

# Ten-Bar-Truss

徐暘程

August 2024

## 1 題目說明

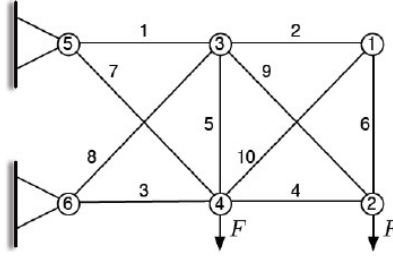


Figure 1: 題目

在以下條件下，給定桿件截面半徑並求各桿件之位移、應力與反作用力

- (1)所有桿件截面皆為圓型且整體架構處在靜力平衡之情況
- (2)材料為鋼，楊氏係數 $200\text{GPa}$ 、密度 $7860\text{kg}/\text{m}^3$ 、降伏強度 $250\text{MPa}$
- (3)平行與鉛直之桿件(桿1至桿6)長度皆為 $9.14\text{m}$
- (4)桿件半徑最佳化範圍為 $0.001\text{m}$ 至 $0.5\text{m}$ 間
- (5)節點2和節點4上之負載為 $1.0 \times 10^7\text{N}$

## 2 求解過程

### 2.1 有限元素建立

#### 2.1.1 基本參數定義

定義各節點座標( $nod_{coord}$ )、桿長( $L$ )、截面積( $A$ )、楊氏係數( $E$ )、矩陣自由度編號( $ele_{dof}$ )、節點配對( $ele_{con}$ )以及剛性矩陣( $K$ )的維度。

```

function [Q, stress_R, K] = TenBarTruss(r)
nod_coor=[18.28 9.14; 18.28 0; 9.14 9.14; 9.14 0; 0 9.14; 0 0]; % node1-6 x-y座標
ele_con=[3 5; 1 3; 4 6; 2 4; 3 4; 1 2; 4 5; 3 6; 2 3; 1 4]; % elements' node connection

L(1:6) = 9.14;
L(7:18) = 12.9259;
A(1:6) = pi*(1)^2;
A(7:18) = pi*(2)^2;

ele_dof=[5 6 9 10; 1 2 5 6; 7 8 11 12; 3 4 7 8; 5 6 7 8; 1 2 3 4; ...
7 8 9 10; 5 6 11 12; 3 4 5 6; 1 2 7 8]; % elements' node dof(from node1 to node10)組成10x4矩陣
F = 200*10^9;
K = zeros(12);

```

H]

Figure 2: 基本參數定義

## 2.1.2 剛性矩陣建立

使用三層for迴圈依序對12x12的剛性矩陣(K)建立144個元素。

```

for e=1:10 %針對10個元素進行運算
    C=(nod_coor(ele_con(e,2),1)-nod_coor(ele_con(e,1),1))/L(e); %計算各元素cos值
    S=(nod_coor(ele_con(e,2),2)-nod_coor(ele_con(e,1),2))/L(e); %計算各元素sin值
    k=(A(e)*E/L(e))*[C^2 C*S -C^2 C*S; C*S S^2 -C*S -S^2; -C^2 C*S C*S; ...
    -C*S -S^2 C*S S^2]; %建立各元素的子矩陣

    ele_dof_vec=ele_dof(e,:); % 賦予第e列的ele_dof矩陣給列矩陣ele_dof_vec(:全部元素)
    for i=1:4
        for j=1:4
            K( ele_dof_vec(1,i), ele_dof_vec(1,j) ) = ...
            K( ele_dof_vec(1,i), ele_dof_vec(1,j) ) + k(i,j);
        end
    end
end
end

```

Figure 3: 剛性矩陣建立

## 2.1.3 其他矩陣建立

建立並設定作用力矩陣(F)的初始條件，並透過公式運算依序求解出位移矩陣(Q)、應力矩陣(stress)、反力矩陣(R)。

```

stress =
1.0e+07 *
6.9286 1.4647 -7.2163 -2.0715 1.3209 1.4647 6.6079 -6.0913 3.7195 -2.6301

```

Figure 4: 其他矩陣建立

## 2.2 最佳化程式

### 2.2.1 主程式main.m建立

設定初始起點(r0)、目標值上下限(ub、lb)，並設定輸出顯示結果。

```

clc;clear;
fun = @object;
nonlcon = @nonlcon;
TenBarTruss = @TenBarTruss;

% 初始點&線性限制不等式
r0 = [0.1,0.1];
A = [];
b = [];
% 線性限制等式
Aeq = [];
beq = [];
% 目標值上下限 & 運算方式
lb = [0.001,0.001];
ub = [0.5,0.5];
options = optimoptions('fmincon','Display','final','Algorithm','sqp');

% 最佳化運算 & 結果顯示
[r,fval,exitflag] = fmincon(fun,r0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options);
[Q, stress,R,K] = TenBarTruss(r)

