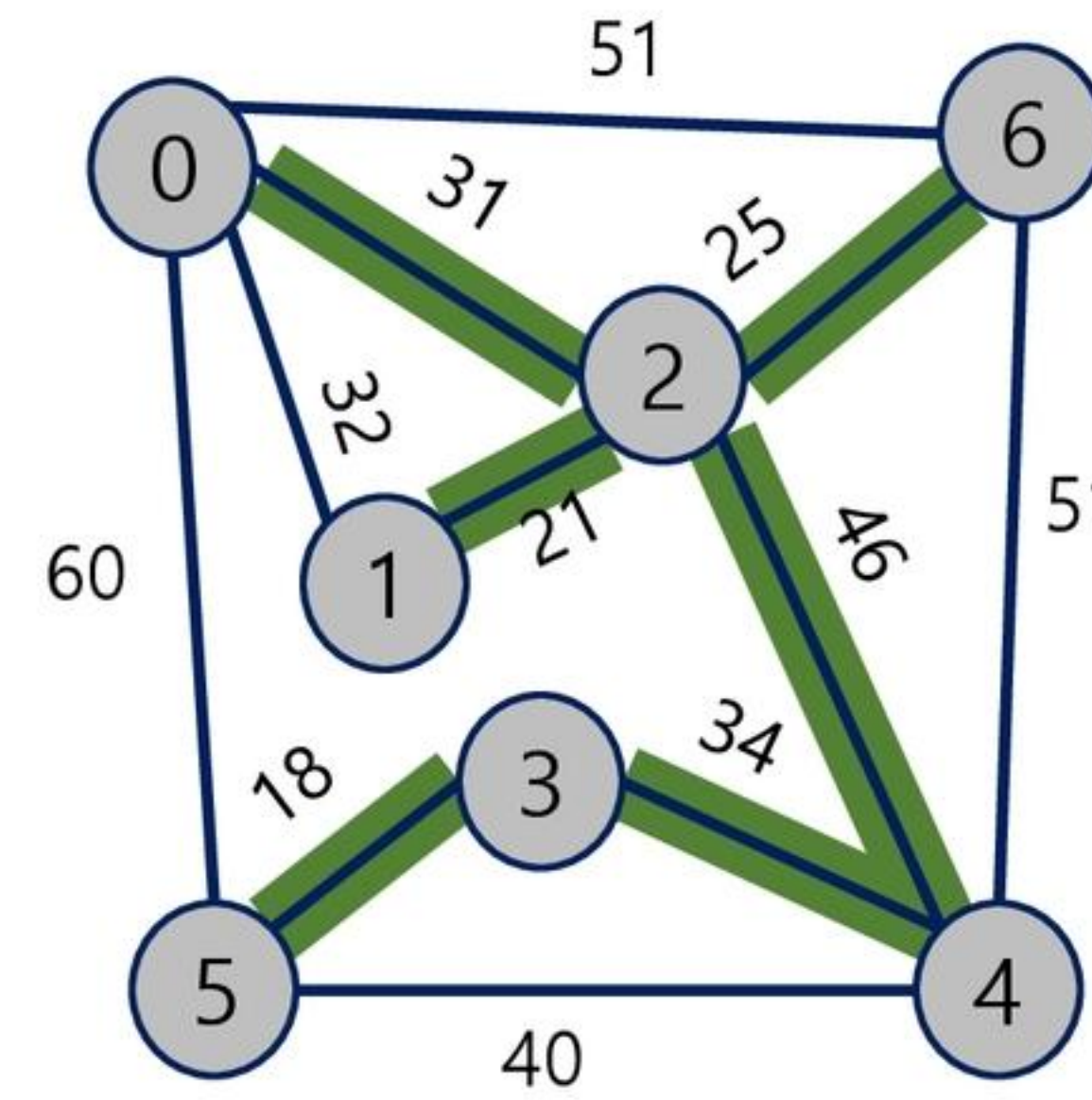
# PRIM 알고리즘



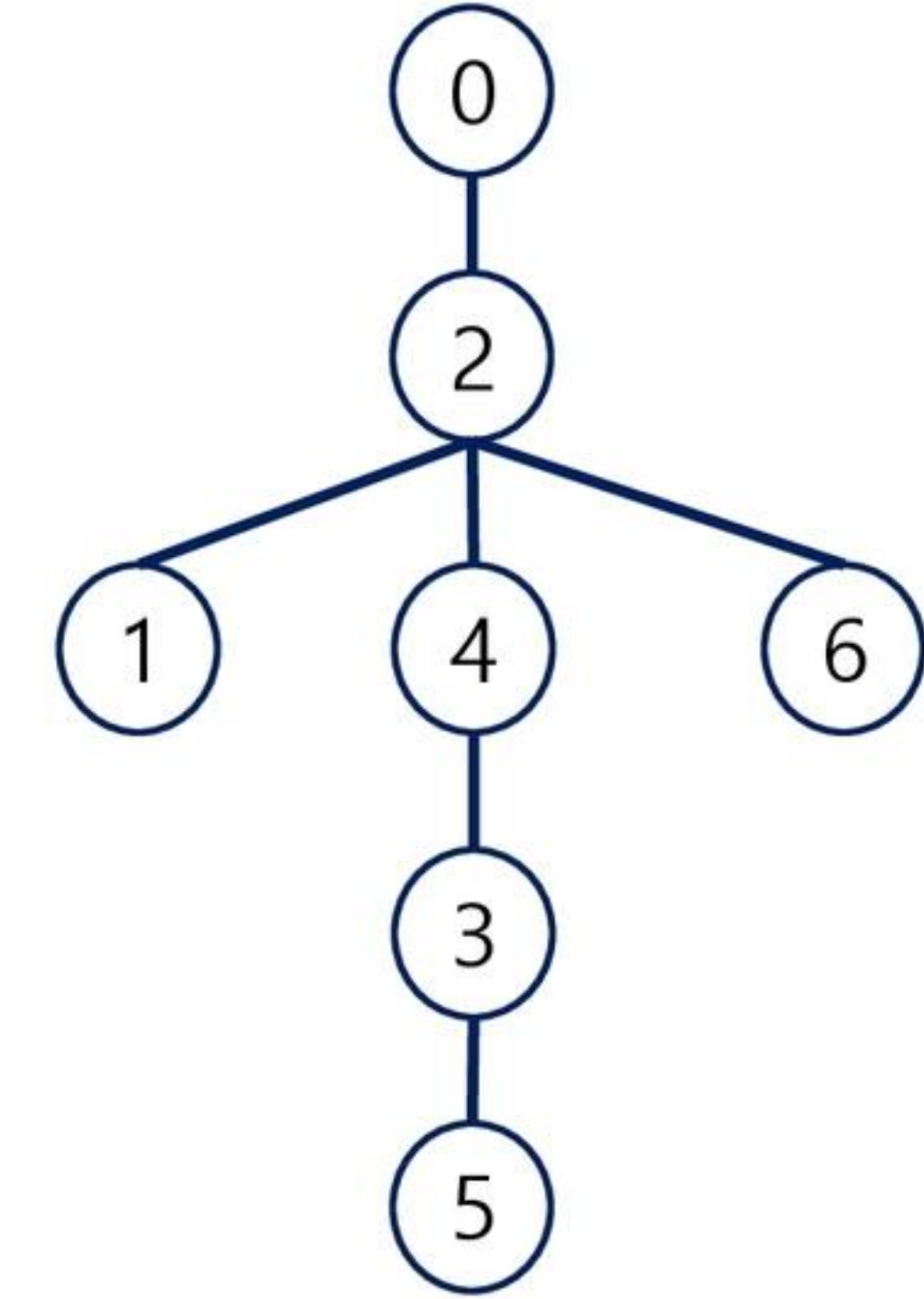
간선들 > 0-5 4-3 4-5



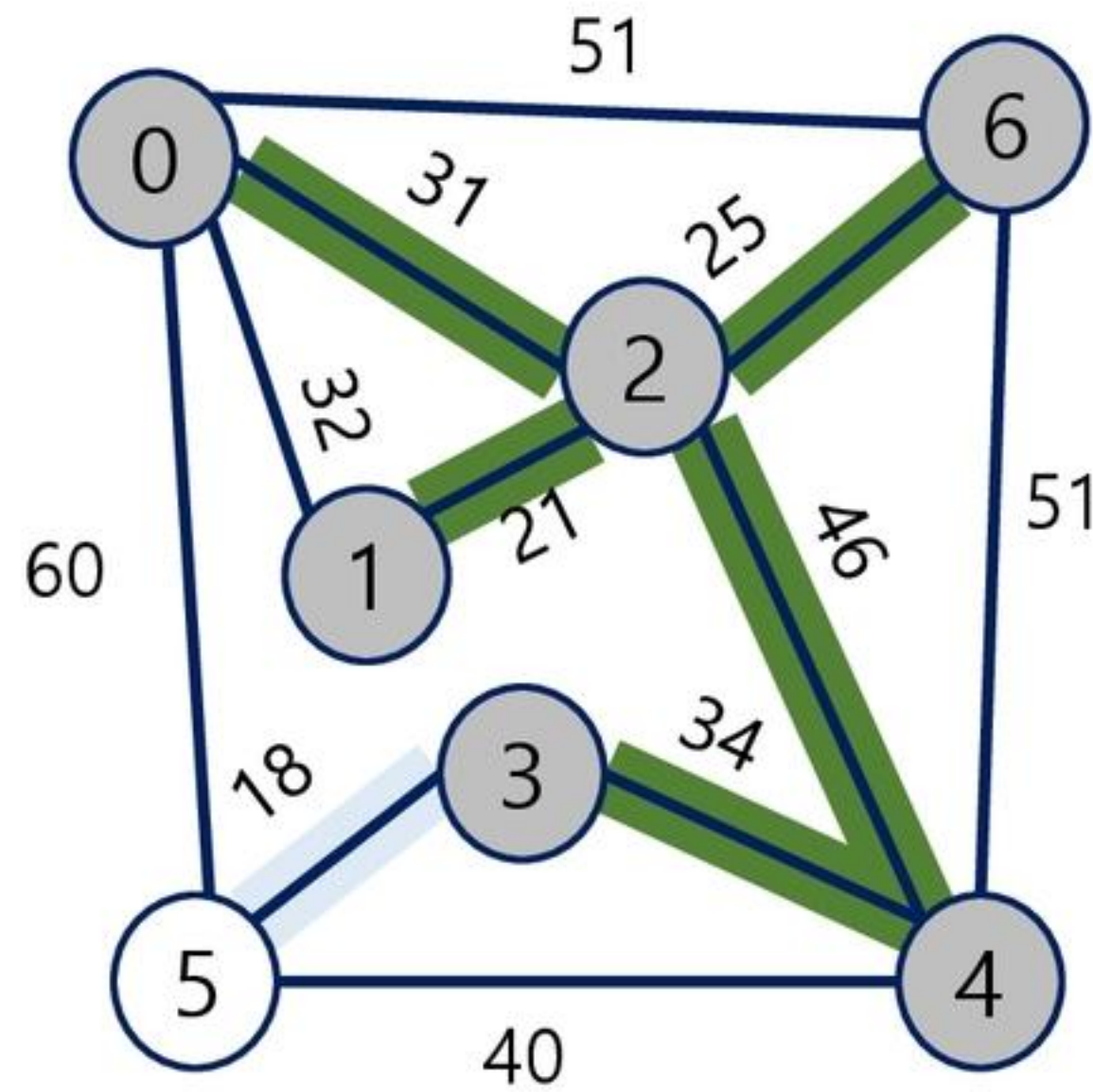
누적 비용: 123



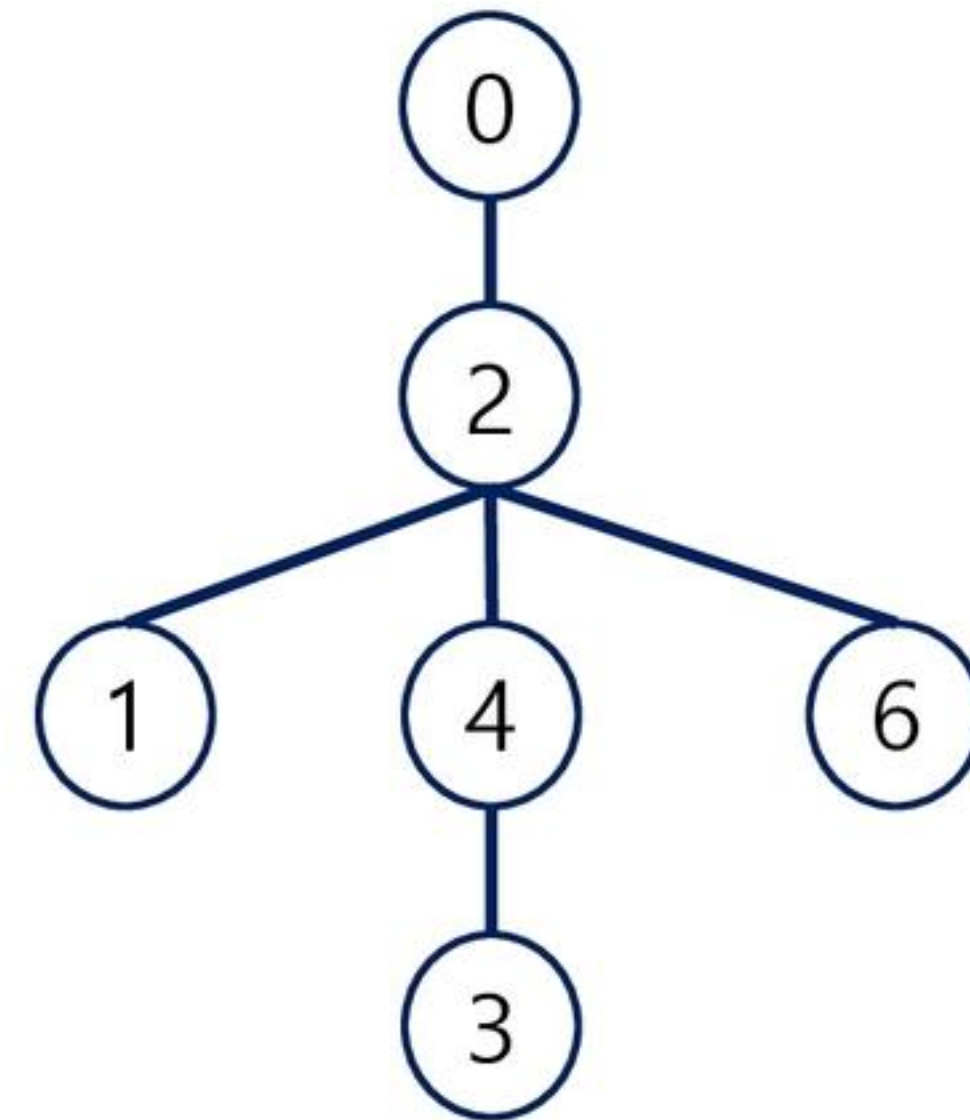
.51



누적 비용: 175



간선들 > 5 4-5 3-5



누적 비용: 157



## ✓ 알고리즘

```
MST-PRIM(G, r)           // G: 그래프, r:시작 정점, minEdge[]: 각 정점기준으로 타 정점과의 최소 간선 비용
