

**3.1** 주머니에 두 가지 색깔의 구슬이 총 20 개가 있다고 하자. 각 구슬에는 10, 20, 30, 40 이라는 숫자가 써 있다. 다음은 주머니 안에 있는 구슬 종류에 대한 도수이다.

숫자	10	20	30	40
파란색	3	3	3	3
노란색	2	2	2	2

- (1) 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 그 구슬이 파란색일 확률을 계산하여라.
- (2) 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 20 이라는 숫자가 있을 확률을 계산하여라.
- (3) 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 파란색이면서 20 이라는 숫자가 있을 확률을 계산하여라
- (4) 결합확률(joint probability)과 주변확률(marginal probability)들을 모두 계산하여서, ‘색깔’과 ‘숫자’가 서로 독립인지에 대해 논하여라.
- (5) 임의로 한 개의 구슬을 꺼내서, 그 구슬의 숫자를 읽는다고 하면, 그 숫자가 얼마나 클 것으로 기대하는가?

**3.2** 두 사상(event) A, B 가 서로 배반사상(disjoint)일 경우에

$$\Pr(A|B) = 0$$

임을 증명하여라.

**3.3** 결합확률밀도함수가 아래와 같이 정의된다고 가정하자.

$$f_{XY}(x, y) = x + y, \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$$

이 때, X 와 Y 의 주변확률밀도함수를 구하여라. 그리고 X 와 Y 가 서로 독립(independent)인지 아닌지를 밝혀 보아라.

**3.4** 확률변수 X, Y 가 아래의 결합밀도함수를 가질 때, X 와 Y 는 **이변량 정규분포 (bivariate normal distribution)**를 따른다고 말한다.

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(Z_X(x)^2 - 2\rho Z_X(x)Z_Y(y) + Z_Y(y)^2)\right\}$$

여기서,  $Z_X(x) = (x - \mu_X)/\sigma_X$ ,  $Z_Y(y) = (y - \mu_Y)/\sigma_Y$ 을 의미한다. 이 때,  $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ 이고  $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ 임을 보여라. 또한,  $X = x$ 일 때 Y의 조건부 확률밀도함수가

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}\sigma_Y} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)\sigma_Y^2}(Z_Y(y) - \rho(\sigma_Y/\sigma_X)Z_X(x))^2\right\}$$

임을 보여라.

**3.5** 상자 안에 3 개의 동전이 있다. 하나는 두면 모두 앞면이고, 다른 하나는 두면 모두 뒷면이며, 나머지 하나는 정상적인 동전이다. 임의로 하나의 동전을 던졌을 때 앞면이 나왔다. 나온 앞면이 두면 모두 앞면인 동전일 확률을 계산하여라.

**3.6** 생산자로부터 8 개의 부품이 들어 있는 상자를 받았다. 과거의 경험에서 70%의 상자에는 불량품이 없으나 20%는 한 개, 10%는 두 개의 불량품이 있었다. 3 개의 부품을 무작위로 뽑아 본 결과 1 개의 부품이 불량품이었다. 여기서 이 상자에 2 개의 불량품을 발견할 확률을 계산하여라.

**3.7** 한 자동차 공장에서 생산 차량의 배기가스 방출 검사를 실시하여 차량의 출고를 결정한다. 이 공장에서 생산되는 자동차는 25%가 오염물질을 방출한다고 한다. 실제 오염물질을 방출하는 차는 99%가 출고에 실패하는데, 오염물질이 방출되지 않는 차도 17%는 출고에 실패한다. 출고에 실패하는 차가 실제로 오염물질을 방출하게 될 확률을 계산하여라.

**3.8**  $X$ 가 평균 4 를 갖는 포아송분포를 따른다고 할 때, 다음 확률을 계산하여라.

(1)  $\Pr(X = 0)$

(2)  $\Pr(X \leq 4)$

**3.9** 어느 공정에서 생산되는 제품 중 약 2%는 불량품이다. 100 개이 제품이 한 상자에 담겨 있다면 그 중 많아야 3 개의 불량품이 포함되어 있을 확률을 포아송분포를 이용해 근사적으로 구하여라.

**3.10** 어느 공정에서 생산되는 제품의 약 10%가 불량품이라고 한다. 이 공정의 제품 중 3 개를 추출하였을 때 불량품이 1 개일 확률을 구하여라.

**3.11**  $Z \sim N(0,1)$ 일 때  $\Pr(|Z| \leq 1.96)$ 를 구하여라.

**3.12**  $X \sim N(3,16)$ 일 때  $\Pr(4 \leq X \leq 8)$ 를 구하여라.