

# 2-1

$\langle H_0: \theta = 12, H_1: \theta \neq 12 \quad \alpha = 0.05 \rangle$

9 ~~12~~ (18) (14) ~~12~~ (14) ~~12~~ 10 (16)  
11 9 11 (13) 11 (13) (15) (13) (14)

동점처리하여  $n=15$ .

검정통계량  $B = \underline{9}$ ,  $n=15$  일때  $P_0(B \geq 9) = 0.3036$  이므로 ( $\because B > 7.5$ )  
 $P\text{-Value} = \underline{0.6072} > 0.05$ .

$\therefore$  유대준 0.05하에 귀무가설을 기각할 수 없다.

$\Rightarrow$  혼련시간의 위치모수가 12시간이 아니라고 할 수 없다.

R 코드 및 결과값

```
# 2-1
data2_1=c(9,12,18,14,12,14,12,10,16,11,9,11,13,11,13,15,13,14)
SIGN.test(data2_1,md=12,alternative='two.sided')
```

SAS 코드 및 결과값

```
data data2_1;
input time @@;
datalines;
9 12 18 14 12 14 12 10 16 11 9 11 13 11 13 15 13 14
;
run;

proc univariate data=data2_1 mu0=12 alpha=0.05;
var time;
run;
```

One-sample Sign-Test

```
data: data2_1
s = 9, p-value = 0.6072
alternative hypothesis: true median is not equal to 12
```

위치모수 검정: Mu0=12

검정	통계량	p 값
스튜던트의 t	t	1.100972
부호	M	1.5
부호 순위	S	17

검정	통계량	p 값
스튜던트의 t	t	1.100972
부호	M	1.5
부호 순위	S	17

# 손 풀이

# 2-8

$$\langle H_0: \theta = 0, H_1: \theta \neq 0 \quad \alpha = 0.05 \rangle$$

$X_i$	1.53	1.47	0.93	-0.02	0.46	1.33	0.98	1.96	-0.41	-1.23
$Z_i$	1.53	1.47	0.93	-0.02	0.46	1.33	0.98	1.96	-0.41	-1.23
$ Z_i $	1.53	1.47	0.93	0.02	0.46	1.33	0.98	1.96	0.41	1.23
$R_i^+$	9	8	4	1	3	7	5	10	2	6
$T_i$	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
$\sum R_i^+$	9	8	4	0	3	7	5	10	0	0

검정통계량 :  $W^+ = \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot R_i^+ = 46$   $n=10$  일때  $P_0(W^+ \geq 46) = 0.0322$  이므로

P-Value = 0.0644 > 0.05 ( $\because W^+ > 27.5$ )

유의수준 0.05 하에서 귀무가설을 기각할 수 없다.

$\Rightarrow$  위치모수가 0 이 아니라고 할 수 없다.

## R 코드 및 결과값

```
# 2-8
data2_8=c(1.53, 1.47, 0.93, -0.02, 0.46, 1.33, 0.98, 1.96, -0.41, -1.23)
wilcox.test(data2_8, mu=0, alternative='two.sided', conf.level = 0.95)
```

## SAS 코드 및 결과값

```
data data2_8;
input item @@;
datalines;
1.53 1.47 0.93 -0.02 0.46 1.33 0.98 1.96 -0.41 -1.23
;
run;

proc univariate data=data2_8 mu0=0 alpha=0.05;
var item;
run;
```

Wilcoxon signed rank test

data: data2\_8  
V = 46, p-value = 0.06445  
alternative hypothesis: true location is not equal to 0

## 위치모수 검정: Mu0=0

검정	통계량	p 값
스튜던트의 t	t 2.222179	Pr >  t  0.0534
부호	M 2	Pr >=  M  0.3438
부호 순위	S 18.5	Pr >=  S  0.0645

# 2-13

0.32<sup>11</sup>   0.21<sup>17</sup>   0.28<sup>9</sup>   0.15<sup>3</sup>   0.08<sup>1</sup>   0.22<sup>8</sup>  
 0.17<sup>45</sup>   0.35<sup>12</sup>   0.20<sup>6</sup>   0.31<sup>10</sup>   0.17<sup>45</sup>   0.11<sup>2</sup>

$$n=12 \text{ 이므로 전취정량 } \hat{\theta} = \frac{X(6) + X(11)}{2} = \frac{0.20 + 0.21}{2} = \underline{0.205}$$

$\frac{\alpha}{2} = 0.0193$  을 사용하도록 하자.