    result ← 0, cnt ← 0    // result: MST비용, cnt: 처리한 정점수, visited[]: MST에 포함된 정점여부
    FOR u in G.V
        minEdge[u] ← ∞
    minEdge[r] ← 0         // 시작 정점 r의 최소비용 0 처리
    WHILE true
        u ← Extract-MIN( ) // 방문하지 않은(MST에 포함되지 않은 정점) 최소비용 정점 찾기
        visited[u] ← true   // 방문 처리
        result ← result + minEdge[u]; // 비용 누적
        if(++cnt == N) break; // 모든 정점이 다 연결되었으면 MST 완성
        FOR v in G.Adj[u]   // u의 인접 정점들
            IF visited[v] == false AND w(u, v) < minEdge[v] // u->v 비용이 v의 최소비용보다 작다면 갱신
                minEdge[v] ← w(u, v)
    return result
end MST-PRIM
```



# Appendix



# PRIM 알고리즘 with PriorityQueue



# PRIM 알고리즘 with PriorityQueue

## ✓ 알고리즘

```
MST-PRIM(G, r)           // G: 그래프, r:시작 정점, minEdge[]: 각 정점기준으로 타 정점과의 최소 간선 비용
    result ← 0, cnt ← 0    // result: MST비용, cnt: 처리한 정점수, visited[]: MST에 포함된 정점여부
    FOR u in G.V
        minEdge[u] ← ∞
    minEdge[r] ← 0         // 시작 정점 r의 최소비용 0 처리
    WHILE true
        u ← Extract-MIN( ) // 방문하지 않은(MST에 포함되지 않은 정점) 최소비용 정점 찾기
        ...
    return result
end MST-PRIM
```





# 다음 방송에서 만나요!

삼성 청년 SW 아카데미