

1. 모형

1.1 VAR(p) 기반 전이효과

본 단락에서는 Diebold and Yilmaz(2009, 2012, 2014, 이하 DY)의 전이효과 지수에 대해 간략하게 요약하고자 한다. 먼저 변수가 m 개이고 시차가 p 인 안정적시계열 VAR(p)모형을 가정한다.

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim i.i.d(0, \Sigma)$$

$$Y_t = (y_{1t} \ y_{2t} \ \cdots \ y_{mt})^T, \ t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

Y_t 는 종속변수 벡터($m \times 1$)을 나타내며 오차항 ϵ_t 는 $(0_m, I)$ 분포를 따른다. 여기서 I 은 대각행렬을 의미한다. 안정시계열을 가정함으로 VAR(p)을 무한차수로 나타내면 moving avereg 형태로 표현할 수 있다.

$$Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \epsilon_{t-i}, \ t = 1, \dots, T \quad (2)$$

A_i 는 $I_{m \times m}$ 항등행렬을 나타내면 i 가 0 보다 작을 경우 $A_i = 0$ 를 만족한다. s 예측기간을 설정할 경우, Koop et al(1996)에 의해 GFEVD(Generalized Forecast Error Variance Decomposition)는식 (3) 같이 표현된다.

$$\theta_{ij,s} = \frac{\sum_{h=0}^s (e_i' A_h \Sigma e_j)^2}{\sum_{h=0}^s (e_i' A_h \Sigma A_h' e_i)} \quad (3)$$

여기서 Σ 은 Cholesky 인자, e_i 는 i 번째 원소만 1이고 나머진 0인 벡터를 의미한다. 식 (3)를 예측오차분산분해 대각행렬의 합으로 나누어 주면 식 (4)와 같은 일반화 예측오차 분산분해(generalized forecast error variance decomposition) 도출할 수 있다.

$$\widetilde{\theta_{ij,s}^g} = \frac{\theta_{ij,s}}{\sum_{j=1}^m \theta_{ij,s}} \quad (4)$$

총전이효과(total spillovers)은 일반화 예측오차 분산분해행렬 비대각원소의 합을 설명변수의 수로 나누어 도출한다.

$$total\ spillovers = \frac{\sum_{i,j=1, i \neq j}^m \widetilde{\theta}_{ij,s}^g}{m} \times 100 \quad (5)$$

총전이효과가 100%에 접근할수록 변수간 연계성 높다고 말하고 0%에 가까울수록 상호가
간 계성이 낮다고 말할 수 있다.

유입전이효과(spillovers from others, S_i^{\leftarrow})와 유출전이효과(spillovers to others, S_i^{\rightarrow})를 통해 전이효과의 방향성을 알 수 있다. 먼저 유입전이효과(S_i^{\leftarrow})는 변수 i 의 예측오차 분산 중에 자신의 충격을 제외한 나머지 모든 변수 j 들의 충격이 설명하는 정도를 나타낸다. 다시 말해 i 를 제외한 모든 변수 j 가 변수 i 의 변동성에 미치는 영향을 의미한다.

$$spillovers\ from\ others : S_i^{\leftarrow} = \frac{\sum_{j=1, i \neq j}^m \widetilde{\theta}_{ij}^g}{m} \times 100 \quad (6)$$

반대로 유출전이효과(S_i^{\rightarrow})는 변수 i 의 충격이 다른 변수들 j 의 변동성에 미치는 정도를 나타낸다.

$$spillovers\ to\ others : S_i^{\rightarrow} = \frac{\sum_{j=1, i \neq j}^m \widetilde{\theta}_{ji}^g}{m} \times 100 \quad (7)$$

식(7)에서 식(6)를 빼면 이용해 순전이효과(net spillovers, N_i)를 도출할 수 있다. 순전이효과는 전이효과의 방방향과 크기 비교의 척도가 되며 식 (8)과 같이 도출한다.

$$net\ spillovers : N_i = S_i^{\rightarrow} - S_i^{\leftarrow} \quad (8)$$

N_i 가 양수일 경우, 변수 i 는 다른 변수에 영향을 미치는 정보 발신자를 의미한다. 반면 N_i 가 음수일 경우, 변수 i 는 다른 시장에 의해 영향을 받는 정보 수신자를 의미한다.

