

수리통계학 56강 예제 294, 295 풀이

예제 294

X_1, X_2, \dots, X_n 이 확률밀도함수 $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, 0 < x < \infty$ 를 가진 지수분포에서 추출된 확률표본이라 할 때 θ 의 최우 추정량을 구하여라.

(풀이)

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x_i}{\theta}\right) = \frac{1}{\theta^n} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\theta}\right)$$

$$\ln L(\theta) = -n \ln(\theta) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\theta) = -\frac{n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\therefore n\theta = \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow \hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{X}$$

예제 295

신약의 효능을 실험하기 위해 10마리의 암에 걸린 실험용 쥐에 투여 후 생존시간을 기록한 결과가 다음과 같다. 생존시간 X 가 지수분포를 따른다면 평균생존시간 θ 에 대한 최우추정량을 구하여라.

14, 17, 27, 18, 12, 8, 22, 13, 19, 12

(풀이)

예제 294)에서

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{X} = \frac{1}{10} (14 + \dots + 12) = 16.2$$