

2022년도 하반기 종합시험 문제지

학과	과정	전공명	시험과목명	수험번호	성명	출제위원확인
통계학과	박사		응용통계학			김혜미

1. 확률변수 X 의 확률밀도함수를 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} I(x > 0)$ 라고 할 때 다음에 답하십시오.

(1) λ 의 최대가능도추정량 (MLE) $\hat{\lambda}_n$ 을 유도하십시오.

(2) $\hat{\lambda}_n$ 과 다른 추정량을 하나 제시하고, 어느 추정량이 좋은지 그 판단의 근거를 간단히 기술하십시오.

(3) $\hat{\lambda}_n$ 의 기댓값을 구하십시오.

(4) $\hat{\lambda}_n$ 은 일치추정량 여부를 판단하고, 그 이유를 기술하십시오.

(5) $\hat{\lambda}_n$ 의 점근분포를 구체적으로 기술하십시오.

(6) 가설 $H_0: \lambda = 1$, vs $H_1: \lambda \neq 1$ 을 가능도비 검정법으로 검정하십시오.

2. n 명의 참가자들을 대상으로 스마트기기를 이용하여 숙면까지의 시간 (X)을 측정하는데, 60분 이상인 경우 $x_i = 60$ 으로 기록하고 숙면 관찰을 멈춘다고 하자. X 의 분포를 위와 같이 가정할 때, λ 의 추정량을 최대가능도추정법으로 유도하십시오. (단, n 명의 참가자 중 숙면까지의 시간이 60미만인 경우를 d 로 나타내시오.)

2022년도 후반기 종합시험 문제지

학과	과정	전공명	시험과목명	수험번호	성명	출제위원확인
통계학과	박사		고급회귀분석론			양성준

1. 중선형회귀모형에 대하여 물음에 답하여라.

1-1. 모형의 기본가정 4가지를 기술하여라.

1-2. 각 가정들이 만족되지 않는 예를 하나씩 들고 해결방안에 대해서 기술하여라.

2. 다음과 같이 절편이 없는 단순선형회귀모형을 고려하자.

$$y_i = \beta x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

2-1. β 에 대한 최소제곱추정량을 구하여라.

2-2. 추정된 직선이 항상 지나게 되는 지점은 어디인가?

2-3. $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ 이 만족되는지 기술하여라.

2-4. $E(\hat{\beta})$, $Var(\hat{\beta})$ 를 계산하여라. (필요하다면 적절한 가정을 해도 됨)

3. 중선형회귀모형에서 최소제곱추정량벡터를 $\hat{\beta}$ 라 하자. 이는 반응변수 벡터 y 를 design matrix X 의 열벡터공간 S 로 정사영 시킨 것으로 이해할 수 있다.

3-1. e 를 잔차벡터라 하고 $SSE = e^T e$ 라 할 때, SSE 의 자유도가 얼마인가? 왜 그렇게 되는지 설명하여라.

3-2. y 가 X 의 열벡터 중 하나와 일치한다고 가정해 보자. 이는 어떤 의미인가? 이 때, e 가 어떤 특성을 가지는 벡터가 되는지 설명하여라.

2022년도 하반기 종합시험 문제지

학과	과정	전공명	시험과목명	수험번호	성명	출제위원확인
통계학과	박사		선형모형특강			양성준

1. 다음 두 모형을 고려하자.

$$A: y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_q x_{qi} + \epsilon_{1i}$$

$$B: y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_q x_{qi} + \cdots + \beta_p x_{pi} + \epsilon_{2i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad p > q$$

1-1. A모형 하에서 $H_0: \beta_j = 0 \quad vs \quad H_1: \beta_j \neq 0$ 과 같은 가설을 검정하기 위한 절차를 간단히 기술하여라.

1-2. A모형 하에서 $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_q = 0 \quad vs \quad H_1: not H_0$ 와 같은 가설을 검정하기 위한 절차를 간단히 기술하여라.

1-3. B모형 하에서 $H_0: \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = \cdots = \beta_p = 0 \quad vs \quad H_1: not H_0$ 와 같은 가설을 검정하기 위한 절차를 간단히 기술하여라.

1-4. A와 B모형을 비교하면서 $H_0: \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = \cdots = \beta_p = 0 \quad vs \quad H_1: not H_0$ 와 같은 가설을 검정하기 위한 절차를 간단히 기술하여라.

1-5. 1-3과 1-4는 같은 절차인가 다른 절차인가? 간단히 설명하여 보아라.

2. 중선형회귀모형에서 특정 예측변수 x_j 의 계수 β_j 의 추정량에 대해서 물음에 답하여라.

2-1. β_j 의 최소제곱추정량을 $\hat{\beta}_j$ 라 하자. 만약 x_j 가 적절히 스케일링 되어 $x_j' = bx_j$ ($b > 0$)로 대체된다면 x_j' 의 계수에 대한 추정량은 어떻게 되겠는가?

2-2. 위에서 언급된 스케일링이 모형 전체의 해석에 영향을 주는지 그렇지 않은지 예를 들어 간단히 기술하여라.

3. 다중공선성이 무엇인지, 어떤 경우에 발생하기 쉬운지 기술하여라. 다중공선성이 가져오는 추정에 있어서의 문제가 무엇인지 간단히 쓰고 해결책에 대해서 두 가지 정도 간단히 언급하여라.

4. LASSO 추정량이 Sparse해 지는 이유에 대해서 간단히 기술하고, 이 특성이 변수의 개수가 많은 모형을 다룰 때 줄 수 있는 이점에 대해서 써라.