

9. Sınıf

Ders anlatım föyleri öğrenci tarafından dersten sonra tekrar çalışılmalıdır.

Dersin Adı : **MATEMATİK**

Ders : **22**

Adı Soyadı : Hilal Nur Gökçe

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - XI

MUTLAK DEĞER

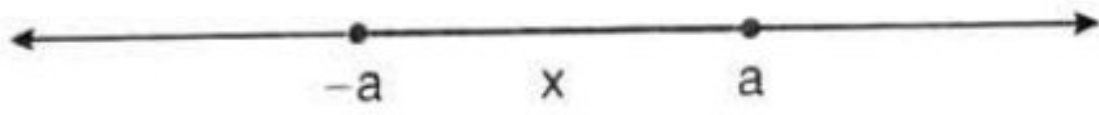
Kazanım 9.3.3.3: Mutlak değer içeren I. dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

a ve x birer gerçekte sayıdır.

a > 0 iken

- $|x| \leq a$ ise $-a \leq x \leq a$



- $|x| > a$ ise $x > a$ veya $x < -a$



— ÖRNEK ① —

$$|x-2| < 5$$

eşitsizliğini sağlayan x'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

x = 1, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, 2

9

— ÖRNEK ② —

x bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$|x-1| \geq 2$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$$x-1 \geq 2 \quad \text{veya} \quad x-1 \leq -2$$
$$\boxed{x \geq 3} \quad \boxed{x \leq -1}$$

$$C.K. = \{x \geq 3, x \leq -1, x \in \mathbb{R}\}$$

— ÖRNEK ③ —

x bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$|x| + |2x| \leq 9$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$$|x| + 2|x| \leq 9$$

$$\frac{3|x|}{3} \leq \frac{9}{3}$$

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$\boxed{|x| \leq 3}$$

$$C.K. = [-3, 3]$$

— ÖRNEK ④ —

x bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$|x-4| + |2x-8| \leq 24$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$$|x-4| + 2|x-4| \leq 24$$

$$\frac{3|x-4|}{3} \leq \frac{24}{3}$$

$$C.K. = [-4, 12]$$

$$|x-4| \leq 8$$

$$-8 \leq x-4 \leq 8$$

$$-4 \leq x \leq 12$$

Bilgi Notu

- $|x| < 0$ ve $\mathbb{C}.K = \{ \}$
- $|x| \leq 0$ ve $\mathbb{C}.K = \{0\}$
- $|x| > 0$ ve $\mathbb{C}.K = \mathbb{R} - \{0\}$
- $|x| \geq 0$ ve $\mathbb{C}.K = \mathbb{R}$ 'dir.

$a < 0$ olmak üzere,

- $|x| < a$ ise $\mathbb{C}.K = \{ \}$
- $|x| > a$ ise $\mathbb{C}.K = \mathbb{R}$ 'dir.

- ÖRNEK 5

x bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$|3x - 5| < -4$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

\emptyset

- ÖRNEK 6

x bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$|4x - 1| > -4$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

$$\mathbb{C}.K = \mathbb{R}$$

- ÖRNEK 7

x bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$|x| < 3 \quad 2, 1, 0, -1, -2.$$

$$x + y = 4$$

olduğuna göre, y 'nin alabileceği farklı tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l|l} x=2 & y=2 \\ x=1 & y=3 \\ x=0 & y=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y=5 \\ y=6 \end{array}$$

$$2+3+4+5+6=20$$

- ÖRNEK 8

$$A = \{x \mid |x-2| \leq 4, x \text{ tam sayı}\}$$

$$B = \{y \mid |y+1| < 5, y \text{ tam sayı}\}$$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin farklı elemanlarının toplamı kaçtır?

$$x = \{6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2\}$$

$$y = \{3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5\}$$

$$4 < A \cap B < -3$$

$$A \cap B = \{3, 2, 1, 0, -1, -2\}$$

$$= 3$$

- ÖRNEK 9

$$\left| \frac{8}{x-1} \right| > 4$$

eşitsizliğini sağlayan x 'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

$$\frac{8}{x-1} > 4(x-1)$$

$$\frac{8}{4} > \frac{4(x-1)}{4}$$

$$2 > x-1$$

$$2 > |x-1|$$

$$x-1 < 2$$

$$-2 < x-1 < 2$$

$$-1 < x < 3$$

$$\{0, 1, 2\}$$

$$= 3 \text{ tane}$$

- ÖRNEK 10

$$|x-2| \leq 48$$

eşitsizliğini sağlayan farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

$$-48 \leq x-2 \leq 48$$

$$-46 \leq x \leq 50$$

$$x = \{-46, -45, -44, \dots, 47, 48, 49, 50\}$$

$$47+48+49+50=194$$

- ÖRNEK (11)

$$|x+1|+3|y-2| \leq 0$$

olduğuna göre, $x+y$ toplamı kaçtır?