마지막으로 쌍별 순전이효과(net pairwise spillovers, NP_{ij})는 두 시장간 연계성을 직접 측정한다. 다시 말해 변수 i 가 변수 j 에 미치는 효과와 변수 j 가 변수 i 에 미치는 효과의 차

이를 측정한다.

$$NP_{ij} = \left(\frac{\widetilde{\theta_{ji,s}^g}}{\sum_{i,k=1}^m \widetilde{\theta_{ik,s}^g}} - \frac{\widetilde{\theta_{ij,s}^g}}{\sum_{j,k=1}^m \widetilde{\theta_{jk,s}^g}} \right) \times 100 \quad (9)$$

NP_{ij} 가 양수일 경우 변수 i 가 변수 j 를 주도한다고 볼 수 있다. 반대로 NP_{ij} 가 음수일 경우 변수 j 가 변수 i 를 주도한다고 볼 수 있다.

1.2 QVAR 기반 전이효과

앞서 언급한 DY의 VAR 전이효과는 평균 충격에 대한 평균 반응만을 검출한다는 한계 점을 지니고 있다. 동 한계를 해소하기 위해 Ando et al(2022)은 분위수 벡터 자기회귀(이하 QVAR)를 이용해 분위별 전이지수 모형을 고안하였다. QVAR 전이지수는 기존 DY의 VAR 모형을 분위수별(q)로 확장한 개념이다. 여기서 q 는 분위수 값을 의미한다. 일반적인 경제상황의 경우 q 는 중위수 값인 0.5를 갖는다. 반면 급락과 급등의 경제상황의 경우 분위수 값은 각각 0.05, 0.95 값을 갖는다.

기본 가정으로 분위수 q 값을 반영하는 안정시계열 VAR(QVAR)을 가정한다.

$$y_t(q) = \mu(q) + \sum_{j=1}^p \phi_j(q)y_{t-j} + \epsilon_t(q) \quad (10)$$

여기서 y_t 는 t 시점에서의 내생변수 벡터, $\mu(q)$ 는 상수항, $\phi_j(q)$ 는 계수 행렬, $\epsilon_t(q)$ 은 오차 벡터, q 는 분석하고자 하는 분위수를 나타낸다. 식 (10) 또한 무한차수로 형식으로 표현할 수 있다. (i 가 0 보다 작을 경우 $A_i = 0$ 를 만족)

$$Y_t(q) = \mu(q) + \sum_{i=0}^{\infty} A_i(q)\epsilon_{t-1}(q), \quad t = 1, \dots, P \quad (11)$$

예측기간을 H 로 설정할 경우, 동 방식(Koop et al(1996)))으로 다음과 같이 도출된다.

$$\theta_{ij}(H) = \frac{\sum (q)_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h(q) \Sigma(q) e_j)^2}{\sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h(q) \Sigma(q) A_i(q)' e_i)} \quad (12)$$

일반화 분산분해행렬하에서 자기 변수의 분산 기여도 합이 1이 되지 않기에 분위수별 분산분해행렬의 각 성분을 행의 합으로 표준화한다.

$$\widetilde{\Theta}_{ij}(H) = \frac{\Theta_{ij}(H)}{\sum_{j=1}^k \Theta_{ij}(H)} \quad (13)$$

여기서 $\sum_{j=1}^k \widetilde{\Theta}_{ij}(H) = 1$, $\sum_{i,j=1}^k \widetilde{\Theta}_{ij}(H) = N$ 를 정의한다. 이를 통해 분위별 전이지수를 도출할 수 있다.

$$TSI(q) = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \widetilde{\Theta}_{ij}(q)}{N} \times 100 \quad (14)$$

$$TO_i(q) = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \widetilde{\Theta}_{ij}(q)}{N} \times 100 \quad (15)$$

$$FROM_i(q) = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \widetilde{\Theta}_{ji}(q)}{N} \times 100 \quad (16)$$

$$NSI(q) = TO(q) - FMOR(q) \quad (17)$$

TSI는 총전이지수, TO는 유출전이효과, FROM은 유입전이효과 그리고 NSI는 순전이효과를 의미하며 해석은 기존 DY과 같다.

1.3 데이터

한미일 3개국 금융시장 간의 전이효과를 분석하고자 각국의 주가지수(Kospi, S&P 500, Nikkei), 달러 대비 환율, 3년물 채권 금리, 10년물 채권 금리 총 11개 변수의 일별 데이터를 활용한다. 기준 금리와 단기 채권 금리는 중복 성질을 가짐으로 기준 금리 데이터는 본 분석에서 제외한다. 단기 채권은 3년물, 장기 채권은 10년물로 사용한다. 기간은 각 데이터의 Length가 일치하는 2010/06/10 ~ 2024/09/06 범위로 설정한다. Na, Null 값은 전후 평균값으로 대체한다.

