

삼성 청년 SW 아카데미

APS 응용

목차

1. 최장 증가 수열
2. 최장 증가 수열1 - DP
3. 최장 증가 수열2 - 이진 검색 활용

최장 증가 수열

문제 제시 : 최장 증가 수열의 길이는?

- ✓ 다음과 같이 어떤 수열이 왼쪽에서 오른쪽으로 나열돼 있다.
 - 3, 2, 6, 4, 5, 1
- ✓ 이 배열 순서를 유지하면서 크기가 점진적으로 커지는 가장 긴 부분수열의 길이는 얼마일까?

- ✓ Longest Increasing Subsequence

- ✓ 최장 증가 수열

- ✓ 어떤 수열이 왼쪽에서 오른쪽으로 나열되어 있으면, 그 배열 순서를 유지하면서 크기가 점진적으로 커지는 가장 긴 부분 수열을 추출하는 문제

- 3, 2, 6, 4, 5, 1
- 3, 2, 6, 4, 5, 1
- 최장 증가 수열의 해 중 하나는 2, 4, 5이다. 길이는 3이다.
- 어떻게 구할 수 있을까?

Brute-force 접근 방법

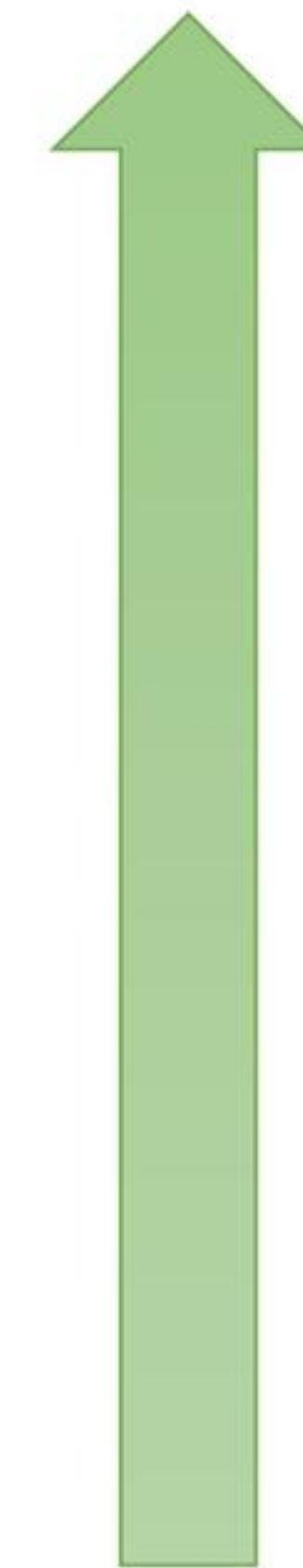
- ✓ 수열의 모든 부분 집합을 구하여 그 부분 집합이 증가 수열인지 판별한다.

증가 수열 중 가장 길이가 긴 값을 구한다.

- ✓ 예 : $S = \{ 3, 2, 6, 4, 5, 1 \}$

- $2^N = 2^6 = 64$ 개의 부분집합

길이	
0	{ }
1	{3}, {2}, {6}, {4}, {5}, {1}
2	{3,2}, {3,6}, {3,4}, {3,5}, {3,1}, {2,6}, {2,4}, ...
...	...
5	{3, 2, 6, 4, 5}, {3, 2, 6, 4, 1}, {3, 2, 6, 5, 1}, ...
6	{3, 2, 6, 4, 5, 1}



부분 수열의
길이가 긴 것부터
조사하는 것이 유리

Brute-force 접근 방법

✓ 알고리즘

- 부분집합 알고리즘을 활용
- $O(2^n)$ → 지수시간 복잡도

최장 증가 수열1 - DP

DP 접근 방법1

- ✓ 입력 : 숫자 배열 a_1, a_2, \dots, a_n
- ✓ $LIS(i)$: a_1, a_2, \dots, a_i 에서 최장 부분 수열의 길이
- ✓ $LIS(i)$ 를 $LIS(1), LIS(2), \dots, LIS(i-1)$ 와의 관계로 표현 할 수 있을까?
- ✓ Case1 : $LIS(i)$ 가 a_i 를 부분 수열의 마지막으로 포함하지 않는다면, $LIS(i) = LIS(i-1)$
- ✓ Case2 : $LIS(i)$ 가 a_i 를 부분 수열의 마지막으로 포함한다면, $LIS(i) = ?$

✓ Case2 : LIS(i)가 a_i 를 포함한다면, LIS(i) = ?

