

<최소분산비편향추정량 관련 추가문제>

1. X_1, X_2, \dots, X_n 을 확률밀도함수 $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}$ ($\theta > 0, 0 < x < 1$) 으로부터 추출한 크기 n 인 확률표본이라 할 때, θ 의 UMVUE를 구하여라.
2. X_1, X_2, \dots, X_n 을 확률질량함수 $f(x; \theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}$ ($0 < \theta < 1, x = 0, 1$) 인 이산분포로부터 추출한 크기 n 인 확률표본이라 하고 $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ 라 하자. 이때, Y 가 θ 에 대한 완비충분통계량임을 보이고, θ 의 UMVUE를 구하여라.
3. X_1, X_2, \dots, X_n 을 정규분포 $N(\theta, 1)$ 로부터 추출한 크기 n 인 확률표본이라 할 때, θ^2 의 UMVUE를 구하여라.
4. X_1, X_2, \dots, X_n 을 정규분포 $N(0, \theta)$ 로부터 추출한 크기 n 인 확률표본이라 할 때, $\sum_{i=1}^n X_i^2$ 은 θ 에 대한 충분통계량이다. 이때 θ^2 의 UMVUE를 구하여라.
5. X_1, X_2, \dots, X_n 을 확률질량함수 $f(x; \theta) = \frac{(\ln \theta)^x}{\theta x!}$ ($\theta > 1, x = 0, 1, 2, 3, \dots$) 를 가지는 분포로부터 추출한 크기 n 인 확률표본이다. 이때 $\ln \theta$ 의 UMVUE를 구하여라.
6. X_1, X_2, \dots, X_n 이 $U(-\theta, \theta)$, $\theta > 0$ 로부터 얻은 랜덤표본이라 할 때 $c(X_{(n)} - X_{(1)})$ 이 모수 θ 의 불편추정치가 되기 위한 상수 c 값을 구하라.
7. X_1, X_2, \dots, X_n 이 $f(x) = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}$, $\theta_1 < x < \theta_2$ 로부터 얻은 랜덤표본이라 하자.
 - (1) $X_{(1)}, X_{(n)}$ 이 완비충분통계량임을 보여라.
 - (2) $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ 에 대한 최소분산비편향추정량을 구하라.