

6.1 A 팀과 B 팀이 시합을 할 때, A 팀이 이길 확률을 최근 정보를 활용하여 알고 싶다. A 팀이 이길 확률이 $Beta(\alpha, \beta)$ 를 따른다고 알려졌지만, α , β 값은 알려져 있지 않고 있다. 이제 지금까지의 정보를 이용하여 A 팀이 시합에서 이길 예측확률이 0.6 이라고 가정할 때, A 팀이 B 팀을 이긴 사건이 발생하였다. 이제까지의 정보를 가지고 그 다음 경기에서 A 팀이 다시 이길 예측확률을 다시 계산하였더니, 0.7 이라고 계산되었을 때, 사전확률의 α , β 값을 결정하여라.

6.2 0 과 1 사이의 균일분포가 베타분포족에 속한다는 것을 증명하여라.

6.3 확률변수 p 는 $Beta(2,3)$ 을 따른다고 하고, 확률변수 Y 는 이항분포 $B(3,p)$ 를 따른다고 가정하자. 이때, $Y=2$ 일 때, p 의 조건부 확률밀도 함수 $f_{p|Y}(p|2)$ 가

$$\frac{\Gamma(4)\Gamma(4)}{\Gamma(4+4)} p^{4-1}(1-p)^{4-1}$$

됨을 조건부 확률밀도함수의 정의를 이용하여 증명하여라.
(교재와 문제가 다름을 주의할 것!)

6.4 TV LED 화면을 생산하는 공장에서 그 동안의 불량률의 평균이 0.1, 분산이 0.01 이었다고 밝히고 있다. 최근에 임의로 5 개를 조사한 결과 1 개가 불량이었다. 이때, 당신은 이 공장제품의 불량률이 얼마라고 계산하겠는가? 그 이유는 무엇인가? (공장의 불량률은 베타분포를 따른다고 가정하자)

6.5 모비율 p 에 대한 사전분포가 $Beta(a,b)$ 라고 가정하자. 만일 사전분포의 평균이 0.5 라고 알려졌을 경우, 다음의 표준편차를 갖는 사전분포의 a , b 를 결정하여라.

- (1) 0.1
- (2) 0.05
- (3) 0.025

6.6 모비율 p 에 대한 사전분포가 $Beta(a,b)$ 라고 가정하자. 만일 사전분포의 평균이 0.3 이라고 알려졌을 경우, 다음의 표준편차를 갖는 사전분포의 a , b 를 결정하여라.

- (1) 0.1
- (2) 0.05
- (3) 0.025

6.7 모비율 p 에 대한 사전분포가 $Beta(a,b)$ 라고 가정하자. 만일 사전분포의 평균이 0.7 이라고 알려졌을 경우, 다음의 표준편차를 갖는 사전분포의 a, b 를 결정하여라.

- (1) 0.1
- (2) 0.05
- (3) 0.025

6.8 100 개의 제품을 조사한 결과, 그 중 40 개가 불량이었다. 불량률 p 에 대한 사전분포가 아래와 같다고 할 경우, 각 경우에 대한 사후분포를 구하고, 그 95% 확률구간을 각각 구하여라.

- (1) 문제 6.5 의 (2)
- (2) 문제 6.6 의 (2)
- (3) 문제 6.7 의 (2)

6.9 이번 선거에서 김 후보는 처음 출마하고 있다. 따라서, 김 후보에 대한 사전분포는 전무한 상태이다. 김 후보에 대한 마을 사람의 지지도를 조사하기 위해 1 차적인 설문조사를 실시하였다. 16 명을 랜덤추출하여 조사한 결과 8 명이 김 후보를 지지하고 있었다. 사후분포를 구하여라. 그리고, 그 후에 얼마 있다가 김 후보에 대한 지지도 설문조사가 다시 시행되었고, 전체 80 명 가운데 30 명이 김 후보를 지지하였다. 이때의 사후분포를 구하고, 95% 확률구간을 구하여라.