- 증가 수열의 관계인 $a_j < a_i$ 인 a_j 찾는다.
- j 값을 알 수 없으므로 모두 검색해야 한다.
- 그 중 최대값을 찾아 1 증가시켜 LIS(i)에 저장한다.

$$\text{LIS}(i) = 1 + \max_{j < i \text{ and } a_j < a_i} \text{LIS}(j)$$

- LIS(i) 중에서 최대값을 찾는다. ($i: 1 \sim n$)

✓ DP접근 알고리즘

- $LIS[i]$: i 원소를 부분 수열의 마지막으로 하는 부분 수열의 최장 길이 값
- $O(n^2)$

```
FOR i in 1 → n
    LIS[i] = 1
    FOR j in 1 → i - 1
        IF  $a_j < a_i$  AND  $LIS[i] < LIS[j] + 1$ 
             $LIS[i] = LIS[j] + 1$ 
RETURN max LIS[ ]
```

- { 3, 2, 6, 4, 5, 1 }

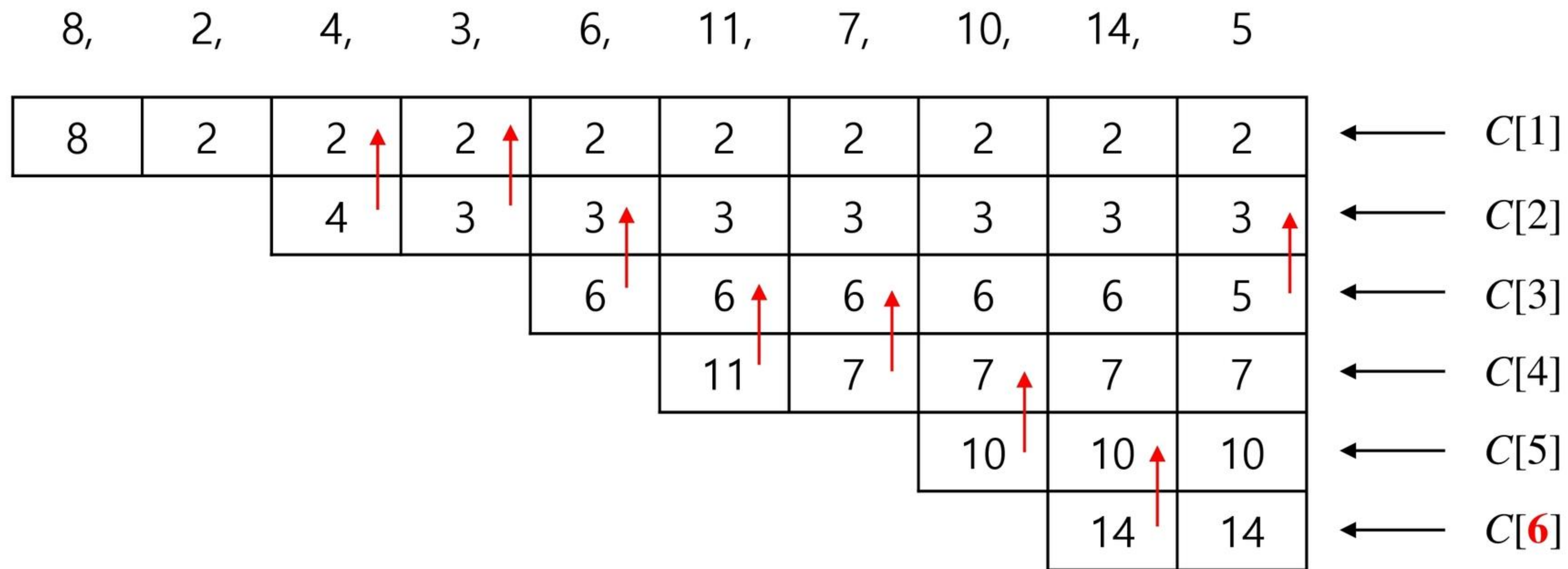
LIS[1]	LIS[2]	LIS[3]	LIS[4]	LIS[5]	LIS[6]
1	1	{3,6} : 2	{3,4} : 2	{3,4,5} : 3	1

