

IMPLEMENTAÇÃO DO ESQUEMA DE ÁREAS
ALAGÁVEIS NO PRINCETON OCEAN MODEL

Hatsue Takanaca de Decco

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Luiz Landau, D.Sc.

Prof. Audálio Rebelo Torres Júnior, D.Sc.

Prof. Elson Magalhães Toledo, D.Sc.

Prof. Alvaro Luiz Gayoso de Azeredo Coutinho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

OUTUBRO DE 2006

TAKANACA DE DECCO, HATSUE

Implementação do esquema de áreas
alagáveis no Princeton Ocean Model [Rio
de Janeiro] 2006

XXVI, 65 p., 29,7 cm (COPPE /
UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 2006)

Dissertação – Universidade Federal
do Rio de Janeiro, COPPE

1. Princeton Ocean Model (POM)

2. Esquema de inundação

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

"basta-te a minha graça, pois é na fraqueza que minha
força manifesta todo o seu poder" (2Cor 12,9)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a **Deus** por tudo, pois Ele é a força que me fez (e faz) sempre andar para frente nos momentos difíceis que passei durante o desenvolvimento deste trabalho, especialmente no último mês;

Agradeço aos meus pais **Jader** e **Sanae**, pelo amor, pela educação que eles me proporcionaram, pelos momentos de apoio, e por estarem sempre presentes;

Ao **Breno** pelo amor, companheirismo, compreensão e amizade em todos os momentos, principalmente na reta final, nas noites sem dormir apenas para me fazer companhia;

Às minhas irmãs, **Kimi** e **Midori**, pela amizade e apoio em todos os momentos;

Um agradecimento especial à minha **Vó Filhinha**, que sempre olhou e pediu (e olha e pede sempre!) por mim, desde o início de minha vida;

Ao meu querido Professor **Audálio** pelo conhecimento que me passou em seus ensinamentos e convivência;

Ao Professor **Landau** pelo apoio e oportunidades;

Aos companheiros do **LAMMA** pela ajuda e companhia, em especial à **Nicole** pelas oportunidades, confiança em meu trabalho e por sua amizade;

Aos amigos que fiz na **COPPE**;

Ao **LAMCE**;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES**) pelo apoio financeiro durante parte do tempo de realização do mestrado;

À **ANP** (Agência Nacional de Petróleo) pelo apoio financeiro durante parte do tempo de realização do mestrado;

À minha **Bela**, pelos 2 anos e 9 meses de alegrias, momentos de cumplicidade, denginhos, muitas lambidas, mordidas e arranhões de carinho... Enfim, pela *eterna* companhia e por seu amor incondicional...

Em memória da minha Belinha

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

IMPLEMENTAÇÃO DO ESQUEMA DE ÁREAS
ALAGÁVEIS NO PRINCETON OCEAN MODEL

Hatsue Takanaca de Decco

Outubro / 2006

Orientador: Luiz Landau

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho apresenta um novo método para incluir os efeitos de áreas alagáveis no Princeton Ocean Model (Blumberg & Mellor, 1983). Outras metodologias para incluir estes efeitos no POM já foram aplicadas (Zheng *et al*, 2003; Xie *et al*, 2004; Uchiyama, 2004; Oey, 2005 e 2006). Uma nova aproximação foi utilizada com as condições de bloqueio e desbloqueio de Hubbert & McInnes (1999) para estabelecer os valores das variáveis inundadas, através da transferência de propriedades pela condição radiacional de Orlanski (Orlanski, 1976). Após cada processo de inundação e drenagem, é calculado, a partir da relação de dispersão, o comprimento da onda incidente à célula em questão. Com o intuito de ajustar a massa e a quantidade de movimento do sistema, os valores destes que foram “agregados” às células inundadas ou drenadas, são redistribuídos igualmente na quantidade de células vizinhas correspondentes a meio comprimento de onda calculado. Foram realizados uma série de experimentos numéricos com o modelo, e conclui-se que a nova metodologia implementada foi capaz de representar os alagamentos e drenagens, com ajustes de massa e quantidade de movimento.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

WETTING AND DRYING SCHEME IMPLEMENTATION IN PRINCETON
OCEAN MODEL

Hatsue Takanaca de Decco

October / 2006

Advisor: Luiz Landau

Department: Civil Engineering

This work presents a new wetting and drying scheme included in the Princeton Ocean Model (Blumberg & Mellor, 1983). There are other methodologies in literature applied to POM (Zheng *et al*, 2003; Xie *et al*, 2004; Uchiyama, 2004; Oey, 2005 e 2006). In this scheme, the values of wetted or dried variables by Hubbert & McInnes (1999) blocking and deblocking conditions are estimated by an approximation based in transference of fluid properties by radiational Orlanski condition (Orlanski, 1976). From wave dispersion relation, a wave length of incident wave is calculated after each process of wetting and drying. The momentum and mass added to the new mesh cell inundated are equally distributed in the n neighboring cells that correspond to half wave length (previously calculated). Physical tests were performed in model, and then it is concluded that the new methodology developed was able to represent the wetting and drying processes with mass and momentum conservation.

ÍNDICE

1. Introdução	1
2. Modelo Hidrodinâmico	3
2.1 – <i>Equações Dinâmicas e Termodinâmicas</i>	4
2.2 – <i>Coordenada Vertical Sigma</i>	7
2.3 – <i>Esquema Numérico</i>	13
3. Esquemas de áreas alagáveis	16
3.1 – <i>Revisão Bibliográfica e Classificação</i>	16
3.2 – <i>Aplicações no POM</i>	18
4. Metodologia	26
4.1 – <i>Método de Inundação aplicado</i>	26
4.1.1 – <i>Critérios de Inundação e Drenagem</i>	29
4.1.2 – <i>Estimativa dos valores agregados das variáveis das células inundadas</i>	30
4.1.3 – <i>Conservação de Massa e Momento do sistema</i>	31
4.1.4 – <i>Algoritmo de Inundação e Drenagem</i>	32
5. Resultados e Discussão	34
5.1 – <i>Casos controle (sem efeitos de áreas alagáveis)</i>	35
5.1.1 – <i>Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras</i>	35
5.2 – <i>Casos com esquema de áreas alagáveis sem conservação de massa</i>	38
5.2.1 – <i>CASO 1: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade pela aproximação de ondas em águas rasas</i>	39

5.2.2 – CASO 2: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, com o esquema de advecção de Smolarkiewicz	43
5.2.3 – CASO 3: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade com a Condição de Orlanski.....	43
5.3 – Casos com esquema de áreas alagáveis com ajuste de massa e momento	47
5.4.1 – CASO 4: Simulação do Caso 3, com ajuste de massa e momento aplicado para meio comprimento de onda	47
5.3.1 CASO 5: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade com a Condição de Orlanski, com ajuste de massa e momento aplicado para meio comprimento de onda. Fronteiras Norte, Sul e Leste.....	52
6. Conclusões	53
7. Referências Bibliográficas	55
8. Anexo A	58
A.1 – Onda se propagando de região funda para rasa	58
A.2 – Onda se propagando de região rasa para funda	61
10. Anexo B	64