그림 1 한국 데이터

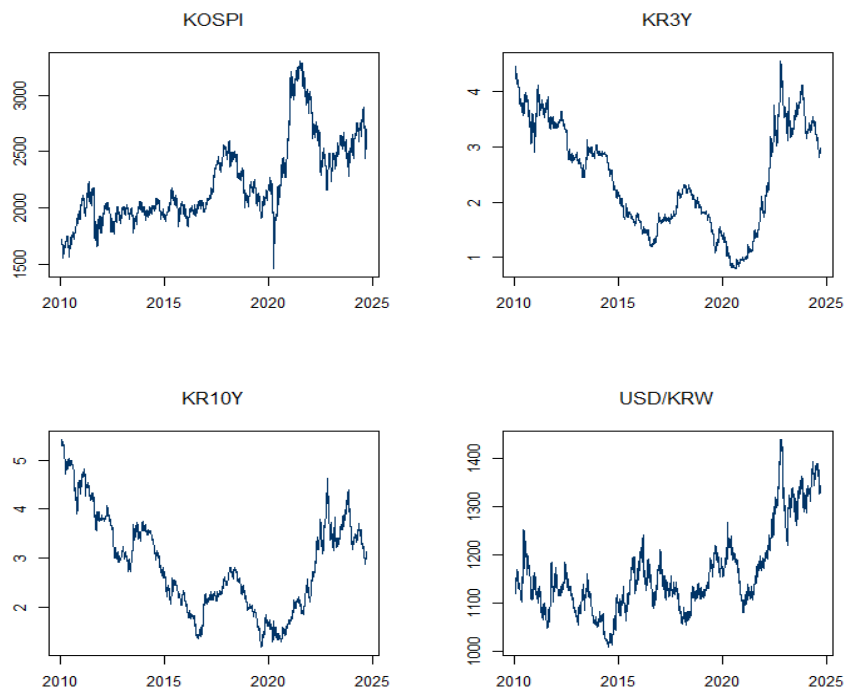


그림 2 일본 데이터

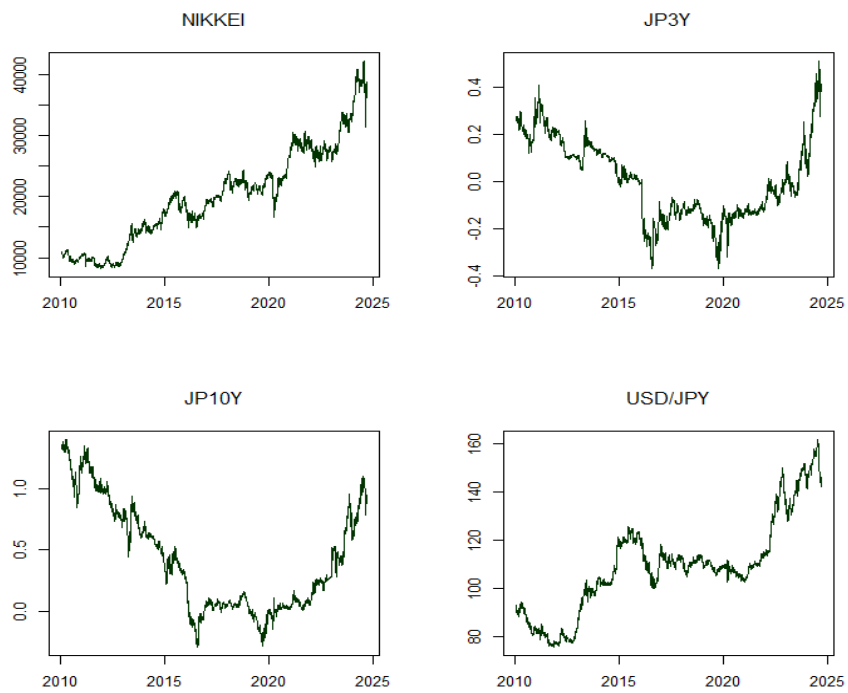
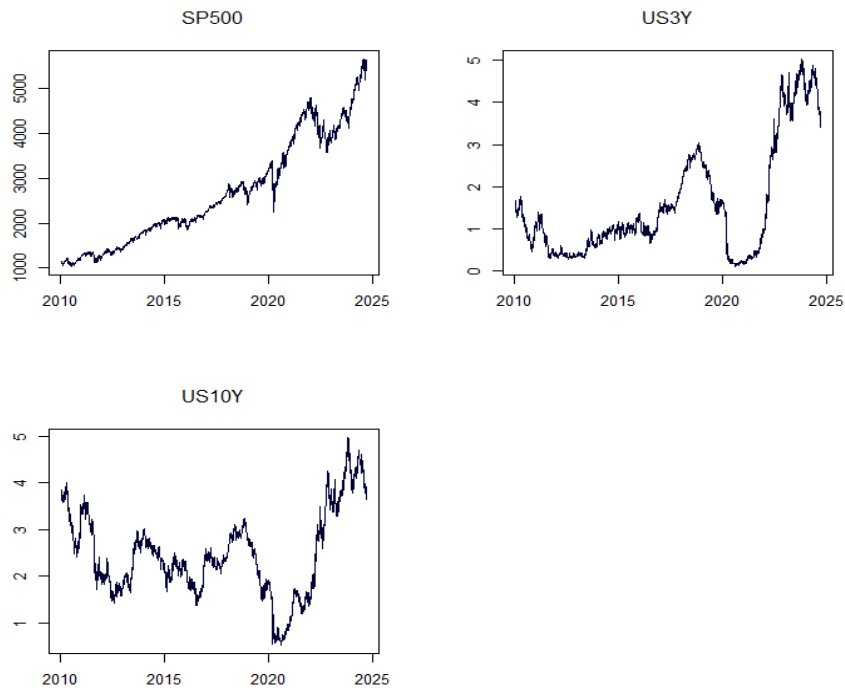