최장 증가 수열2 - DP : 이진 검색 활용

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ 이진 검색을 이용한 보다 효율적인 방법

- $C[k]$: 길이 k 의 증가 수열에 대하여 길이 k 자리에 위치에 올 수 있는 가능한 값 중 가장 작은 값을 $C[k]$ 에 저장.
- 각 원소마다 $C[]$ 를 갱신하기 위해 이진 검색을 수행한다.
- $O(n \log n)$



LIS → 6

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ 키가 다음과 같은 인형들의 LIS는?



3



2



6



4



5



1

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, 5, 1 }



3

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
3					

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, 5, 1 }



3



2

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
3 2					

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, 5, 1 }



2



6

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
2	6				

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, 5, 1 }



2



6



4

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
2	6 4				

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, **5**, 1 }



2



4



5

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
2	4	5			

최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, 5, **1** }



2



4



5



1

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
2 1	4	5			

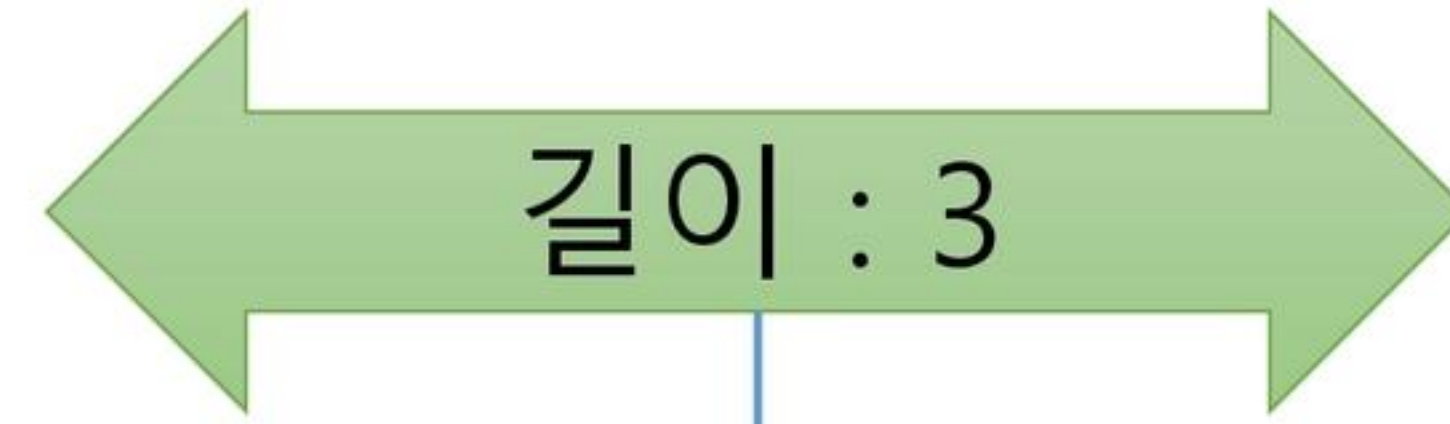
최장 증가 수열2 - DP: 이진 검색 활용

✓ { 3, 2, 6, 4, 5, 1 }



→ LIS를 구성하는 값이 아님에 주의!!!

길이 1	길이 2	길이 3	길이 4	길이 5	길이 6
1	4	5			



LIS → 3

다음 방송에서 만나요!

삼성 청년 SW 아카데미