LISTA DE SÍMBOLOS

x	coordenada cartesiana horizontal
y	coordenada cartesiana horizontal
z	coordenada cartesiana vertical
η	elevação da superfície livre
H	topografia de fundo
u	componente horizontal da velocidade
v	componente horizontal da velocidade
w	componente vertical da velocidade
Ω	velocidade angular terrestre
φ	latitude
ρ_0	densidade de referência
p	pressão
K_M	coeficiente de difusão de momento turbulento
F_x	processos de mistura horizontal
F_y	processos de mistura horizontal
ρ	densidade
g	constante gravitacional
A_M	coeficiente cinemático horizontal de viscosidade turbulenta
θ	temperatura potencial
S	salinidade
K_H	coeficiente de difusão turbulenta de sal e calor
F_θ	processos de mistura de calor
F_S	processos de mistura de sal
EL	elevação da superfície no tempo presente
ELF	elevação da superfície no próximo tempo
ELB	elevação da superfície no tempo passado
UA	componente da velocidade no tempo presente
UAF	componente da velocidade no próximo tempo

UAB	componente da velocidade no tempo passado
FSM	máscara de terra do POM
$DISTAI_X$	distância percorrida por u
$DISTAI_Y$	distância percorrida por v
c	celeridade
HC	profundidade crítica
ϕ	propriedade do fluido
λ	comprimento de onda
σ	coordenada vertical sigma

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.1: Condições barotrópicas e baroclínicas	7
Figura 2.2.1: Sistema de coordenada sigma	8
Figura 2.3.1: Grade C de Arakawa utilizada pelo POM	9
Figura 2.3.2: Fluxograma do código	10
Figura 3.2.1: Esquematização da inundação de Hubbert & McInnes (1999)	15
Figura 3.2.2: Esquematização da drenagem de Hubbert & McInnes (1999)	16
Figura 3.3: Esquema ilustrativo do critério de inundação e drenagem de Xie <i>et al</i> (2004)	18
Figura 3.2.4: Uma região costeira hipotética mostrando os limites do esquema de áreas alagáveis de Oey (2005)	19
Figura 4.1.1: Exemplo do nível médio do POM (linha pontilhada) em um canal com uma rampa (linha grossa)	22
Figura 4.1.2: Disposição dos pontos de elevação e componentes u e v da velocidade na Grade C de Arakawa. Em (a), os pontos em vermelho representam valores nulos, que não são utilizados na condição de contorno. Os pontos de condição de contorno são os que estão fora do pontilhado, o qual representa a região interior da grade, onde as variáveis são calculadas. Em (b), detalhe da disposição das variáveis	23
Figura 4.1.4.1: Algoritmo de Inundação e Drenagem	28
Figura 5.1.1.1: Topografia de fundo do canal (linha grossa), e a elevação inicial da superfície (linha pontilhada)	30
Figura 5.1.1.2: (a) Separação em duas ondas se propagando em sentidos opostos; (b) Momento da reflexão das duas ondas nas fronteiras fechadas	31
Figura 5.1.1.3: Percentual de anomalia da massa total do sistema ao longo do tempo.....	32
Figura 5.1.1.4: Energia cinética total do sistema ao longo do tempo.....	32
Figura 5.2.1.1: Campo de elevação durante a inundação (a – f) e drenagem (g – h) ...	35
Figura 5.2.1.2: Comparação entre a elevação da superfície livre e o Número de Froude. Primeiro instante que $Fr > 1.0$, e se mantém até 11.45 segundos	36

Figura 5.1.2.4: Anomalia do momento ao longo do tempo	34
Figura 5.2.1.1: Campo de elevação durante a inundação (a – f)	36
Figura 5.2.1.3: Comparação entre a elevação da superfície livre e o Número de Froude. Instante em que a rampa é totalmente drenada.....	37
Figura 5.2.1.4: Anomalias da massa e energia cinética do sistema	37
Figura 5.2.3.1: Número de Froude (quadro superior) e elevação da superfície livre. Instantes seguidos de inundação	39
Figura 5.2.3.2: Número de Froude (quadro superior) e elevação da superfície livre. Máxima inundação da rampa	40
Figura 5.2.3.3: Número de Froude (quadro superior) e elevação da superfície livre. Penúltimo instante de drenagem	40
Figura 5.2.3.4: Comparação da energia cinética da metade oeste da grade. Pontos: Caso com celeridade pela aproximação de onda de água rasa; linha pontilhada: Caso com celeridade pela Condição de Orlanski	41
Figura 5.2.3.5: Comparação do percentual de massa total do sistema. Pontos: Caso com celeridade pela aproximação de onda de água rasa; linha pontilhada: Caso com celeridade pela Condição de Orlanski	41
Figura 5.3.1.1: Instante inicial de inundação. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento	43
Figura 5.3.1.2: Segundo instante de inundação. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento	43
Figura 5.3.1.3: Máxima inundação da rampa. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento	44
Figura 5.3.1.4: Instante inicial de drenagem. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento	44
Figura 5.3.1.5: Último instante de drenagem. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento	45
Figura 5.3.1.6: Comparação da energia cinética. Tempo em segundos. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; pontos: Sem conservação de massa e momento	46
Figura 5.3.1.7: Comparação do percentual de massa total do sistema. Tempo em segundos. Pontilhado: Com conservação de massa e momento; pontos: Sem conservação de massa e momento	46

Figura B.1.1: Campos iniciais. Quadro superior: Número de Froude; quadro inferior: Elevação da superfície livre	58
Figura B.1.2: Número de Froude e elevação da superfície livre. (a) Instante que a onda cresce ao encontrar a batimetria mais rasa; (b) o escoamento se torna super-crítico; (c) ressalto hidráulico	59
Figura B.1.3: Número de Froude e elevação da superfície livre	60
Figura B.1.4: Anomalia de momento da metade leste da grade	60
Figura B.2.1: Campos iniciais	61
Figura B.2.2: Momento em que o escoamento se torna super-crítico	62
Figura B.2.3: Desenvolvimento do ressalto hidráulico	62
Figura B.2.3: Desenvolvimento do ressalto hidráulico	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Simulações realizadas. A sigla C.M.M. significa: Conservação de Massa e	
Momento	29

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, existe a necessidade de aprimoramento do nível de representação das condições físicas de regiões costeiras devido ao crescimento contínuo de atividades de exploração de recursos naturais que freqüentemente são os causadores de acidentes que geram danos ao meio ambiente. A modelagem numérica computacional como subsídio para o conhecimento da hidrodinâmica, é uma das mais importantes fontes de informação para a elaboração de medidas preventivas de danos ao meio ambiente. No entanto, não é capaz de representar exatamente os fenômenos que ocorrem na natureza devido a uma série de aproximações físicas e matemáticas necessárias para a solução das equações que regem a dinâmica. A região costeira possui uma circulação muito específica e de escala mais diminuta do que os modelos hidrodinâmicos em geral são capazes de representar.

Os modelos oceânicos e costeiros em geral podem ser classificados quanto ao tratamento da fronteira entre a água e a terra em duas categorias básicas: os modelos com “costa fixa” e os modelos com “fronteira móvel” (Ip *et al*, 1998; Hubbert & McInnes, 1999). O modelo a ser utilizado neste trabalho, o *Princeton Ocean Model* - POM (Blumberg & Mellor, 1983) utiliza a fronteira fixa, onde a linha de costa é tratada como um paredão intransponível pela água em que a elevação da superfície livre do mar apenas oscila. Apesar de admitir a superfície livre (o POM não utiliza a aproximação da “tampa rígida”), o nível médio da superfície livre é especificado em relação à profundidade. Portanto o modelo se torna incapaz de reproduzir os efeitos causados pelos processos de alagamento e drenagem que ocorrem nas regiões mais rasas de um estuário, em especial em planícies de maré. E nestas áreas, a hidrodinâmica resultante dessas inundações e drenagens é de suma importância, sendo a forçante destes processos a maré ou fenômenos meteorológicos. Pode-se citar como requisito o entendimento desta circulação, por exemplo, a modelagem de processos de transporte de sedimentos, pois esta gera atrito de fundo que é fundamental para a erosão e deposição de sedimentos (Le Hir *et al*, 2000). Além disso, estas áreas têm um papel importante no ecossistema e sua produtividade é sustentada principalmente pelos processos periódicos de alagamento (Jiang & Wai, 2005).

