

수리통계학 추가숙제 #3

- 1.
- X_1, X_2, \dots, X_n
- 이 확률밀도함수

$$f(x; p) = p(1-p)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 < p < 1$$

로부터 추출한 확률표본이라고 하자. 이때,

- (a) $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ 가 p 에 대한 충분통계량임을 보여라.
- (b) $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ 의 함수로서 p 의 불편추정량을 구하라.

- 2.
- X_1, X_2, \dots, X_n
- 이 확률밀도함수

$$f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0$$

으로부터 추출한 확률표본이라고 하자.

- (a) θ 에 대한 충분통계량을 찾아라
- (b) 최대가능도추정량 $\hat{\theta}$ 가 충분통계량의 함수로 표시됨을 보여라.
- (c) $\hat{\theta}$ 도 θ 의 충분통계량임을 설명하라.

- 3.
- X_1, X_2, \dots, X_n
- 을
- $N(0, \sigma^2)$
- 으로부터 추출된 확률표본이라고 하자.

- (a) σ^2 에 대한 충분통계량을 찾아라.
- (b) σ^2 에 대한 최대가능도추정량이 충분통계량의 함수로 표시됨을 보여라.
- (c) σ^2 에 대한 최대가능도추정량은 불편추정량인가?

- 4.
- X_1, X_2, \dots, X_n
- 이
- $U(0, \theta)$
- 로부터의 랜덤표본이라 할 때, 적률을 이용한
- θ
- 의 추정량을 구하고 최대가능도추정량과 비교하라.

- 5.
- X_1, X_2, \dots, X_n
- 이 확률밀도함수
- $f(x; \theta_1, \theta_2) = (1/\theta_2) \exp(-(x - \theta_1)/\theta_2)$
- ,
- $x > \theta_1$
- ,
- $\theta_2 > 0$
- 으로부터의 랜덤표본이라 할 때, 모수
- θ_1
- 과
- θ_2
- 의 최대가능도추정량을 구하라.

6. 모분포
- $N(0, \sigma^2)$
- 으로부터 1개의 관찰값
- X
- 를 얻었다고 하자.

- (a) σ^2 에 대한 충분통계량을 구하라.
- (b) σ^2 의 불편추정량을 구하라.
- (c) $\sigma (> 0)$ 의 최대가능도추정량을 구하라.