그림 3 미국 데이터



<표1>은 시계열 데이터의 정상성을 검증하기 위해 ADF Test를 실시한 결과이다.

표 1 ADF Test

	KOSPI	USD/KRW	KR3Y	KR10Y	NIKKEI	USD/JPY	JP3Y	JP10Y	SP500	US3Y	US10Y
p	0.175	0.1393	0.7201	0.5424	0.08137	0.5702	0.99	0.9852	0.5082	0.6944	0.5967

p value가 0.05 이상 시, "단위근이 존재한다"는 귀무가설을 기각하지 못한다. 다시 말해 해당 시계열은 단위근이 존재하는 비정상 시계열이다. <표 1>를 보면 모든 변수가 0.05 이상의 p value를 가짐으로 차분의 필요성이 제기된다.

로그 1차 차분을 하여 정상정을 만족하고자 한다. 먼저 JP3Y, JP10Y의 경우 음수 값이 존재함으로 각 변수의 Min 값을 더한 다음 0.001를 추가적으로 더해 0 값이 없게 전처리를 한다. <표 2>는 로그 1차 차분을 한 ADF 검증과 기초 통계량을 보여준다.

표 2 ADF Test과 기초 통계량

	KOSPI	USD/KRW	KR3Y	KR10Y	NIKKEI	USD/JPY	JP3Y	JP10Y	SP500	US3Y	US10Y
<u>ADF</u>	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**	0.01**
<u>mean</u>	0.00012	0.00005	-0.00013	-0.00018	0.00037	0.00013	0.00007	-0.00009	0.00048	0.00022	-0.00002
<u>Max</u>	0.08251	0.03096	0.12768	0.12490	0.09737	0.03343	2.89037	2.94444	0.08968	0.37949	0.34175
<u>Min</u>	-0.09176	-0.03708	-0.08798	-0.09216	-0.13234	-0.04322	-3.52636	-3.71357	-0.12765	-0.53630	-0.38777
<u>Std.</u>	0.01107	0.00584	0.01649	0.01603	0.01408	0.00621	0.12576	0.11443	0.01140	0.04978	0.02973
<u>Skeness</u>	-0.60258	-0.01892	0.35868	0.20483	-0.63476	-0.20371	-2.50249	-3.77024	-0.79303	-0.05922	-0.35278
<u>Kurtosis</u>	10.20954	6.23831	8.80689	8.50655	11.07165	7.26859	376.34053	505.97189	16.22723	14.60871	30.27821
<u>JB</u>	7335.5***	1439.9***	4700.1***	4186***	9166***	2524.4***	19139584***	34739952***	24366**	18504**	102227**

먼저 ADF 테스트 결과를 보면 모든 변수의 p-value 값이 0.01 이하로 나타나 정상성을 만족한다. 이는 각 변수의 시계열 데이터가 정상성을 확보하고 있어 추가적인 차분이 필요하지 않음을 의미한다. 따라서 시계열 분석에서 데이터의 안정성을 확보한 상태로 모델을 적용할 수 있다.

기초 통계량을 살펴보면 대부분의 변수는 평균이 0에 매우 가까운 값을 가지고 있다. 각 변수의 수익률이 장기적으로 큰 변화 없이 일정하거나 작은 양의 (+) 혹은 음의 (-) 경향을 보임을 나타낸다. 예를 들어 KOSPI의 평균은 0.00012, USD/KRW의 평균은 0.00005로 거의 변화가 없는 수준이다. 반면 최대값과 최소값을 통해 변동성의 크기를 확인해 보면 채권 금리 변수들(특히 JP3Y, JP10Y, US3Y 등)은 변동폭이 매우 큰 값을 가지고 있다. JP3Y는 최대 2.89, 최소 -3.53의 큰 변동폭을 보여준다. 표준편차의 경우 JP3Y, JP10Y의 변동성이 상당히 크다는 것을 알 수 있다. JP3Y의 표준편차는 0.12576, JP10Y는 0.11443으로 다른 변수들보다 훨씬 큰 값을 갖는다. 반면 주가지수와 환율의 변동성은 비교적 낮은 값을 갖는다. KOSPI의 표준편차는 0.01107, USD/KRW는 0.00584로 변동성이 상대적으로 안정적이라고 할 수 있다.