Segundo Balzano (1998), a área das planícies de um estuário que estão submetidas aos alagamentos pode ser da mesma ordem de magnitude das áreas constantemente submersas. Portanto, o entendimento do que ocorre e a obtenção de um certo grau de previsão quanto às inundações não permanece somente no cunho científico, tornando-se também uma necessidade de populações que vivem próximo a estas áreas que sofrem intensas variações do nível do mar. Como exemplo, pode-se citar a Baía do Rio Caeté no estado do Pará, uma região altamente dinâmica e onde também vem se desenvolvendo crescimento econômico (Szlafstein, 2003).

Neste contexto, o objetivo principal deste trabalho é implementar um esquema de inundação no POM (caso 2D) e avaliar seu desempenho através de testes em condições idealizadas. O POM é um modelo resolvido por diferenças finitas, que já foi aplicado com sucesso para simulações de escala de bacia oceânica e para regiões costeiras. Todas as referências com utilização do modelo podem ser encontradas no endereço eletrônico: <http://pom.princeton.edu/POM04/references.php>. A descrição física do modelo e sua estrutura são detalhadas na Seção 2.

Existe uma variedade de aproximações que são utilizadas para avaliar os processos de alagamento e drenagem descritos em literatura. Alguns métodos já foram aplicados no POM. Uma revisão bibliográfica será apresentada na Seção 3. A implementação do esquema será aplicada no modelo através de condições de “bloqueio” e “desbloqueio” de células de água. Estas condições serão impostas de acordo com a estrutura do código. Uma vez que uma célula de terra é inundada, serão agregados valores de massa e quantidade de movimento para as variáveis do ponto de grade em questão. Similarmente ocorre para o processo de drenagem. Desta forma, insere-se no modelo uma nova questão quanto ao balanço de massa do sistema. Uma nova forma de conservar a massa e a quantidade de movimento é apresentada, e será abordada na Seção 4.

Na Seção 5 são apresentados e discutidos os resultados das simulações, e por fim, a Seção 6 finaliza o trabalho com as conclusões.

2. MODELO HIDRODINÂMICO

O modelo hidrodinâmico POM foi desenvolvido na Universidade de Princeton (Blumberg & Mellor, 1983 e 1987; Mellor, 2003) e, conforme foi citado na Introdução, vem sendo amplamente utilizado pela comunidade científica. É um modelo de livre acesso e o código e publicações relacionadas podem ser encontrados no endereço eletrônico: <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom/>.

As equações que governam os processos físicos do modelo descrevem os campos de velocidade, de elevação da superfície e de temperatura e salinidade, e são resolvidas por métodos de diferenças finitas. São as equações hidrodinâmicas da conservação de massa, quantidade de movimento, calor e salinidade, acopladas com uma equação do estado da água do mar. As variáveis prognósticas são as três componentes do campo de velocidades, elevação da superfície livre, temperatura, salinidade, e duas quantidades que caracterizam turbulência, a energia de turbulência cinética e turbulência de macroescala, que são calculadas de acordo com o sub-modelo de fechamento turbulento (Mellor & Yamada, 1974, *apud* Blumberg & Mellor, 1987). Este sub-modelo é conhecido em literatura como o fechamento turbulento de Mellor & Yamada. Este impõe uma melhoria na representação das camadas de Ekman superficiais e de fundo sobre a plataforma continental.

Duas aproximações para efeitos de simplificação são adotadas no modelo: hidrostática e de Boussinesq. A aproximação hidrostática impõe que a pressão em qualquer profundidade é considerada como sendo a pressão hidrostática (pressão resultante do peso da água circundante atuando sobre a unidade de área. E a aproximação de Boussinesq assume que é desprezível o efeito das variações de densidade sobre a massa do fluido se estas forem muito pequenas, a menos que multiplicadas pela gravidade. Ou seja, as variações nas acelerações horizontais devido às diferenças de massa podem ser desprezadas, mas deve-se considerá-las para o cálculo do campo de pressão. O modelo considera ainda a aproximação do plano Beta, a qual adota uma latitude de referência para a qual é calculado o parâmetro de Coriolis, e a esse valor é somado à variação deste com a latitude.

A seguir, será apresentada uma breve descrição do POM de acordo com suas principais referências (Blumberg & Mellor, 1983; Blumberg & Mellor, 1987; Mellor, 2003).

2.1- Equações Dinâmicas e Termodinâmicas

As equações governantes do POM no sistema de coordenadas cartesianas, onde x é positivo para leste, y para norte e z verticalmente para cima, sendo a elevação da superfície livre representada por $z = \eta(x, y, t)$ e o fundo por $z = -H(x, y)$ são:

- *Equação da Conservação de Massa:*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1.1)$$

onde o primeiro termo corresponde à taxa de variação da componente da velocidade u na direção x ; o segundo termo, à taxa de variação da componente da velocidade v na direção y ; e o último, à taxa de variação da componente da velocidade w na direção z .

- *Equação do Movimento com a promediação de Reynolds:*

Na direção x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2\Omega \sin \varphi v = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_x \quad (2.1.2)$$

Na direção y :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\Omega \sin \varphi u = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial v}{\partial z} \right) + F_y \quad (2.1.3)$$

Na direção z :

$$\rho g = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.1.4)$$

onde $\frac{\partial u}{\partial t}$ e $\frac{\partial v}{\partial t}$ correspondem às variações temporais das componentes u e v , respectivamente; o segundo, terceiro e quarto termos de ambas as equações representam às taxas de variações advectivas devido ao movimento; $2\Omega \sin \varphi$ é o parâmetro de Coriolis; ρ_0 é a densidade de referência; $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}$ e $\frac{\partial p}{\partial z}$ correspondem às variações de pressão nas direções x , y e z respectivamente; K_M é o coeficiente de difusão de quantidade de movimento turbulento; g é a constante gravitacional, com valor de $9,81 \text{ m.s}^{-2}$; e F_x e F_y são processos de mistura horizontal, análogos à difusão molecular:

$$F_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(2A_M \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[A_M \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.1.5a)$$

$$F_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(2A_M \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[A_M \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.1.5b)$$

onde A_M é o coeficiente cinemático horizontal de viscosidade turbulenta (m^2s^{-1}).

A densidade nestas equações está de acordo com Fofonoff (1962, *apud* Blumberg & Mellor, 1983), sendo ρ a anomalia da densidade. É definida como a densidade *in situ* menos a densidade média (a profundidade constante). Este procedimento reduz erros de truncamento numérico associados com grandes variações topográficas.

Como citado anteriormente, no parâmetro de Coriolis é incluída uma variação latitudinal através da aproximação do plano β . Esta aproximação considera um plano tangente à esfera terrestre e usa um sistema de coordenadas retangulares com erros desprezíveis. Portanto, a variação de f com a latitude será $f = (f_0 + \beta_y)$, onde f_0 é o valor de f na latitude média da região e $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ é o valor na latitude média da área. A quantidade β é chamada de variação do parâmetro de Coriolis com a latitude (Pond & Pickard, 1983).