$$x+1=0 \quad x=-1$$

$$3|y-2|=0 \quad y=2$$

$$2-1=1$$

Bilgi Notu

$x \in \mathbb{R}$ ve $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere

$$a \leq |x| \leq b \Leftrightarrow (a \leq x \leq b \text{ veya } -b \leq x \leq -a) \text{ dir.}$$

- ÖRNEK (12)

$$2 \leq |x-2| < 5$$

eşitsizliğini sağlayan x 'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

$$\begin{aligned} A) 2 \leq |x-2| < 5 & \quad B) \begin{array}{l} x-2 < 0 \\ -5 < x-2 \leq -2 \\ -3 < x \leq 0 \\ x = \{0, -1, -2\} \end{array} \\ 4 \leq x < 7 & \\ x = \{4, 5, 6\} & \end{aligned}$$

6 tane

- ÖRNEK (13)

$$5 < |x-1| + |4x-4| \leq 15$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$$\begin{aligned} 5 < |x-1| + |4x-4| \leq 15 & \quad \begin{array}{l} -15 < 5x-5 < -5 \\ -3 \leq x-5 < -1 \\ 2 \leq x < 4 \\ x = \{2, \end{array} \\ 5 < 5+4 < 15 & \\ 10 < 5x < 20 & \\ \frac{10}{5} < \frac{5x}{5} < \frac{20}{5} & \\ 2 < x < 4 & \\ x = \{3, 4\} & \end{aligned}$$

$$x = \{-2, -1, 3, 4\}$$

- ÖRNEK (14)

$$||x|+3| < 5$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$$\begin{aligned} -5 < |x|+3 < 5 & \quad \begin{array}{l} -8 < -x < 2 \\ -2 < x < 8 \\ (-2, 0) \end{array} \\ -8 < |x| < 2 & \\ -8 < x < 2 & \\ [0, 2) & \end{aligned}$$

$$[0, 2) \cup (-2, 0]$$

- ÖRNEK (15)

$$|x^2+3| - |x-2| \geq |x^2+2|$$

eşitsizliğini sağlayan x 'in alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

$$x^2+3-|x-2| \geq x^2+2$$

$$3-2 \geq x-2$$

$$1 \geq x-2$$

$$|x-2| \leq 1 \quad -1 \leq x-2 \leq 1$$

$$1 \leq x \leq 3$$

$$x = \{1, 2, 3\} \quad 3+2+1 = 6$$

- ÖRNEK (16)

$$x+2 \cdot |x| = 15$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$$A) 0 < x \quad 3x = 15$$

$$x = 5$$

$$B) 0 > x \quad x+2(-x) = 15$$

$$-x = 15$$

$$x = -15$$

$$C) x=0 \quad 0 \neq 15 \quad \text{Ç.K.} = \{5, -15\}$$

- ÖRNEK 17

$$|x-4|+2x=5$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$$x-4 > 0 \quad x > 4$$

$$x-4+2x=5$$

$$3x=9$$

$$x=3$$

$$x-4 < 0 \quad x < 4$$

$$-x+4+2x=5$$

$$x=1$$

$$x=0$$

$$4 \neq 5$$

$$C.K = \{1\}$$

- ÖRNEK 18

$$|x-3|=|x-6|$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$$A) x-3=x-6 \quad B) x-3=-(x-6)$$

$$-3 \neq -6$$

$$x-3=-x+6$$

$$2x=9$$

$$x=9/2$$

$$C.K = \{9/2\}$$

- ÖRNEK 19

x gerçekte sayısının sayı doğrusu üzerinde 2'ye olan uzaklığı (2x-1) birim olduğuna göre, x kaçtır?

$$x-2=2x-1$$

$$A) x-2=2x-1$$

$$-1 \neq x$$

$$x-2 > 0$$

$$x > 2$$

$$C.K = \{1\}$$

$$B) x-2=-(2x-1)$$

$$x-2=-2x+1$$

$$3x=3$$

$$x=1$$

$$x-2 < 0$$

$$x < 2$$

Uyarı!

