

수리통계학 77강 예제 375 풀이

예제 375

다음은 종속변수 Y 와 독립변수 X_1, X_2 를 조사한 표이다.

X_{1i}	4	8	9	8	8	12	6	10	6	9
X_{2i}	4	10	8	5	10	15	8	13	5	12
Y_i	9	20	22	15	17	30	18	25	10	20

(1) 회귀식 $\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i}$ 를 구하여라.

(풀이)

$X_{1i} = X_i, X_{2i} = Z_i$ 라 두자. $n = 10$

$$\sum X_i = 80 \quad (\bar{X} = 8), \quad \sum Z_i = 90 \quad (\bar{Z} = 9), \quad \sum Y_i = 186 \quad (\bar{Y} = 18.6)$$

$x_i = (X_i - \bar{X}), z_i = (Z_i - \bar{Z}), y_i = (Y_i - \bar{Y})$ 라 두자.

x_i	-4	0	1	0	0	4	-2	2	-2	1
z_i	-5	1	-1	-4	1	6	-1	4	-4	3
y_i	-9.6	1.4	3.4	-3.6	-1.6	11.4	-0.6	6.4	-8.6	1.4

$$\sum x_i z_i = 64, \quad \sum x_i y_i = 120, \quad \sum z_i y_i = 192, \quad \sum x_i^2 = 46, \quad \sum z_i^2 = 122$$

$$b_1 = \frac{\sum x_i y_i \sum z_i^2 - \sum z_i y_i \sum x_i z_i}{\sum x_i^2 \sum z_i^2 - (\sum x_i z_i)^2} = \frac{(120)(122) - (192)(64)}{(46)(122) - (64)^2} = 1.551$$

$$b_2 = \frac{\sum z_i y_i \sum x_i^2 - \sum x_i y_i \sum x_i z_i}{\sum x_i^2 \sum z_i^2 - (\sum x_i z_i)^2} = \frac{(192)(46) - (120)(64)}{(46)(122) - (64)^2} = 0.76$$

$$a = \bar{Y} - b_1 \bar{X} - b_2 \bar{Z} = 18.6 - (1.551)(8) - (0.76)(9) = -0.648$$

$$\therefore \hat{Y}_i = -0.648 + 1.551 X_{1i} + 0.76 X_{2i}$$

(2) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0, H_1 : \text{두 모수 중 적어도 하나는 } 0 \text{이 아니다}$

를 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 검정하여라.

(풀이)

$$SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 368.4, \quad SSE = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = 36.36$$

$$SSR = SST - SSE = 332.04$$

$$F = \frac{\frac{SSR}{k}}{\frac{SSE}{n-k-1}} = \frac{\frac{332.04}{2}}{\frac{36.36}{7}} = 31.99, \quad F_{0.05}(2,7) = 9.55$$

따라서, H_0 는 기각된다. 즉, 두 독립변수는 종속변수 Y 에 유의한 영향을 준다고 할 수 있다.