왜도와 첨도는 비대칭성과 극단값에 대한 정보를 내포한다. JP3Y와 JP10Y는 강한 음의 왜도를 보이며 왼쪽으로 치우친 분포를 가진다.(JP3Y: -2.50249, JP10Y: -3.77024). 또한 이 두 변수는 매우 높은 첨도(JP3Y: 376.34, JP10Y: 505.97)를 보이며, 극단적인 변동성 위험이 크다. KOSPI와 NIKKEI도 비교적 높은 첨도(10.21, 11.07)를 보이지만 채권 금리만큼은 심각하지 않다.

마지막으로, Jarque-Bera(JB) 테스트 결과, 모든 변수에서 비정규성이 강하게 나타난다. JB 테스트의 p-value 값이 0.01 이하로 모든 변수는 정규분포를 따르지 않으며 특히 JP3Y와 JP10Y는 극단적인 비정규성을 보인다. 이 두 변수는 JB 값이 1억 단위로 매우 크며 이는 분포 내에 많은 극단값(outliers)이 존재한다는 것을 의미합니다. 주가 및 환율 변수들도 비정규성을 보이지만 채권 금리 변수들에 비해 그 정도가 덜합니다.

종합적으로 정상성 확보와 함께 변동성 및 비정규성이 큰 변수들이 많이 존재하며, 특히 채권 금리(JP3Y, JP10Y 등)의 극단적인 변동성과 비정규성을 고려해야 한다. 특히 극단값에 민감한 모델링(t-GARCH, Quantile VAR 등)이 필요할 수 있다.

그림 4 로그 차분 한국 데이터

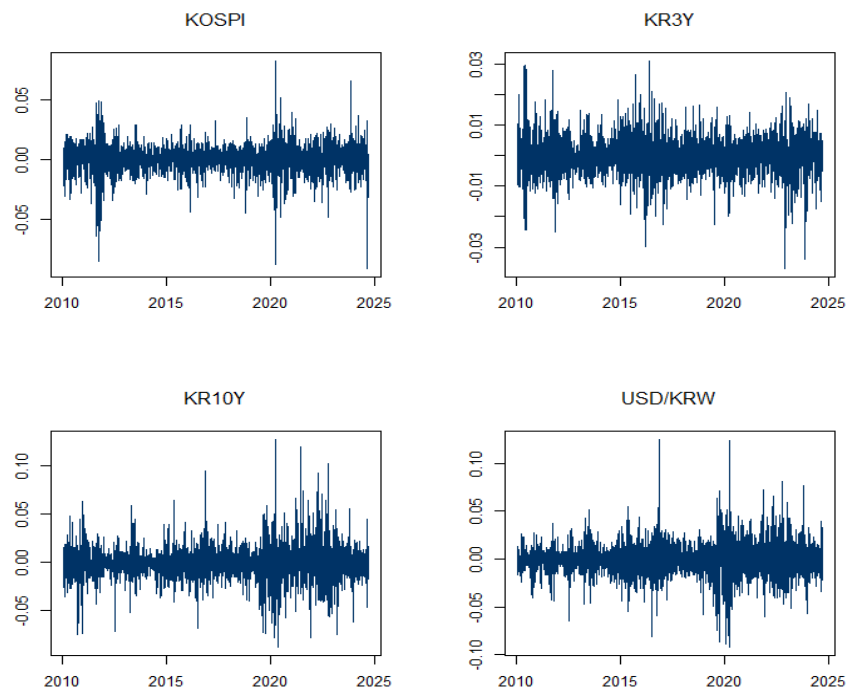
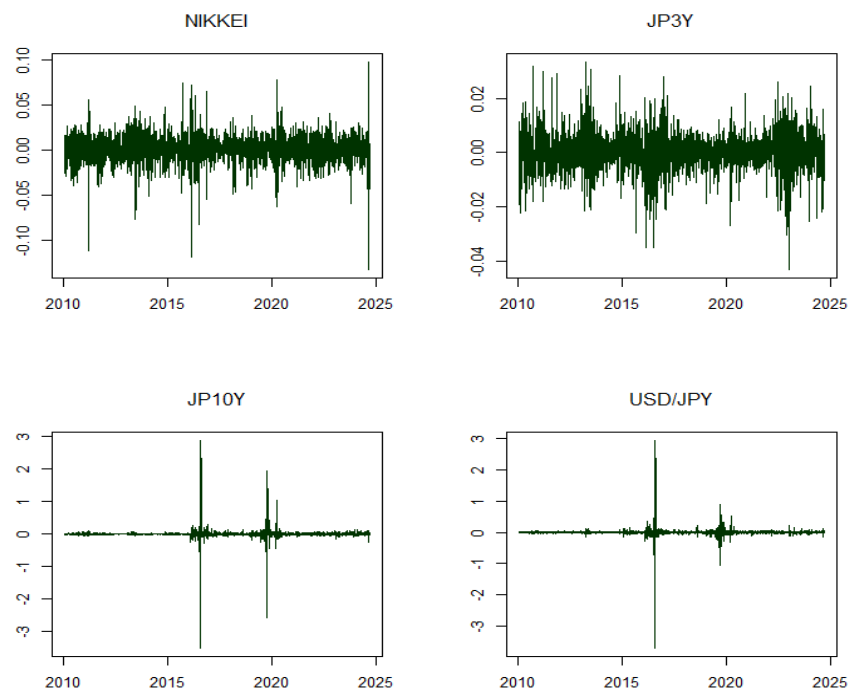


