Universidade de Brasília
Programa de Pós-Graduação em Economia
Econometria 2
2020
Prof. Victor Gomes

Lista de Exercícios 3

Tempo: 14 dias - 20/10. A lista deve ser entregue com explicação dos procedimentos e resultados em pdf, bem como o código Matlab (.m) (ou similar) capaz de reproduzir os resultados.

Estimativa de Função de Produção

Seja a função de produção Cobb-Douglas (log-linear)

$$y_{jt} = \beta_k k_{jt} + \beta_l l_{jt} + \omega_{jt} \tag{1}$$

tal que $x = \ln(X)$, X é uma variável aleatória, y é o ln do produto (medido como valor adicionado) da firma j no período t, k é o ln do estoque de capital e ω a produtividade total dos fatores (PTF).

O problema básico da estimação dos parâmetros da função de produção diz que as variáveis k e l podem ser correlacionadas com o termo de erro, se estimada por OLS. Além de que k e l podem ser escolhidos juntamente com y.

Neste problema, a função de produção (1) deve ser estimada usando o método de dois estágios de Ackerberg, Caves e Fraser (2015). O método é baseado em modelo estrutural de Olley e Pakes (1996) e discussões/avanços longos de Levinsohn e Petrin (2003) e Wooldridge (2009). O método é resumidamente apresentado abaixo – abstraindo da discussão teórica e da estratégia de identificação.

A estratégia de estimação é baseada em dois estágios. No primeiro estágio é computado um modelo semiparamétrico para identificar um termo de erro que ajuda na correta identificação dos parâmetros β_k e β_l em (1). No segundo estágio os parâmetros β_k e β_l são estimados por GMM.

No primeiro estágio estime por OLS o seguinte modelo:

$$y_{jt} = \beta_0 + \beta_k k_{jt} + \beta_l l_{jt} + f_t^{-1}(k_{jt}, l_{jt}, m_{jt}) + \varepsilon_{jt} \tag{2}$$

$$y_{jt} = \Phi_t(k_{jt}, l_{jt}, m_{jt}) + \varepsilon_{jt}$$

tal que $\omega_{jt} \equiv f^{-1}(k_{jt}, l_{jt}, m_{jt})$, tal que m são os insumos intermediários. O termo $f_t^{-1}(k_{jt}, l_{jt}, m_{jt})$ é um polinômio de quarta ordem. O polinômio é o seguinte:

$$f_t^{-1}(k_{jt}, l_{jt}, m_{jt}) =$$

$$= \sum_{i=0}^{4} \beta_{k,l,i,4-i} k_{jt}^i l_{jt}^{4-i} + \sum_{i=0}^{4} \beta_{k,m,i,4-i} k_{jt}^i m_{jt}^{4-i} + \sum_{i=0}^{4} \beta_{m,l,i,4-i} m_{jt}^i l_{jt}^{4-i} \tag{3}$$

Após estimar (2) calcule e salve o valor predito de $\Phi_t(\cdot)$:

$$\widehat{\Phi_t}(k_{jt}, l_{jt}, m_{jt}) \tag{4}$$

Assumindo que a produtividade tem dinâmica AR(1), $\omega_{jt} = \rho\omega_{jt-1} + \xi_{jt}$, o segundo estágio é formado pelos momentos

$$\mathrm{E}[(\xi_{jt} + \varepsilon_{jt}).Z_{jt}] = 0$$

tal que Z_{jt} é o vetor de instrumentos. Substituindo ξ_{jt}, ε_{jt} e (4) na equação de momentos, temos:

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\Bigg[&(y_{jt} - \beta_0 - \beta_k k_{jt} - \beta_l l_{jt} \\
&- \rho(\widehat{\Phi_{t-1}}(k_{jt-1}, l_{jt-1}, m_{jt-1}) - \beta_0 - \beta_k k_{jt-1} - \beta_l l_{jt-1})) \\
&\otimes \begin{pmatrix} 1 \\ k_{jt} \\ l_{jt-1} \\ \widehat{\Phi_{t-1}}(k_{jt-1}, l_{jt-1}, m_{jt-1}) \end{pmatrix}\Bigg] = 0
\end{aligned} \tag{5}$$

O termo $\hat{\rho}$ pode ser estimado usando a estrutura AR(1) da produtividade $\omega_{jt} = \rho\omega_{jt-1} + \xi_{jt}$. Isto é, o momento necessário para estimar $\hat{\rho}$ não é incluido no sistema GMM. Portanto, para cada *loop* do algoritmo de estimação é possível estimar o $\hat{\rho}$ com base na produtividade.