$$B(0.0193, 12) = 10 \text{ 이므로 } C_{0.0386} = 12 + 1 - 10 = 3$$

$$\therefore \theta_L = X(3) = 0.15, \quad \theta_U = X(10) = 0.31$$

$\Rightarrow (0.15, 0.31) : 96.14\% \text{ 신뢰구간}$

#### R 코드 및 결과값

```
# 2-13
data2_13=c(0.32,0.21,0.28,0.15,0.08,0.22,0.17,0.35,0.20,0.31,0.17,0.11)
SIGN.test(data2_13,conf.level = 0.95,conf.int=T)
```

95 percent confidence interval:  
 0.1521273 0.3068091  
 sample estimates:  
 median of x  
 0.205

#### SAS 코드 및 결과값

```
data data2_13;
input oxid @@;
datalines;
0.32 0.21 0.28 0.15 0.08 0.22 0.17 0.35 0.20 0.31 0.17 0.11
;
run;

proc univariate data=data2_13 cipctldf;
var oxid;
run;
```

분위수(점의 5)					
레벨	분위수	순서통계량			
		95% 신뢰한계 분포 상관없음	신뢰하한 순서	신뢰상한 순서	포함 확률
50% 중위수	0.205	0.15   0.31	3	10	96.14

손 풀이

# 2-15

$$\langle H_0: \theta = 11.6, H_1: \theta \neq 11.6 \quad \alpha = 0.05 \rangle$$

$X_i$	13	6	6	12	12	10	9	11	14	8	7	16	15	8	7
$Z_i$	1.4	-5.6	-5.6	0.4	0.4	-1.6	-2.6	-0.6	2.4	-3.6	-4.6	4.4	3.4	-3.6	-4.6
$ Z_i $	1.4	5.6	5.6	0.4	0.4	1.6	2.6	0.6	2.4	3.6	4.6	4.4	3.4	3.6	4.6
$R_i^+$	4	14.5	14.5	1.5	1.5	5	7	3	6	9.5	12.5	11	8	9.5	12.5
$\psi_i$	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
$\psi_i R_i^+$	4	0	0	1.5	1.5	0	0	0	6	0	0	11	8	0	0

$$\text{검정통계량 } W^+ = \sum_{i=1}^{15} \psi_i R_i^+ = 32$$

$$\frac{15 \times 16}{4} = 60 > 32 \quad \text{따라서, } n=15 \text{ 일때 } P_0(W^+ \leq 32) = 0.0607 \quad \text{이므로 } P\text{-Value} : 0.1206 > 0.05$$

∴ 유의수준 0.05 하에서 귀무가설을 기각할 수 없다

⇒ 교육연수의 위치모수가 11.6년이 아니라고 할 수 없다

	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	12	13	14	15	16
6	6	6	6.5	6.5	7	7	7.5	8	8.5	9	9	9.5	10	10.5	11
6		6	6.5	6.5	7	7	7.5	8	8.5	9	9	9.5	10	10.5	11
7			7	7	7.5	7.5	8	8.5	9	9.5	9.5	10	10.5	11	11.5
7				7	7.5	7.5	8	8.5	9	9.5	9.5	10	10.5	11	11.5
8					(8)	8	8.5	9	9.5	(10)	(10)	10.5	11	11.5	12
8						8	8.5	9	9.5	10	10	10.5	11	11.5	12
9							9	9.5	10	10.5	10.5	11	11.5	12	12.5
10								10	10.5	11	11	11.5	12	12.5	13
11									11	11.5	11.5	12	12.5	13	13.5
12										12	12	12.5	13	13.5	14
12											(12)	12.5	13	13.5	14
13												13	13.5	14	14.5
14													14	14.5	15
15														15	15.5
16															16

$$M = \frac{15 \times 16}{2} = 120 \quad \text{이므로 전후자량 } \hat{\theta} = \frac{W(60) + W(61)}{2} = \frac{10 + 10}{2} = 10$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.0240 \text{ 을 사용하므로 하자. } W^+(0.0240, 15) = 9.5 \quad \text{이므로}$$