```

Figure 5: 主程式

## 2.2.2 副程式nonlcon.m建立

設定邊界條件。

```

function [c,ceq]=nonlcon(r)
[Q,stress] = TenBarTruss(r);
c(1) = (Q(3,1)^2+Q(4,1)^2)^0.5-0.02;
c(2) = max(abs(stress))-250*10^6;
ceq = [];

```

Figure 6: Enter Caption

## 2.2.3 副程式object.m建立

設定目標函數的數學式。

```

function object = fun(r)
length = 9.14;
density = 7860;
object = ( 6*r(1)^2 + 4*r(2)^2*sqrt(2) ) * pi * length * density;

```

Figure 7: Enter Caption

## 2.3 最佳化求解

### 2.3.1 剛性矩陣(K)

```

K =
1.0e+10 *
    0.7911    0.1723         0         0    -0.6188         0    -0.1723    -0.1723         0         0         0         0
    0.1723    0.7911         0    -0.6188         0         0    -0.1723    -0.1723         0         0         0         0
         0         0    0.7911    -0.1723    -0.1723    0.1723    -0.1723    -0.6188         0         0         0         0
    -0.6188    -0.1723    0.1723    0.7911    -0.1723    -0.1723         0         0         0         0         0         0
         0         0    0.1723    -0.1723         0    0.9634         0    -0.6188         0    -0.1723    -0.1723
    -0.1723    -0.1723    -0.6188         0         0         0    1.5882         0    -0.1723    0.1723    -0.6188
    -0.1723    -0.1723         0         0         0    -0.6188         0    0.9634    0.1723    -0.1723         0
         0         0         0    -0.6188         0    -0.1723    -0.1723    0.7911    -0.1723         0         0
         0         0         0         0         0         0    0.1723    -0.1723    -0.1723    0.1723         0
         0         0         0         0    -0.1723    -0.1723    -0.6188         0         0         0.7911    0.1723
         0         0         0         0    -0.1723    -0.1723         0         0         0         0.1723    0.1723

```

Figure 8: 剛性矩陣(K)

### 2.3.2 反力矩陣(R)

```
R =  
  
1.0e+07 *  
  
-3.0000  
1.0407  
3.0000  
0.9593
```

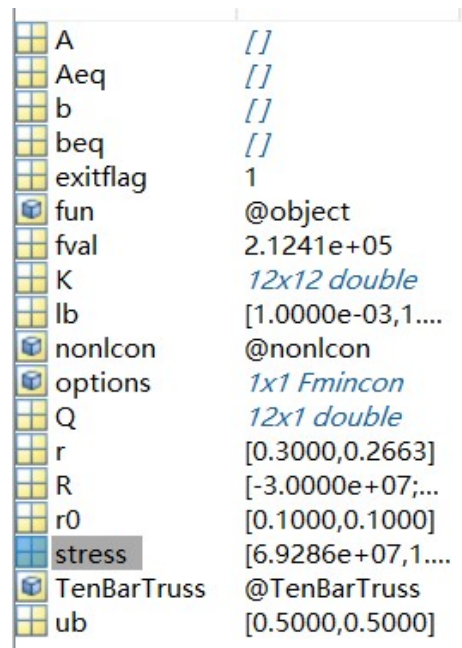
Figure 9: 反力矩陣(R)

### 2.3.3 應力矩陣(stress)

```
stress =  
1.0e+07 *  
6.9286 1.4647 -7.2163 -2.0715 1.3209 1.4647 6.6079 -6.0913 3.7195 -2.6301
```

Figure 10: 應力矩陣(stress)

#### 2.3.4 最佳化結果



A	[]
Aeq	[]
b	[]
beq	[]
exitflag	1
fun	@object
fval	2.1241e+05
K	12x12 double
lb	[1.0000e-03,1....
nonlcon	@nonlcon
options	1x1 Fmincon
Q	12x1 double
r	[0.3000,0.2663]
R	[-3.0000e+07;...
r0	[0.1000,0.1000]
stress	[6.9286e+07,1....
TenBarTruss	@TenBarTruss
ub	[0.5000,0.5000]

Figure 11: 最佳化結果