Para reduzir o problema, estime β_0 no primeiro estágio, $\tilde{\beta}_0$, e substitua em (5). Alternativamente, se for conveniente assuma um valor fixo para $\hat{\rho}$, por exemplo 0.9528. Dado isso, o modelo a ser estimado simplificado para

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\Big[&(y_{jt} - \tilde{\beta}_0 - \beta_k k_{jt} - \beta_l l_{jt} \\
&- \hat{\rho}(\widehat{\Phi_{t-1}}(k_{jt-1}, l_{jt-1}, m_{jt-1}) - \tilde{\beta}_0 - \beta_k k_{jt-1} - \beta_l l_{jt-1})) \\
&\otimes \begin{pmatrix} k_{jt} \\ l_{jt-1} \end{pmatrix}\Big] = 0
\end{aligned} \tag{6}$$

Observe que este modelo é exatamente identificado. Sabendo isto resolva:

1. Estime os parâmetros β_k, β_l por GMM utilizando o estimador apresentado acima. Escreva um programa em Matlab utilizando o solver `fminsearch`.

2. Calcule a estatística de Wald (F) (Hayashi 7.4).

3. Calcule o erro-padrão robusto (Hayashi cap.3):

$$SE^*_\ell \equiv \sqrt{\frac{1}{n}(\widehat{\mathrm{Avar}(\hat{\boldsymbol{\delta}}(\widehat{\boldsymbol{W}}))}_{\ell\ell}}$$

4. Calcule as variáveis de transparência de Andrews, Gentzkow e Shapiro (2017, 2020). A medida de sensitividade (AGS 2017):

$$\hat{\Lambda} = -\left(\hat{G}(\hat{\theta})'\hat{W}\hat{G}(\hat{\theta})\right)^{-1}\hat{G}(\hat{\theta})'\hat{W}$$

e a medida de informatividade (AGS 2020):

$$\hat{\Delta} = \frac{\hat{\Sigma}_{c\gamma}\hat{\Sigma}_{\gamma\gamma}^{-1}\hat{\Sigma}_{\gamma c}}{\hat{\sigma^2}}.$$

Base de dados

A base é de firmas chilenas de 1996 a 2006. As variáveis são:

- Y : ln do produto deflacionado, medido como valor adicionado
- sX : ln do estoque de capital deflacionado (k)
- fX1 : ln do emprego 1 (blue c)
- fX2 : ln do emprego 2 (white c)
- pX : ln de materiais (m)
- cX : ln do investimento deflacionado
- inv = cX
- idvar : id firma
- timevar : id tempo (ano)

A medida de emprego a ser usada deve ser a soma de fX1 e fX2.

Referências

Ackerberg D, Benkard L, Berry S, Pakes A. Econometric Tools for Analyzing Market Outcomes. In: Heckman J, Leamer E The Handbook of Econometrics. Vol. 6A. Amsterdam: North-Holland ; 2007. pp. 4171-4276.

Ackerberg, Daniel A., Kevin Caves, e Garth Frazier. "Identification Properties of Recent Production Function Estimators." *Econometrica*, 83 (6), pp. 2411-2451, 2015.

Andrews, Isiah, Matthew Gentzkow, e Jesse Shapiro, "Measuring the Sensitivity of Parameter Estimates to Estimation Moments," *Quarterly Journal of Economics,* 132 (4), 2017.

Andrews, Isiah, Matthew Gentzkow, e Jesse Shapiro, "On the Informativeness of Descriptive Statistics for Structural Estimates," *Econometrica,* 2020.

Levinsohn, James e Amil Petrin. "Estimating Production Functions Using Inputs to Control for Unobservables." *Review of Economic Studies,* 70 (2), 2003.

Olley, Steven e Ariel Pakes. "The Dynamics of Productivity in the Telecommunications Equipment Industry." *Econometrica* 64, 1263–1297, 1996.

Wooldridge, Jeffrey M. "On Estimating Firm-Level Production Functions Using Proxy Variables to Control for Unobservables." *Economics Letters,* 104 (3), pp. 102-114, 2009.