

5.1 X 의 확률밀도함수가 $f(x|\theta) = e^{-(x-\theta)}$, $x > \theta$ 이고 θ 의 사전밀도함수로

$\pi(\theta) = \frac{1}{\pi(1+\theta^2)}$, $-\infty < \theta < \infty$ 를 가정했을 때 θ 의 사후최빈값(posterior mode)을 구하여라.

5.2 $X \sim N(\theta, 1)$ 이고, 모수 θ 가 항상 양수라는 사전정보에 의해 사전밀도함수로 무정보적사전분포(noninformative prior distribution) $\pi(\theta) = I_{(0, \infty)}(\theta)$ 를 가정하였을 때 θ 의 사후최빈값과 사후평균(posterior mean)을 구하시오.

5.3 소비자가 특정 상품을 구매할 비율을 p 라고 하자. 여기서 p 의 사전확률은 다음과 같다.

$$\Pr(p = 0.2) = 0.2, \Pr(p = 0.3) = 0.3, \Pr(p = 0.4) = 0.3, \Pr(p = 0.5) = 0.2$$

소비자 10명을 임의로 조사한 결과 3명이 이 상품을 구매하고자 한다.

- (1) p 의 일반화최대우도추정치(generalized maximum likelihood estimator or posterior mode) 및 베イズ추정치(Bayes estimator)를 각각 구하여라.
- (2) 임의로 선택한 고객이 이 상품을 구입할 의사를 보일 확률을 구하여라.

5.4 고속도로에서 일주일간 자동차 사고의 횟수를 X 라 하고, X 의 평균 λ 가 2, 3, 5일 경우의 사전확률은 0.25, 0.45, 0.3이다. 만약 3주간 관찰한 결과 10건의 사건이 발생했다고 가정하자. (X 는 포아송분포를 따른다.)

- (1) λ 의 일반화최대우도추정치 및 베イズ추정치를 구하여라.
- (2) 다음 주의 사고건수가 3회 이하일 확률을 구하여라.