- Equações de conservação de salinidade e energia térmica:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + F_\theta \quad (2.1.6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial S}{\partial z} \right) + F_S \quad (2.1.7)$$

onde $\partial\theta/\partial t$ e $\partial S/\partial t$ correspondem às variações temporais da temperatura potencial (θ) e da salinidade (S), respectivamente; o segundo, terceiro e quarto termos de ambas as equações representam as taxas de variações advectivas da temperatura potencial (θ) e da salinidade (S); o primeiro termo do lado direito de ambas as equações representam a difusão turbulenta vertical da temperatura e salinidade; K_H é o coeficiente de difusão turbulenta de sal e calor; e F_θ e F_S são os processos de mistura:

$$F_{\theta,S} = \frac{\partial}{\partial y} \left(2A_H \frac{\partial(\theta,S)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[A_H \left(\frac{\partial(\theta,S)}{\partial y} + \frac{\partial(\theta,S)}{\partial x} \right) \right] \quad (2.1.5c)$$

onde A_H é o coeficiente cinemático horizontal de difusão turbulenta de sal e calor (m^2s^{-1}).

Utilizando a temperatura e salinidade, a densidade é calculada pela equação do estado:

$$\rho = \rho(\theta, S) \quad (2.1.8)$$

Vale ressaltar aqui uma característica importante do POM. Em hidrodinâmica, o fluxo pode ser considerado como composto por uma componente média e uma perturbada:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.1.9)$$

sendo ϕ a representação do fluxo, $\bar{\phi}$ o fluxo médio e ϕ' o perturbado. No POM, as equações da continuidade e de Reynolds são divididas em modos baroclínico e barotrópico. Este último é o fluxo médio na vertical, ou seja, despreza as variações de densidade na coluna d'água, sendo considerado somente as variações devido ao gradiente de pressão:

$$\bar{\phi}' = \int_{z=-H}^{z=\eta} \phi dz \quad (2.1.10)$$

O modo baroclínico admite gradientes horizontais, sendo o fluxo representado por:

$$\phi' = \phi - \bar{\phi} \quad (2.1.11)$$

Na Figura 2.1.1 são ilustrados as condições baroclínicas e barotrópicas.

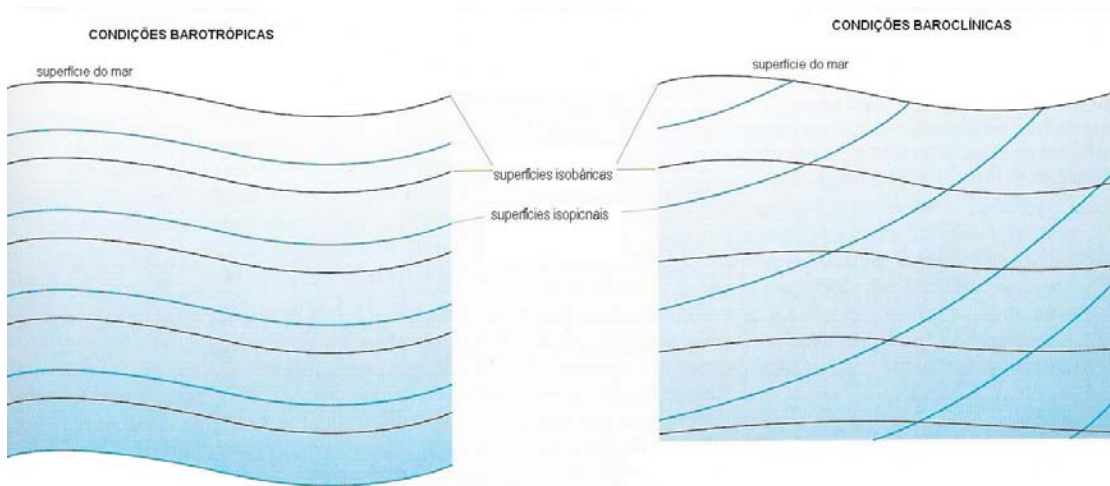


Figura 2.1.1: Condições barotrópicas e baroclínicas

Adaptado de: The Open University Team (2001)

2.2 - Coordenada vertical Sigma

Outra característica do POM é que a coordenada vertical é transformada para a coordenada sigma. Esta transformação permite tratar melhor a discretização vertical de gradientes topográficos intensos, porém pode gerar perturbações no cálculo do campo de massa (Mellor *et al*, 1994). Esta coordenada vertical sigma permite uma distribuição de camadas de acordo com o fundo (Figura 2.2.1).

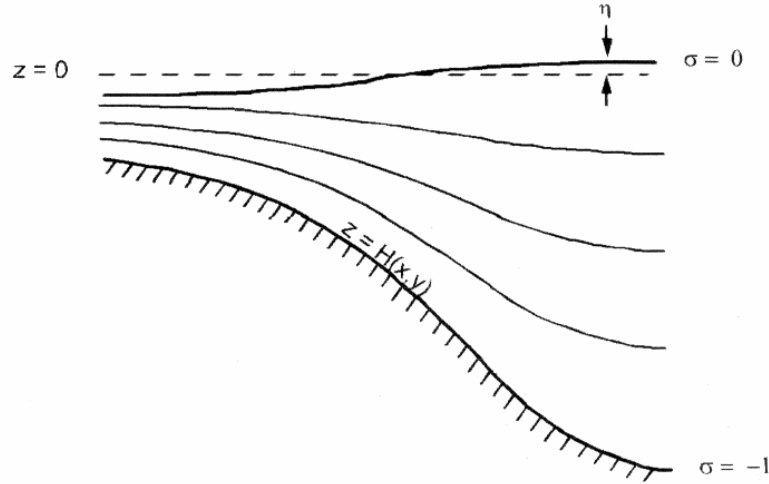


Figura 2.2.1: Sistema de coordenada sigma.

Fonte: Mellor, 2003

A transformação é dada por:

$$\sigma = \frac{z - \eta}{H + \eta} \quad (2.2.1)$$

onde $H(x, y)$ é a topografia de fundo e $\eta(x, y, t)$ é a elevação da superfície livre, sendo $\sigma = 0$ em $z = \eta$ e $\sigma = 1$ em $z = -H$. A seguir é apresentada a dedução da transformação da coordenada sigma.

Considerando uma propriedade φ na coordenada cartesiana, ela é uma função $\varphi(x, y, z, t)$. A mesma propriedade com coordenada vertical sigma será $\varphi^*(x^*, y^*, \sigma, t^*)$, sendo que $\sigma = \frac{z - \eta}{D}$ e $D = H(x, y) + \eta(x, y, t)$. Lembrando que $z = \eta$ em $\sigma = 0$ e $z = -H$ em $\sigma = 1$.

A derivada da propriedade φ em relação a x na nova coordenada é:

- Aplicando a Regra da Cadeia, e lembrando que $\varphi = f(x, y, z, t)$, $\varphi^* = g(x^*, y^*, \sigma, t^*)$; sendo $\varphi^*(\sigma)$ e $\sigma(x)$, teremos:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (2.2.2)$$

mas

$$\frac{\partial \varphi^*}{\partial x} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (\text{também pela Regra da Cadeia}) \quad (2.2.3)$$

Então fica:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (2.2.4)$$

mas o termo $\frac{\partial \sigma}{\partial x}$, considerando $\sigma = z - \eta \frac{1}{D}$, pela Regra do Produto, fica:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{1}{D} - (z - \eta) \frac{1}{D^2} \frac{\partial D}{\partial x} = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{1}{D} - \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \quad (2.2.5)$$

(lembrando que $\frac{\partial(z - \eta)}{\partial x} = -\frac{\partial \eta}{\partial x}$ e, pela Regra do Quociente, $\frac{\partial(1/D)}{\partial x} = -\frac{\partial D}{\partial x} \frac{1}{D^2}$).