İki gerçekte sayının toplamının mutlak değeri, sayıların mutlak değerlerinin toplamından küçük veya eşittir.

$$|x+y| \leq |x|+|y|$$

- ÖRNEK 20

x ve y sıfırdan farklı gerçekte sayılar olmak üzere,

$$\frac{|x+y|}{|x|+|y|}$$
 ifadesinin alabileceği en büyük değeri kaçtır?

$$|x+y| \leq |x|+|y|$$

$$\frac{|x+y|}{|x|+|y|} = \frac{1}{1} = 1$$

- ÖRNEK 21

x ve y gerçekte sayılar ve $4x \neq 3y$ olmak üzere,

$$\frac{4|x|+3|y|}{|4x-3y|}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri kaçtır?

$$\frac{3}{3} = 1$$

$$|4x-3y| \leq |4x|+|3y|$$

$$|4x-3y| \leq 4|x|+3|y|$$

1. $|x| < 4$

eşitsizliğini sağlayan x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) 2 E) 3

4. $|2x-5| > -6$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1)$

B) $(1, \infty)$

C) $(-1, 1)$

D) \mathbb{R}

E) \emptyset

2. $|x| > 2$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

B) $(-2, \infty)$

C) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

D) $[-2, 2]$

E) $(-2, 2]$

5. $|4x-9| < -4$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 4)$

B) $(-4, \infty)$

C) $(-4, 4)$

D) \mathbb{R}

E) \emptyset

3. $A = \{x \mid |x-4| < 2, x \text{ tam sayı}\}$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $|x-5| = 2x-4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2\}$

B) $\{3\}$

C) $\{-1, 3\}$

D) $\{-2, 5\}$

E) $\{3, 5\}$

1. $\left|\frac{x}{3}\right| < 2$

eşitsizliğini sağlayan x'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. $|x-3| \geq 1$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$ B) (2, 4)
C) $(-\infty, 2)$ D) $(-\infty, 4]$
E) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

EİS

$-1 \geq |x-3| \geq 1$

$2 > |x| \geq 4$

$(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$

2. $|x| + |3x| \leq 8$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-2, 2] B) [-2, 2) C) [-2, 2] D) $(-\infty, 2]$ E) $(-2, \infty)$

$x = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$[-2, 2]$

5.

$|x| < 4$ 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3

$x+y=2$

olduğuna göre, y'nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, ∞) B) (-2, 6) C) (6, ∞)
D) (-2, ∞) E) (-2, 8)

EİS

$y = 2 - x$

$|x| < 4$

$4 < -x < -4$

$6 < 2 - x < -2$

$6 < y < -2$
 $(6, -2)$

3. $|x| < 2$

$x+y=5$

olduğuna göre, y'nin alabileceği farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

$y = 5 - x$

$|x| < 2$

$-2 < x < 2$

$2 > -x > -2$

$7 > 5 - x > 3$

$3 < y < 7$

$4, 5, 6$

6.

$x+3|x|=12$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {-6} B) {-3} C) {3, 6}
D) {-6, 3} E) {6}

EİS

1. $x-2 \leq 0$
 $|x| \leq 7$

eşitsizlik sistemini sağlayan x'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$-4 \leq x \leq 2$
 $-7 \leq x \leq 7$
 $-4 \leq x \leq 2$
 $-7 \leq x \leq 7$

2. a ve b birer gerçel sayıdır.

$|a+3| \leq 1$ $-2, -3, -4$

$|b-2| \leq 3$ $5, 4, 3, 2, 1, 0, -1$

olduğuna göre, $a+4b$ ifadesinin değer aralığındaki tam sayılardan biri değildir?

- A) -6 B) -4 C) 0 D) 10 E) 19

$-1 \leq a+3 \leq 1$ $-3 \leq b-2 \leq 3$
 $-4 \leq a \leq -2$ $-1 \leq b \leq 5$

$-4 \leq 4b \leq 20$
 $-4 \leq a \leq -2$
 $-8 \leq a+4b \leq 18$

3. $-2 < |4x-3| \leq 9$

olduğuna göre, x'in alabileceği farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $A = \{x \mid |x-1| \leq 8, x \text{ tam sayı}\}$
 $B = \{y \mid |y+2| > 6, y \text{ tam sayı}\}$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin elemanları toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 35 C) 36 D) 39 E) 40

$-8 \leq x-1 \leq 8$
 $-7 \leq x \leq 9$

5. $|x-2| + |y-3| + |z-4| \leq 0$

olduğuna göre, $x+y+z$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$x-2=0$ $x=2$
 $y-3=0$ $y=3$
 $z-4=0$ $z=4$

6. $|3x-8| = |x-4|$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2\}$ B) $\{3\}$ C) $\{2, 3\}$
D) $\{-3, 2\}$ E) $\{-2, 3\}$

$2x=4$ $-2x=-4$
 $x=2$ $x=2$

9. Sınıf

Ders anlatım föyleri öğrenci tarafından dersten sonra tekrar çalışılmalıdır.