그림 5 로그 차분 일본 데이터



1.4 분석 결과

VAR 모형과 QVAR 모형을 비교하여 최적 모형을 선택하고자 한다. Ando et al (2022)가 사용한 SIC 기준으로 lag는 1로 설정한다.

그림 6 VAR

	KOSPI_diff	USD_KRW_diff	KR3Y_diff	KR10Y_diff	NIKKEI_diff	USD_JPY_diff	JP3Y_diff	JP10Y_diff	SP500_diff	US3Y_diff	US10Y_diff	FROM
KOSPI_diff	53.78	9.64	0.38	0.81	16.81	0.77	0.19	0.13	14.17	1.21	2.10	46.22
USD_KRW_diff	12.50	72.11	0.11	0.06	3.12	1.15	0.07	0.10	8.92	0.50	1.36	27.89
KR3Y_diff	0.37	0.08	52.77	34.85	1.37	1.49	0.67	0.71	0.16	3.52	4.01	47.23
KR10Y_diff	0.75	0.09	32.72	49.55	2.00	2.17	1.21	1.36	0.28	3.85	6.02	50.45
NIKKEI_diff	15.48	2.37	1.32	2.01	49.71	8.53	0.11	0.19	14.61	2.30	3.36	50.29
USD_JPY_diff	0.96	0.88	1.31	1.87	9.23	66.66	0.00	0.01	1.96	7.86	9.28	33.34
JP3Y_diff	0.16	0.08	0.71	1.32	0.12	0.22	59.43	36.55	0.05	0.45	0.92	40.57
JP10Y_diff	0.16	0.10	0.78	1.50	0.21	0.33	37.07	58.34	0.09	0.46	0.96	41.66
SP500_diff	7.58	4.96	0.22	0.19	6.65	1.94	0.01	0.02	65.33	4.38	8.72	34.67
US3Y_diff	1.08	0.16	1.32	1.55	1.39	5.68	0.17	0.19	3.56	52.50	32.40	47.50
US10Y_diff	1.77	0.77	1.36	2.09	2.32	6.33	0.39	0.46	6.67	29.64	48.19	51.81
TO	40.79	19.12	40.22	46.25	43.23	28.63	39.90	39.72	50.47	54.18	69.12	471.62
Inc.Own	94.57	91.23	92.99	95.80	92.94	95.29	99.33	98.06	115.79	106.68	117.31	cTCI/TCI
NET	-5.43	-8.77	-7.01	-4.20	-7.06	-4.71	-0.67	-1.94	15.79	6.68	17.31	47.16/42.87
NPT	3.00	2.00	5.00	5.00	6.00	5.00	2.00	1.00	7.00	9.00	10.00	

