

1. X_1, X_2, \dots, X_n 이 $U(-\theta, \theta)$, $\theta > 0$ 로부터 얻은 랜덤표본이라 할 때 $c(X_{(n)} - X_{(1)})$ 이 모수 θ 의 불편추정치가 되기 위한 상수 c 값을 구하라.

2. $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta}$, $0 \leq x \leq \theta$, $\hat{\theta} = cX$ 가 θ 의 불편추정량이 되는 상수 c 의 값을 구하라.

3. X_1, X_2, \dots, X_n 이 베르누이(p)로부터 얻은 랜덤표본이라 하자.

(1) 분산 $p(1-p)$ 에 대한 불편추정량의 크래머-라오 하한값을 구하라.

(2) 분산 $p(1-p)$ 에 대한 최소분산 불편추정량을 구하라.

(3) p^2 에 대한 최소분산 불편추정량을 구하라.

4. X_1, X_2, \dots, X_n 이 $f(x) = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}$, $\theta_1 < x < \theta_2$ 로부터 얻은 랜덤표본이라 하자.

(1) $X_{(1)}, X_{(n)}$ 이 완비충분통계량임을 보여라.

(2) $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ 에 대한 최소분산 불편추정량을 구하라.

5. X_1, X_2, \dots, X_n 이 $f(x) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$, $\theta > 0$ 로부터 얻은 랜덤표본이라 하자.

(1) $\frac{1}{\theta}$ 의 최소분산 불편추정량을 구하라. (힌트 : $E[-\log X] = \frac{1}{\theta}$)

(2) θ 의 최소분산 불편추정량을 구하라.

6. X_1, X_2, \dots, X_n 이 $Poisson(\theta)$ 로부터의 확률표본일 때 $\eta = P(X_1 = 0) = e^{-\theta}$ 에 대한 UMVUE를 구하여라.

7. X_1, X_2, \dots, X_n 을 $Poisson(\theta)$ 로부터의 확률표본이라 할 때 $\eta = P(X_1 \leq 1) = (1 + \theta)e^{-\theta}$ 에 대한 UMVUE가 $\left(\frac{n-1}{n}\right)^{\sum X_i} \left(1 + \frac{\sum X_i}{n-1}\right)$ 으로 주어짐을 보여라.

8. X_1, X_2, \dots, X_n 을 $Poisson(\theta)$ 로부터의 확률표본이라 할 때 $\eta = e^{-2\theta}$ 에 대한 UMVUE가 $\left(1 - \frac{2}{n}\right)^{\sum X_i}$ 으로 주어짐을 보여라. (Hint: $(-1)^{X_1}$ 이 η 에 대한 불편추정량임을 이용)