Dersin Adı : **MATEMATİK**

Ders : **18**

Adı Soyadı :

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - VII

I. DERECEDEN DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

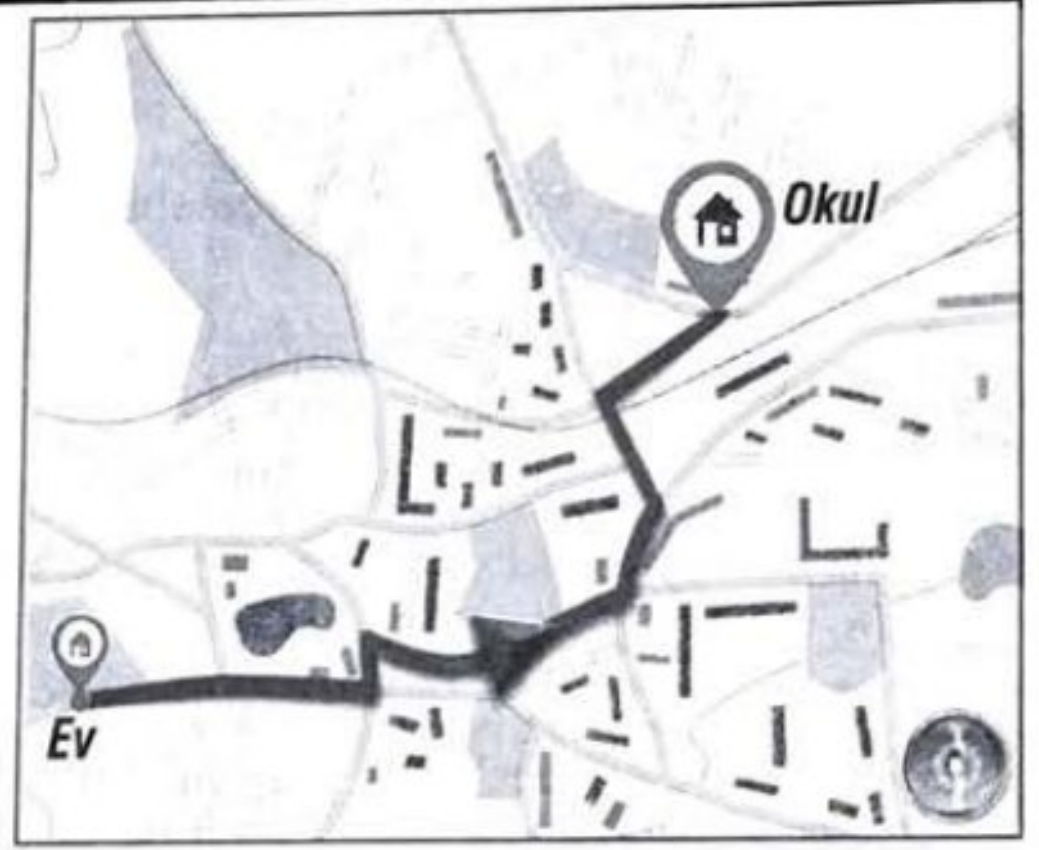
Kazanım 9.3.3.1: Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramını açıklar.

Kazanım 9.3.3.2: I. dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.

Öğreneceklerimiz

- 1 Açık, kapalı ve yarı açık aralık kavramları ile bunların gösterimleri
- 2 I. dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümü
- 3 Gerçek hayat durumlarını içeren problemlerin çözümü
- 4 Harezmi'nin denklemler konusundaki çalışmaları

Günlük Hayatta Kullanımı



Denklemin Atası - Harezmi

Cebir matematiğinin kurucusu ve öğreticisi olan Harezmi, isminin latince telaffuzunu "algoritma" olarak zikrettiren Türk - Müslüman alimidir. Cebir üzerine 50'den fazla kitap ve makale ile 30'dan çok ansiklopedi ve sözcük incelemesi vardır. Cebir matematiğinin ilk yapıtını vermiştir. Cebir kelimesi de Harezmi'nin (El Kitabû'l Muhtasar Fi Hisab'il Cebri ve'l Mukabele) "Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap" adlı eserinden gelir.



Harezmi, cebir denklemlerinin çözümünde kare ve dikdörtgen şekillerinden yararlanarak hep artı işaretli terimleri göz önünde bulundurmuştur. Kare bilinmeyeni, dikdörtgen ise bilinmeyen sabit bir katını temsil eder. Denklem çözümleri daima pozitif değerler içindir.

Cebir adı verilen hesaplama yöntemi, sayı, sayısal hesap, sayısal problem çözümleme yönteminin ilk kurucusu; tanıtıcısı ve öğreticisidir. Hesaplamayı herkesin kolaylıkla yürütebileceği sistemli bir yöntemle anlatmıştır.