Substituindo (2.2.5) em (2.2.4) teremos:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right) \quad (2.2.6)$$

Analogamente para a direção y:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial y^*} - \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial y} \right) \quad (2.2.7)$$

e para t:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial t^*} - \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial t} \right) \quad (2.2.8)$$

Para a vertical fica (analogamente a x, desde (2.2.2)):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (2.2.9)$$

mas o primeiro termo do lado direito de (2.2.9) é nulo porque já é a própria coordenada sigma, e o segundo termo do lado direito fica:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{1}{D} \quad (2.2.10)$$

pois a $\frac{\partial(z - \eta)}{\partial z} = 1$ e a $\frac{\partial(1/D)}{\partial z} = 0$ pois $D = f(x, y, t)$. Substituindo (2.2.10) em

(2.2.9) ficamos com:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \frac{1}{D} \quad (2.2.11)$$

Aplicando (2.2.6), (2.2.7) e (2.2.11) na Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right) + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial y} \right) + \frac{\partial w}{\partial \sigma} \frac{1}{D} = 0 \quad (2.2.12)$$

Uma nova velocidade vertical é definida como sendo (equação 3 de Blumberg & Mellor, 1983):

$$\omega = w - u \left(\frac{\partial D}{\partial x} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - v \left(\frac{\partial D}{\partial y} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \sigma \frac{\partial D}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.2.13)$$

ou

$$w = \omega + u \left(\frac{\partial D}{\partial x} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial D}{\partial y} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.2.14)$$

Substituindo (2.2.14) em (2.2.12):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right) + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial y} \right) + \dots \\ & \dots + \frac{1}{D} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \sigma} + \frac{\partial u}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial D}{\partial x} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial v}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial D}{\partial y} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{\partial D}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

Multiplicando todos os termos de (2.2.15) por D:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u D}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \sigma \frac{\partial D}{\partial x} \right) + \frac{\partial v D}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} + \sigma \frac{\partial D}{\partial y} \right) \dots \\ & \dots + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} + \frac{\partial u}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial D}{\partial x} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial v}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial D}{\partial y} \sigma + \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{\partial D}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

Como $\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$, a equação (2.2.16) se torna:

$$\frac{\partial u D}{\partial x} + \frac{\partial v D}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.2.17)$$

que é a **Equação da Continuidade**.

A **Equação de momento de Reynolds** para a direção x:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2\nu\Omega \sin\varphi = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_x \quad (2.2.18)$$

sofre as seguintes transformações na nova coordenada:

- fazendo $\frac{\partial u}{\partial t} =$ equação (2.2.7) * D:

$$\frac{\partial u D}{\partial t} - \underbrace{\frac{\partial u}{\partial \sigma}}_{=0} \frac{\partial \eta}{\partial t} - \sigma \underbrace{\frac{\partial u}{\partial \sigma}}_{=0} \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial u D}{\partial t} \quad (2.2.19)$$

- fazendo $\frac{\partial u}{\partial x} = \text{equação (2.2.6)} * D$:

$$\frac{\partial u D}{\partial x} - \underbrace{\frac{\partial u}{\partial \sigma}}_{=0} \frac{\partial \eta}{\partial t} - \sigma \underbrace{\frac{\partial u}{\partial \sigma}}_{=0} \frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial u D}{\partial x} \quad (2.2.20)$$

- analogamente, $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u D}{\partial y}$

- fazendo $w \frac{\partial u}{\partial z} = \text{equação (2.2.11)} * D$:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u w}{\partial \sigma} \quad (2.2.21)$$

e fazendo $w = \omega$ (equação 2.2.14) * D :

$$w = \omega + u \frac{\partial D}{\partial x} \sigma + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + \sigma \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial t},$$

e aplicando a derivada $\frac{\partial}{\partial \sigma}$ da equação (2.2.21):

$$w = \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial u D}{\partial x} \right)}_{=0} \sigma + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial u \eta}{\partial x} \right)}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)}_{=0} \sigma + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)}_{=0}.$$

Portanto o termo $w \frac{\partial u}{\partial z}$ fica: $w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u \omega}{\partial \sigma}$. (2.2.22)

- o termo de Coriolis se torna:

$$- 2v D \sin \varphi \quad (2.2.23)$$

- o termo de pressão $-\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial x}$ sofre a seguinte transformação:

- em coordenadas cartesianas, o termo de pressão é:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\eta \rho' g dz' \quad (\text{Mellor, 2003}), \text{ lembrando que}$$

$\rho(s, t, p(z)); \eta(x, y, t); z = H(x, y)$. Pela Regra de Leibnitz:

$$\frac{d}{dt} \int_{a(t)}^{b(t)} f(x, t) dx = f[b(t), t] \frac{\partial b(t)}{\partial t} - f[a(t), t] \frac{\partial a(t)}{\partial t} + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial (f(x, t))}{\partial t} dx \quad (2.2.24)$$

chega-se a:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\eta \rho' g dz' = \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\eta g \frac{\partial \rho}{\partial z} dz = \rho_\eta g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \rho_z g \frac{\partial z}{\partial x} + \int_z^\eta \frac{\partial \rho'}{\partial x} g dz = \dots \\
&\dots = \rho_\eta g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \underbrace{\rho_z g \frac{\partial z}{\partial x}}_{\text{constante}} + \int_z^\eta \frac{\partial \rho'}{\partial x} g dz'
\end{aligned} \tag{2.2.25}$$

Transformando de acordo com a equação (2.2.6), lembrando que em $\eta, \sigma = 0$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{D} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right) \tag{2.2.26}$$

Multiplicando por D :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho D}{\partial x} - \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \sigma \frac{\partial D}{\partial x} \right) \\
&\therefore
\end{aligned} \tag{2.2.27}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_\sigma g \frac{\partial \eta}{\partial x} + g \int_\sigma^0 \left[D \frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \sigma \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right] d\sigma$$

Integrando o termo $\frac{\partial \eta}{\partial x}$ (que é zero) dentro dos parênteses da integral:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_\sigma g \frac{\partial \eta}{\partial x} + g \int_\sigma^0 \left(D \frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\partial D}{\partial x} \sigma' \right) d\sigma \tag{2.2.28}$$

sendo $\rho_\sigma = \rho_0$ (Mellor, 2003).

Multiplicando a equação (2.2.28) por D :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_\sigma g D \frac{\partial \eta}{\partial x} + g D \int_\sigma^0 \left(D \frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\partial D}{\partial x} \sigma' \right) d\sigma \tag{2.2.29}$$

- o termo $\frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial u}{\partial z} \right)$ em (2.2.29) se torna:

$$\text{Da equação (2.2.21): } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u D}{\partial \sigma}.$$

$$\text{Da equação (2.2.11): } \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K_M}{D} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right). \tag{2.2.30}$$

Voltando todos os termos para a equação (2.2.18):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u D}{\partial t} + \frac{\partial u^2 D}{\partial x} + \frac{\partial u v D}{\partial y} + \frac{\partial u \omega}{\partial \sigma} - 2v D \sin \varphi = -g D \frac{\partial \eta}{\partial x} - \dots \\
&\dots \frac{g D^2}{\rho_0} \int_\sigma^0 \left(D \frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\partial D}{\partial x} \sigma' \right) d\sigma + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K_M}{D} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) + F_x
\end{aligned} \tag{2.2.31}$$

Analogamente, chega-se à direção y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v D}{\partial t} + \frac{\partial uv D}{\partial x} + \frac{\partial v^2 D}{\partial y} + \frac{\partial v \omega}{\partial \sigma} + 2uD \sin \varphi = -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} - \dots \\ \dots \frac{gD^2}{\rho_0} \int_{\sigma}^0 \left(\frac{\partial \rho'}{\partial y} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\partial D}{\partial y} \sigma' \right) d\sigma + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K_M}{D} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) + F_y \end{aligned} \quad (2.2.32)$$

Todas as equações na coordenada sigma podem ser encontradas em Mellor (2003), Blumberg & Mellor (1983, 1987).