그림 7 QVAR

	KOSPI_diff	USD_KRW_diff	KR3Y_diff	KR10Y_diff	NIKKEI_diff	USD_JPY_diff	JP3Y_diff	JP10Y_diff	SP500_diff	US3Y_diff	US10Y_diff	FROM
KOSPI_diff	53.87	9.59	0.39	0.81	16.77	0.79	0.16	0.12	14.37	1.21	1.95	46.13
USD_KRW_diff	12.54	72.46	0.09	0.06	3.09	1.21	0.14	0.20	8.51	0.44	1.26	27.54
KR3Y_diff	0.39	0.08	53.23	35.16	1.40	1.38	0.70	0.71	0.18	2.87	3.90	46.77
KR10Y_diff	0.75	0.05	32.73	49.68	2.00	1.85	1.17	1.41	0.29	3.57	6.50	50.32
NIKKEI_diff	14.99	2.41	1.26	1.94	48.05	8.64	0.12	0.19	15.83	2.47	4.10	51.95
USD_JPY_diff	1.01	0.84	1.34	1.88	9.29	67.30	0.07	0.07	1.98	7.27	8.97	32.70
JP3Y_diff	0.13	0.07	0.72	1.24	0.12	0.01	60.02	36.82	0.01	0.23	0.62	39.98
JP10Y_diff	0.12	0.09	0.76	1.48	0.21	0.09	36.47	59.49	0.04	0.40	0.85	40.51
SP500_diff	7.75	4.97	0.16	0.20	6.89	1.96	0.01	0.02	65.13	4.44	8.48	34.87
US3Y_diff	1.13	0.11	1.29	1.56	1.46	5.60	0.14	0.17	3.51	52.97	32.07	47.03
US10Y_diff	1.73	0.71	1.32	1.99	2.30	6.38	0.42	0.46	6.37	29.48	48.84	51.16
TO	40.54	18.90	40.05	46.33	43.54	27.93	39.40	40.15	51.09	52.36	68.68	468.97
Inc.Own	94.40	91.36	93.28	96.01	91.59	95.22	99.42	98.64	116.22	105.33	117.53	cTCI/TCI
NET	-5.60	-8.64	-6.72	-3.99	-8.41	-4.78	-0.58	-0.36	16.22	5.33	17.53	46.90/42.63
NPT	4.00	0.00	3.00	6.00	7.00	3.00	3.00	2.00	8.00	9.00	10.00	