$$C_{0.0480} = 120 + 1 - 9.5 = 110.5$$

$$\therefore \theta_L = W(9.5) = 8, \quad \theta_U = W(9.5) = 12$$

$$\therefore (8, 12) : 95.2\% \text{ 신뢰구간}$$

R 코드 및 결과값	SAS 코드 및 결과값																									
<pre># 2-15 data2_15=c(13,6,6,12,12,10,9,11,14,8,7,16,15,8,7) wilcox.test(data2_15,mu=11.6,alternative='two.sided',conf.level = 0.95,conf.int = T)</pre>	<pre>data data2_15; input year @@; datalines; 13 6 6 12 12 10 9 11 14 8 7 16 15 8 7 ; run;  proc univariate data=data2_15 mu0=11.6 alpha=0.05; var year; run;</pre>																									
<p>wilcoxon signed rank test with continuity correction</p> <pre>data: data2_15 v = 32, p-value = 0.118 alternative hypothesis: true location is not equal to 11.6 95 percent confidence interval:  8.000026 12.000057 sample estimates: (pseudo)median 10.00005</pre>	<table><tr><th colspan="5">위치모수 검정: Mu0=11.6</th></tr><tr><th>검정</th><th colspan="2">통계량</th><th colspan="2">p 값</th></tr><tr><td>스튜던트의 t</td><td>t</td><td>-1.56242</td><td>Pr &gt;  t </td><td>0.1405</td></tr><tr><td>부호</td><td>M</td><td>-1.5</td><td>Pr &gt;=  M </td><td>0.6072</td></tr><tr><td>부호 순위</td><td>S</td><td>-28</td><td>Pr &gt;=  S </td><td>0.1168</td></tr></table>	위치모수 검정: Mu0=11.6					검정	통계량		p 값		스튜던트의 t	t	-1.56242	Pr >  t	0.1405	부호	M	-1.5	Pr >=  M	0.6072	부호 순위	S	-28	Pr >=  S	0.1168
위치모수 검정: Mu0=11.6																										
검정	통계량		p 값																							
스튜던트의 t	t	-1.56242	Pr >  t	0.1405																						
부호	M	-1.5	Pr >=  M	0.6072																						
부호 순위	S	-28	Pr >=  S	0.1168																						

# 손 풀이

# 3-3

$\langle H_0 : \Delta = 0, H_1 : \Delta \neq 0 \quad \alpha = 0.01 \rangle$

회사 A ( $Y_j$ ) | 102<sup>8</sup> 86<sup>2</sup> 98<sup>7</sup> 109<sup>9</sup> 92<sup>4.5</sup>

회사 B ( $X_i$ ) | 81<sup>1</sup> 165<sup>12</sup> 97<sup>6</sup> 134<sup>11</sup> 92<sup>4.5</sup> 87<sup>3</sup> 114<sup>10</sup>

검정통계량  $W = \sum_{i=1}^n R_i = 30.5$

$m=7, n=5$  이고,  $W < \frac{5 \times (7+5+1)}{2} = 32.5$  이므로  $P(W \leq 30.5) \approx 0.4036$

$\therefore P\text{-Value} : 0.8072 > 0.01$

$\therefore$  유의수준 0.01 하에서 귀무가설을 기각할 수 없다

$\Rightarrow$  두 회사의 현상 시간에 차이가 있다고 할 수 없다.

$Y_j \backslash X_i$	86	92	98	102	109
165	-19	-13	-67	-63	-56
134	(-48)	-42	-36	-32	-25
114	-28	-22	-16	-12	-5
97	-11	(-5)	1	5	12
92	-6	0	6	10	17
87	1	5	11	(15)	22
81	5	11	17	21	28

$M = m_n = 35$  이므로 전구검정  $\Delta = W(117) = -5$

$\frac{\alpha}{2} = 0.0240$  을 사용하도록 하자.

$W(0.0240, 7, 5) = 45$  이므로  $C_{0.0480} = \frac{5 \times (14+5+1)}{2} + 1 - 45 = 6$

$\therefore \Delta_L = W(6) = -48, \Delta_U = W(45) = 15$

$\Rightarrow (-48, 15) : 95.2\%$  신뢰구간.

## R 코드 및 결과값

```
#3-3
A=c(102,86,98,109,92)
B=c(81,165,97,134,92,87,114)
wilcox.test(x=A,y=B,alternative='two.sided',conf.level=0.95,conf.int=T,exact=F)
```

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: A and B  
 $W = 15.5$ ,  $p\text{-value} = 0.8072$   
 alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0  
 95 percent confidence interval:  
 -55.99995 16.99998  
 sample estimates:  
 difference in location  
 -4.999937

## SAS 코드 및 결과값

```
data data3_3;
input com$ obs @@;
datalines;
A 102 A 86 A 98 A 109 A 92 B 81 B 165 B 97 B 134 B 92 B 87 B 114
;
run;

proc npar1way data=data3_3 wilcoxon hl;
class com;
var obs;
exact hl;
run;
```

### Wilcoxon Two-Sample Test

Statistic	Z	Pr < Z	Pr >  Z	t Approximation	
				Pr < Z	Pr >  Z
30.5000	-0.2440	0.4036	0.8072	0.4059	0.8117

Z includes a continuity correction of 0.5.