2.3 – Esquema Numérico

A discretização das componentes horizontais u , v (componentes leste-oeste e norte-sul da velocidade da corrente, respectivamente) e da elevação da superfície do mar (η) (Figura 2.3.1) é feita com base na grade C de Arakawa (Messinger & Arakawa, 1976). Neste tipo de grade, os pontos de variáveis escalares estão dispostos sempre no centro das células e entre os pontos de velocidade. Os pontos de u estão dispostos a leste e oeste dos pontos da elevação da superfície e os pontos de v estão a norte e sul. Na Figura 2.3.1, ω é a velocidade vertical, q e l são parâmetros do modelo de fechamento turbulento.

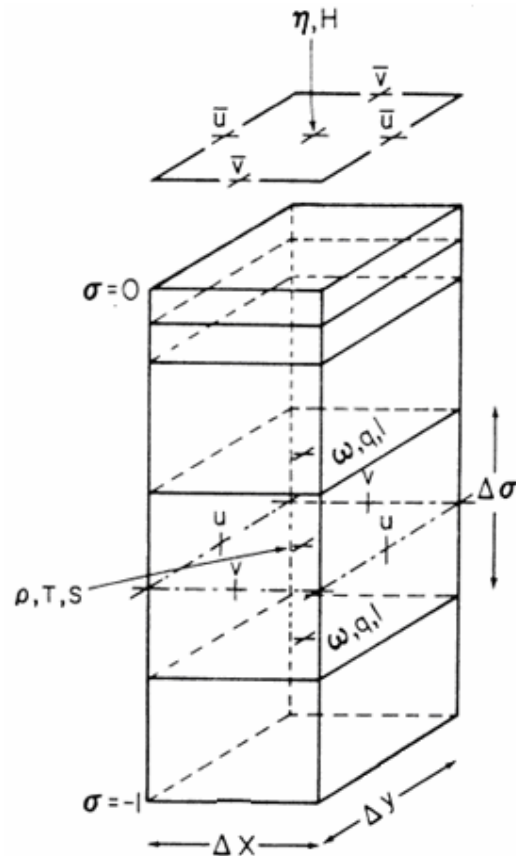


Figura 2.3.1: Grade C de Arakawa utilizada pelo POM.

Adaptado de Blumberg & Mellor, 1987

As equações da continuidade e do momento são separadas em modo baroclínico (interno) e barotrópico (externo) o que aumenta a eficiência computacional. As equações, em sua forma bidimensional, são calculadas com diferentes passos de tempo para cada modo. Isto é possível pois os passos de tempo são determinados com base na velocidade de propagação da onda de gravidade (para o modo externo) e da onda interna (modo interno), de acordo com a condição de Courant-Friedrich-Levy, que limita o passo de tempo de modo que a equação seja resolvida dentro das condições físicas do problema. Para cada passo de tempo do modo interno, o modo externo é calculado n vezes (Figura 2.3.2). O modo externo resolve as equações através do esquema explícito *leap-frog*. A estrutura do código está ilustrada na Figura 2.3.2. No programa principal são inicializadas as variáveis e parâmetros. A seguir, inicia-se o laço de tempo do modo interno (9000) onde as equações dinâmicas e termodinâmicas são resolvidas. As variáveis são mediadas na vertical e o modo externo é iniciado, onde são resolvidas as

equações médias na vertical. Após o n-ésimo passo de tempo externo, a elevação e as velocidades médias verticais são atualizadas para o modo interno, seguindo a marcha no tempo.

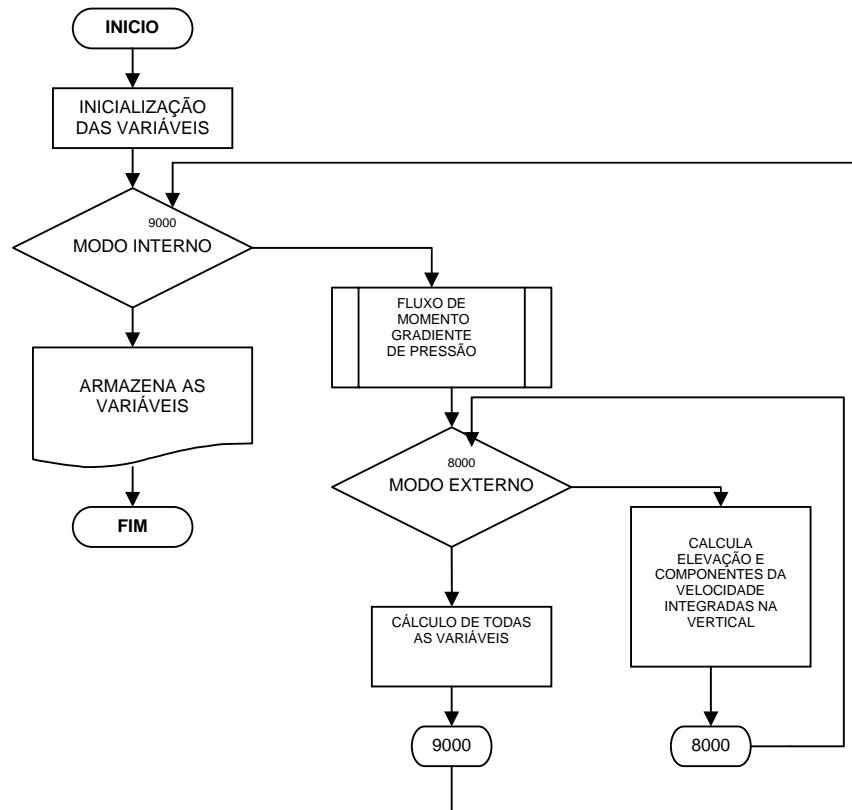


Figura 2.3.2: Fluxograma do código.
Adaptado de Mellor (2003)

Maiores detalhes do modelo são encontrados em Blumberg & Mellor (1983), Blumberg & Mellor (1987) e Mellor (2003).

3. ESQUEMAS DE ÁREAS ALAGÁVEIS

3.1 Revisão Bibliográfica e classificação:

Nas últimas três décadas foram desenvolvidos esquemas de inundação para modelos com soluções em métodos de elementos finitos (Ip *et al* (1998); George & Stripling (1995); Heniche *et al* (2000), entre outros), volumes finitos e diferenças finitas (Falconer & Owens (1987); Lin & Falconer (1997); Hubbert & McInnes (1999); Ji *et al* (2001); Zheng *et al* (2003); Xie *et al* (2004); Uchiyama (2004); Oey (2005); Oey (2006), entre outros).