그림 8 rolling 120 VAR

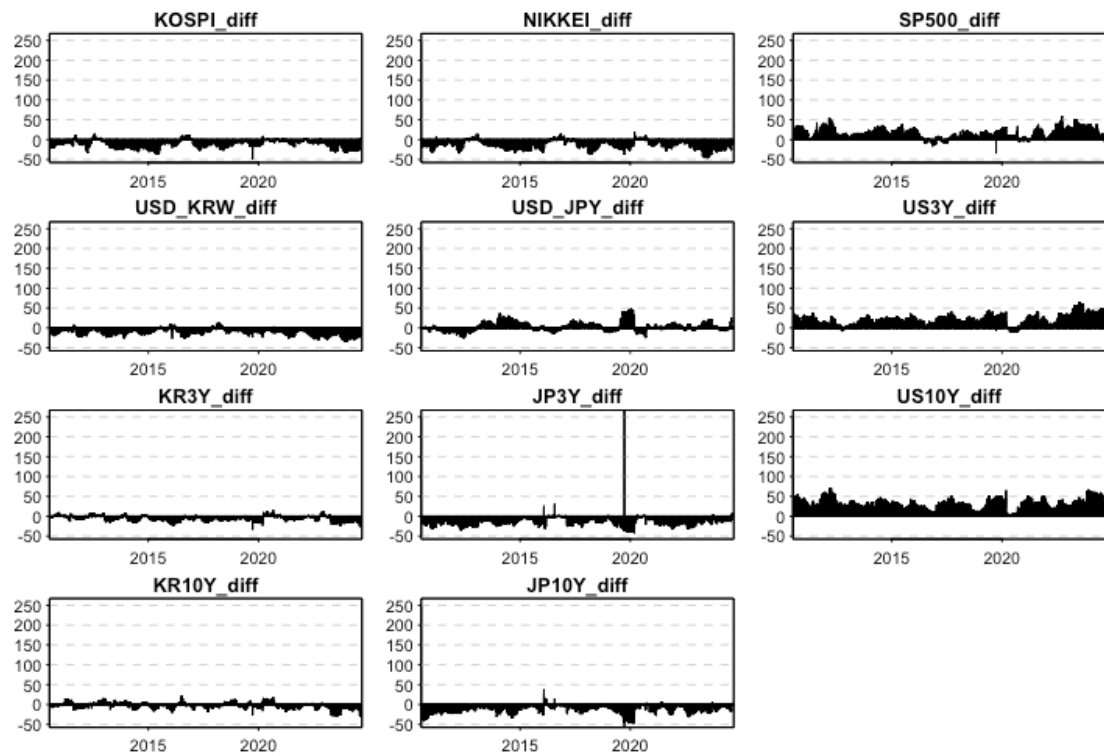


그림 9 rolling 120 QVAR

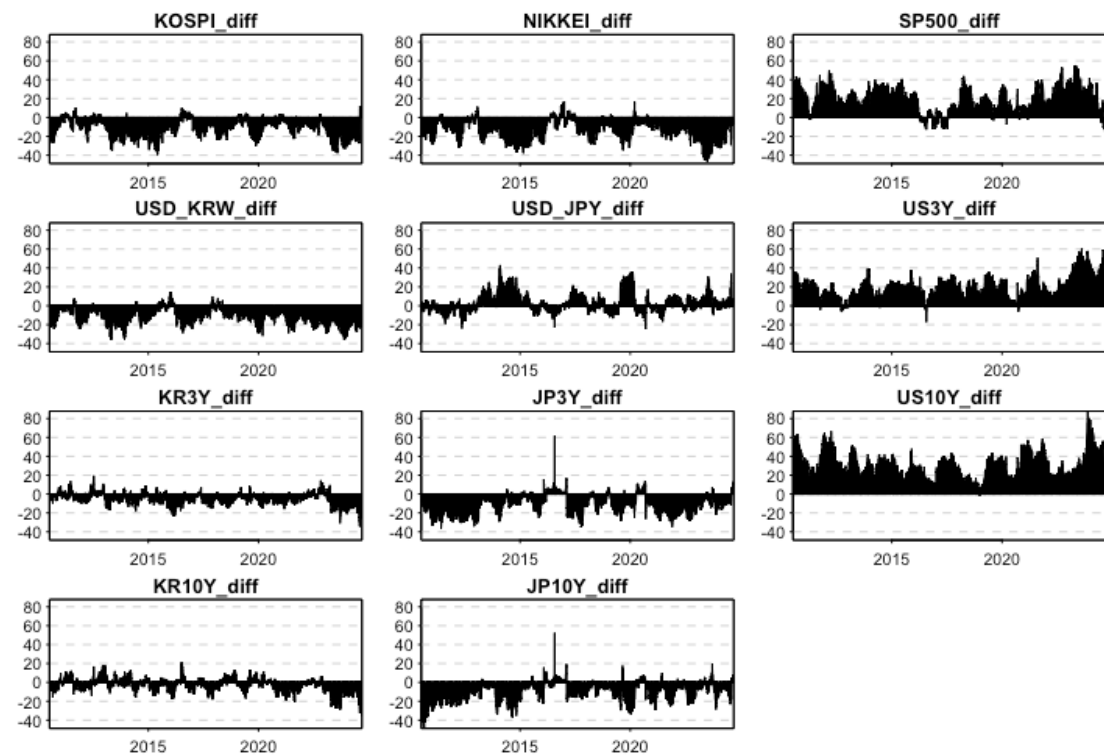


그림 10 VAR 네트워크 분석

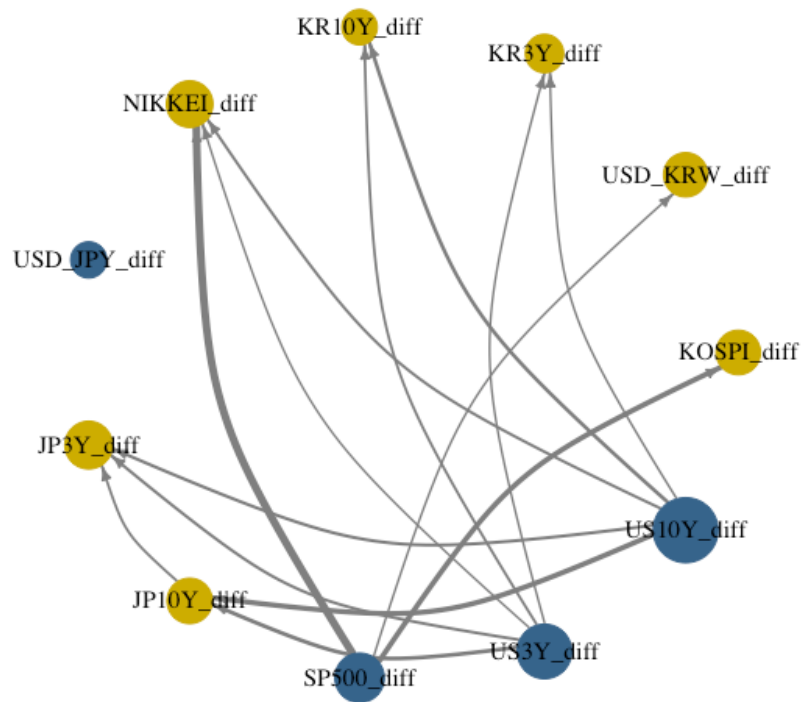


그림 11 QVAR 네트워크 분석