### Hodges-Lehmann Estimation

Location Shift (A - B) -5.0000

Type	95% Confidence Limits		Interval Midpoint	Asymptotic Standard Error
Asymptotic (Moses)	-56.0000	17.0000	-19.5000	18.6228
Exact	-48.0000	15.0000	-16.5000	

# 손 풀이

#3-15

두 변수가 정규이므로 대응비교 한다  $\langle H_0: \Delta = 0, H_1: \Delta < 0 \quad \alpha = 0.05 \rangle$

운동 전 ( $X_i$ )	18	12	11	21	19	14	8	11	19	16	8	11
운동 후 ( $Y_i$ )	10	10	8	23	13	10	8	17	9	8	8	5
$Y_i - X_i$	-8	-2	1	2	-6	-4	0	2	-10	-8	0	-6
$Z_i$	-8	-2	1	2	-6	-4	0	2	-10	-8	0	-6
$ Z_i $	8	2	1	2	6	4	0	2	10	8	0	6
$R_i^+$	8.5	3	1	3	6.5	5	0	3	10	8.5	0	6.5
$\psi_i$	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
$\psi_i \cdot R_i^+$	0	0	1	3	0	0	0	3	0	0	0	0

$\therefore$  검정통계량  $W^+ = 17$

$W^+ < \frac{10 \times 11}{4} = 27.5$  이므로

$P_0(W^+ \leq 17) = 0.0186$

$\therefore P\text{-Value} = 0.0186 < 0.05$

$\therefore$  유의수준 0.05 하에서

귀무가설을 기각한다

$\therefore$  운동 연습 후 심박수가

운동 연습 전보다 작아진다고 할 수 있다.

	-10	-8	-8	-6	-6	-4	-2	1	2	2
-10	-10	-9	-9	-8	-8	-7	-6	-4.5	-4	-4
-8		-8	-8	-7	-7	-6	-5	-3.5	-3	-3
-8			-8	-7	-7	-6	-5	-3.5	-3	-3
-6				-6	-6	-5	-4	-2.5	-2	-2
-6					-6	-5	-4	-2.5	-2	-2
-4						-4	-3	-1.5	-1	-2
-2							-2	-0.5	0	0
1								1	1.5	1.5
2									2	2
2										2

$M = \frac{10 \times 11}{2} = 55$  이므로 점수계량  $\hat{\Delta} = W(27) = -4$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$ 를 사용하도록 하자.  $W^+(0.025, 10) = 44$

$C_{0.025} = 55 + 1 - 44 = 12$

$\therefore \theta_L = W(12) = -7, \quad \theta_U = W(44) = -2$

$\therefore (-7, -2) : 89.46\% \text{ 신뢰구간}$

R 코드 및 결과값

SAS 코드 및 결과값

<pre>#3-15 before=c(18,12,7,21,19,14,8,11,19,16,8,11) after=c(10,10,8,23,13,10,8,13,9,8,8,5) wilcox.test(after-before,alternative='less',conf.int=T,conf.level=0.9,exact=F)</pre>	<pre>data data3_15; input before after@@; count=after-before; datalines; 18 10 12 10 7 8 21 23 19 13 14 10 8 8 11 13 19 9 16 8 8 8 11 5 ; run;  proc univariate data=data3_15 alpha=0.05; var count; run;</pre>																									
<p>Wilcoxon signed rank test with continuity correction</p> <p>data: after - before V = 7, p-value = 0.02035 alternative hypothesis: true location is less than 0 90 percent confidence interval: -Inf -1.999962 sample estimates: (pseudo)median -3.999979</p>	<table><tr><th colspan="5">위치모수 검정: Mu0=0</th></tr><tr><th>검정</th><th colspan="2">통계량</th><th colspan="2">p 값</th></tr><tr><td>스튜던트의 t</td><td>t</td><td>-2.62558</td><td>Pr &gt;  t </td><td>0.0236</td></tr><tr><td>부호</td><td>M</td><td>-2</td><td>Pr &gt;=  M </td><td>0.3438</td></tr><tr><td>부호 순위</td><td>S</td><td>-20.5</td><td>Pr &gt;=  S </td><td>0.0352</td></tr></table>	위치모수 검정: Mu0=0					검정	통계량		p 값		스튜던트의 t	t	-2.62558	Pr >  t	0.0236	부호	M	-2	Pr >=  M	0.3438	부호 순위	S	-20.5	Pr >=  S	0.0352
위치모수 검정: Mu0=0																										
검정	통계량		p 값																							
스튜던트의 t	t	-2.62558	Pr >  t	0.0236																						
부호	M	-2	Pr >=  M	0.3438																						
부호 순위	S	-20.5	Pr >=  S	0.0352																						

<div> <div>손 풀이</div> <div> <p># 3-18</p> <p>W는 Y 관측치의 순위만으로 구해지므로 <math>W = W_f - (x^* \text{의 순위})</math> 이다</p> <p><math>x^*</math> 보다 작은 X 관측치는 k 개, Y 관측치는 r 개 이므로 <math>(x^* \text{의 순위}) = k + r + 1</math></p> <p><math>\therefore W = W_f - (k + r + 1) = \underline{W_f - k - r - 1}</math></p> </div> </div>
---