A modelagem de inundações e drenagens que ocorrem nas planícies de maré apresenta dificuldades matemáticas especiais devido à evolução do domínio durante a simulação, em resposta à solução computada (Ip *et al*, 1998). Estes esquemas podem ser classificados, de um modo geral, em dois tipos: (1) modelos com grade variável; (2) modelos com grade fixa, que tratam o esquema pontualmente. Segundo Ip *et al* (1998), a aproximação mais precisa computacionalmente seria a da fronteira móvel, o que requer que a grade computacional se deforme com o decorrer da simulação de forma que as fronteiras da malha sempre estejam de acordo com a posição da linha de costa transiente (definida como profundidade zero, transporte normal e velocidade normal, nulos). Ainda segundo esses autores, métodos de elementos finitos seriam mais adequados para esta aproximação, onde a cada passo de tempo, a elevação da superfície livre, a velocidade horizontal e a posição da grade são recalculadas. Embora este procedimento seja coerente, na prática pode gerar grades altamente deformadas, além da necessidade computacional adicional de contínuo ajuste da malha e regeneração da mesma. Conseqüentemente, esta aproximação tem se restringido somente à aplicação de testes idealizados ((Sidén & Lynch, 1988; Áustria & Aldama, 1990) *apud* Zheng *et al*, 2003). Balzano (1998) apresenta uma revisão de esquemas de áreas alagáveis, inclusive os que trabalham com fronteira móvel. Esta aproximação não terá abordagem aprofundada neste trabalho, pois não é a aplicada.

A aproximação mais utilizada em modelos operacionais é a da grade fixa (Ip *et al*, 1998), onde o domínio computacional cobre toda a área de interesse, inclusive as áreas alagáveis. Em geral, estes utilizam a lógica para alternar células secas (passivas)

ou molhadas (ativas) dependendo da elevação da superfície computada, invocando uma condição de bloqueio (ou de fluxo igual à zero nas interfaces das células) quando a profundidade média nas interfaces se torna menor do que uma profundidade pré-estabelecida. Este bloqueio envolve uma verificação em todas as interfaces das células vizinhas da célula em questão, imediatamente após a atualização da elevação da superfície livre e campo de velocidades do passo de tempo (Ji *et al*, 2001). Após a identificação das células que serão bloqueadas (secas), estas são forçadas com fluxo nulo no próximo passo de tempo (Casulli & Cheng, 1992 *apud* Ji *et al*, 2001).

A maioria dos esquemas de áreas alagáveis encontrada na literatura utiliza métodos que inundam ou secam todo o elemento de grade durante um passo de tempo. Hubbert & McInnes (1999) apresentam um método que trata o alagamento da célula gradualmente, que será discutida mais adiante do texto.

Ip *et al* (1998) apresentam uma rápida discussão (reproduzida a seguir) a cerca do nível de representação física do problema. Não há dificuldades quanto à hidrodinâmica para os modelos em geral, pois esta é bem descrita para as clássicas equações de águas rasas 2D. No entanto, as simulações das planícies de maré tratam de escalas de comprimento pequenas que, combinadas com condições de fluxo quase críticas conforme a profundidade se aproxima de zero, tendem a controlar a advecção quando outros processos físicos são dominantes. Nestas regiões costeiras rasas, a força primária de balanço é entre o atrito e o gradiente de pressão. Nestas circunstâncias adota-se uma equação de quantidade de movimento reduzida para este simples balanço, eliminando as complicações desnecessárias dos termos de aceleração, conhecida como aproximação cinemática. Esta aproximação não será utilizada neste estudo, apenas complementa as informações a respeito dos esquemas de inundação. De certa forma, este é um problema inerente à modelagem numérica que não consegue reproduzir com fidelidade todos os processos físicos que ocorrem no oceano.

A maioria destas aproximações foi desenvolvida para modelos 2D e 3D com coordenadas cartesianas na direção vertical. A limitação de utilizar uma grade regular fixa está na dificuldade de resolver feições topográficas complicadas, com resolução vertical limitada em áreas rasas onde geralmente existem irregularidades batimétricas. A principal vantagem de utilizar coordenadas sigma é a de que a grade pode seguir a superfície e o fundo (aumentando assim a resolução nessas regiões), e o número de camadas verticais é constante no domínio. Porém, ao aplicar esquemas de áreas alagáveis em três dimensões, o esquema numérico pode se tornar instável (Lin &

Falconer, 1997). Como a espessura da camada é proporcional à profundidade local, quando há grandes irregularidades batimétricas, a camada pode ser espessa demais em águas profundas para representar adequadamente as feições, ao mesmo tempo em que a grade pode ser fina demais para regiões rasas. Esta dificuldade pode gerar esquemas de inundação altamente instáveis porque o tamanho da célula vertical pode ser muito pequeno em regiões muito rasas (Jiang & Wai, 2005). Em modelos oceânicos com coordenada sigma, a transformação de coordenada cartesiana para sigma não é possível se a profundidade total é zero, tornando difícil a incorporação de esquemas de inundação com tratamento pontual (Uchiyama, 2004).

3.2- Aplicações no POM

O primeiro esquema de áreas alagáveis aplicado ao POM foi publicado por Zheng *et al* (2003). Os autores utilizam a aproximação de grade fixa. Os pontos secos e molhados são definidos usando a profundidade total local $D = H(x, y) + \eta(x, y, t)$, sendo H a profundidade média e η a elevação da superfície. Quando D é positivo, o ponto é definido como molhado, do contrário será seco. No ponto seco, todas as equações são tratadas simplesmente considerando-se que a viscosidade vertical turbulenta é infinita e assim a velocidade neste ponto automaticamente desaparece. Este método é aplicado a casos bidimensionais, e é o mesmo utilizado por Ip *et al* (1998). Quando se trata de simulações tridimensionais, torna-se necessário que as equações satisfaçam uma solução de valor finito quando a profundidade D se aproxima de zero. Como pode ser observado no Apêndice A, a transformação de coordenadas verticais sigma não é válida se a profundidade total D for zero, tornando difícil incorporar um esquema de alagamento pontual num modelo com tais coordenadas. Dois métodos são propostos pelos autores para evitar a ocorrência de pontos singulares quando a profundidade total local se aproxima de zero na área de pontos secos. O primeiro método assume que as correntes se anulam em pontos secos, como resultado de difusões horizontal e vertical infinitas. Este método é simples, mas numericamente não garante a conservação de massa. O segundo, introduz uma camada de fundo adicional redefinindo a profundidade total local D como sendo a soma da profundidade real local com a

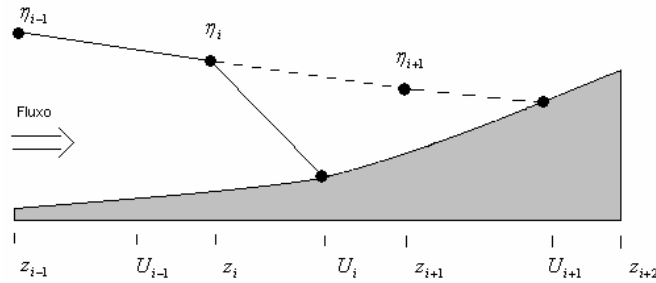
espessura da camada de fundo (h_c) (o mesmo método de Ip *et al*, 1998). Uma célula de grade será tratada com um ponto molhado se D for maior do que h_c ; senão permanecerá seca. Fisicamente, a camada de fundo seria como uma camada viscosa sem movimento. Tecnicamente, esta camada deve ser suficientemente fina a fim de satisfazer uma condição de não movimento e melhorar a estabilidade numérica. Este método foi aplicado ao modelo ECOM-si (Blumberg & Mellor, 1983), que é um modelo oceânico tridimensional similar ao POM. Segundo os autores, a vantagem deste método é que ele é simples e conserva massa sem ter a necessidade da transformação sigma estar perfeitamente de acordo com a topografia irregular de fundo, e a liberdade de utilizar uma resolução arbitrária na vertical.

Xie *et al* (2004) implementam uma versão modificada do esquema de inundação de Hubbert & McInnes (1999) no POM para aplicar num teste idealizado. Hubbert & McInnes (1999) desenvolveram um esquema de inundação (HM99) capaz de simular inundações em amplos estuários e áreas costeiras mesmo se a grade do modelo for de baixa resolução. O critério para determinar o alagamento da célula de grade não foi restrito somente ao balanço do gradiente de pressão e atrito, utilizando também a corrente média na vertical imediatamente próxima à linha de costa e o nível do mar para determinar se toda a célula será inundada ou não. Desta forma, a inclusão ou remoção de um ponto de grade pode levar mais de um único passo de tempo para terminar, mesmo se o critério de elevação for satisfeito. A seguir será descrito o algoritmo de Hubbert & McInnes (1999). O ajuste da linha de costa para considerar o esquema de inundação e drenagem é realizado depois da solução das equações de momento e continuidade. A costa é configurada para passar pelos pontos de velocidade da grade de tal forma que ela passe pelos pontos de U na direção y e por V na direção x . As velocidades nas fronteiras são assumidas zero. O primeiro passo é calcular a distância nas direções x e y que o fluido poderia viajar num passo de tempo em cada ponto de elevação que esteja adjacente à costa. As velocidades médias verticais das correntes usadas neste cálculo são “tomadas” no primeiro ponto de grade do lado em direção ao mar do ponto de η . A distância viajada é:

$$\Delta X_{i,j}^n = \Delta X_{i,j}^{n-1} + \Delta t \times \begin{cases} U_{i-1,j,1}^n, U_{i-1,j,1}^n > 0 \\ U_{i,j,1}^n, U_{i,j,1}^n < 0 \end{cases} \quad (3.2.1)$$

$$\Delta Y_{i,j}^n = \Delta Y_{i,j}^{n-1} + \Delta t \times \begin{cases} V_{i-1,j,1}^n, V_{i-1,j,1}^n > 0 \\ V_{i,j,1}^n, V_{i,j,1}^n < 0 \end{cases} \quad (3.2.2)$$

onde $\Delta X_{i,j}^{n-1}$ e $\Delta Y_{i,j}^{n-1}$ são as distâncias percorridas no passo de tempo anterior. Pela fatoração no tempo de viagem do fluido, as células de terra estão prevenidas de serem automaticamente inundadas no primeiro instante que o nível da água na costa excede a altura dos pontos secos adjacentes. O teste para o movimento da linha de costa procede nas direções x e y separadamente. Se a altura da água no primeiro ponto z da linha de costa em direção ao mar excede a altura topográfica no primeiro ponto de z em direção à terra (Figura 3.2.1), a distância viajada acumulada na dada direção excede o incremento de grade, então um novo ponto de água é adicionado ao domínio computacional. A velocidade no novo ponto é extrapolada dos pontos adjacentes e a equação da continuidade é resolvida para obter a profundidade (D) neste novo ponto. Finalmente $\Delta X_{i,j}^n$ e $\Delta Y_{i,j}^n$ são zerados.

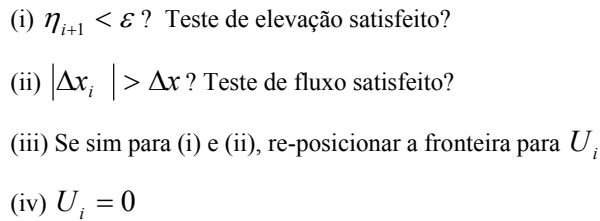


- (i) $\eta_i > z_{i+1}$? Teste de elevação satisfeito?
- (ii) $\Delta x_i > \Delta x$? Teste de fluxo satisfeito?
- (iii) Se sim para (i) e (ii), re-posicionar a fronteira para U_{i+1}
- (iv) Extrapolar a velocidade para U_i

Figura 3.2.1: Esquematização da inundação de Hubbert & McInnes (1999).

Adaptado de Hubbert & McInnes (1999)

O procedimento para drenagem é similar. Se a altura do fluido (D) no ponto de altura de fronteira adjacente se torna menor do que alguma profundidade arbitrária ε (Figura 3.2.2) e a distância acumulada viajada pelo fluido exceder o incremento de grade, então a drenagem ocorre. A altura do ponto de grade é re-classificado como seco (isto é, $\eta=0$) e a fronteira é re-posicionada para o ponto de grade molhada adjacente.



Adaptado de Hubbert & McInnes (1999)

Xie *et al* (2004) acrescentam uma modificação do algoritmo de Hubbert & McInnes (1999) a fim de que este conserve massa, e possa ser implementado para o caso tridimensional. Os autores criaram uma função de máscara de terra (LFM) para “mascarar” todas as células de terra durante a simulação do modelo. É atribuído o valor de 0 para LMF para todas as células de terra e 1 para todas as células de água. O valor de LMF em cada elemento de grade é re-avaliado em cada passo de tempo baseado no critério de inundação / drenagem de Hubbert & McInnes (1999). Porém, Xie *et al* (2004) utilizam as correntes de superfície para determinar o alagamento, ao invés de usar a velocidade média vertical, pois em modelos tridimensionais existem significantes cisalhamentos de velocidade. No POM não é possível utilizar profundidade exatamente igual a zero, pois esta representa uma singularidade matemática uma vez que os termos de mistura turbulenta são divididos por D . Os autores utilizam a mesma aproximação de Zheng *et al* (2003) e Ip *et al* (1998), um valor mínimo de D (profundidade limiar). Com isso, determina-se uma profundidade mínima de água de inundação para todas as células

de grade que deixarão de ser terra para ser água. Esta profundidade mínima é arbitrariamente ajustada para 0,5 m no trabalho de Xie *et al* (2004).

Para reduzir ruídos computacionais devido à inundação ou drenagem, tal como a presença de uma única célula molhada (ou seca) circundada por células secas (ou molhadas), quando a profundidade de uma célula molhada se torna menor do que a profundidade limiar, ocorre drenagem, mas uma célula seca isolada não será novamente molhada até que pelo menos uma das células vizinhas se torne novamente molhada (Figura 3.2.3).

No modelo de Xie *et al* (2004), um procedimento de balanceamento de massa é implementado sempre que o procedimento de alagamento ou drenagem ocorrer. Em qualquer instante, a massa total no sistema deve ser mantida sem alterações, isto é,

$$S_{xy} \times \left[\sum_{i=1}^{N_N} D_i + N_D \times D_{th} + \sum_{i=1}^{N_F} (\xi_i - h_i) \right] - M_f = S_{xy} \times \sum_{i=1}^{N_I} H_i \quad (3.3.3)$$

onde D , H e ξ são os mesmos das equações, D_{th} é a profundidade limiar, e h é a altura da terra (topografia). N_N , N_D , N_F e N_I são, respectivamente, o número de células de água que não foram drenadas, células drenadas, células inundadas e número de células de água inicial, a S_{xy} é a área da célula. M_f é o fluxo de volume de água acumulado no sistema através de rios (é zero se for um sistema fechado). Os três primeiros termos do lado esquerdo de (3.3.3) são, respectivamente, os volumes de água das células normais, drenadas e inundadas em qualquer tempo. O termo na direita indica o volume total de massa inicial do sistema.

Durante um processo de inundação, algumas células de grade se tornam células molhadas. Estas novas células molhadas ganham massa às custas de água existente em células molhadas onde o nível da água é baixado incrementalmente (mas uniformemente) através de um processo iterativo para balancear a massa d'água total. O contrário ocorre na drenagem das células. A massa d'água removida de qualquer célula é re-distribuída uniformemente em todo o sistema para manter o balanço de massa.

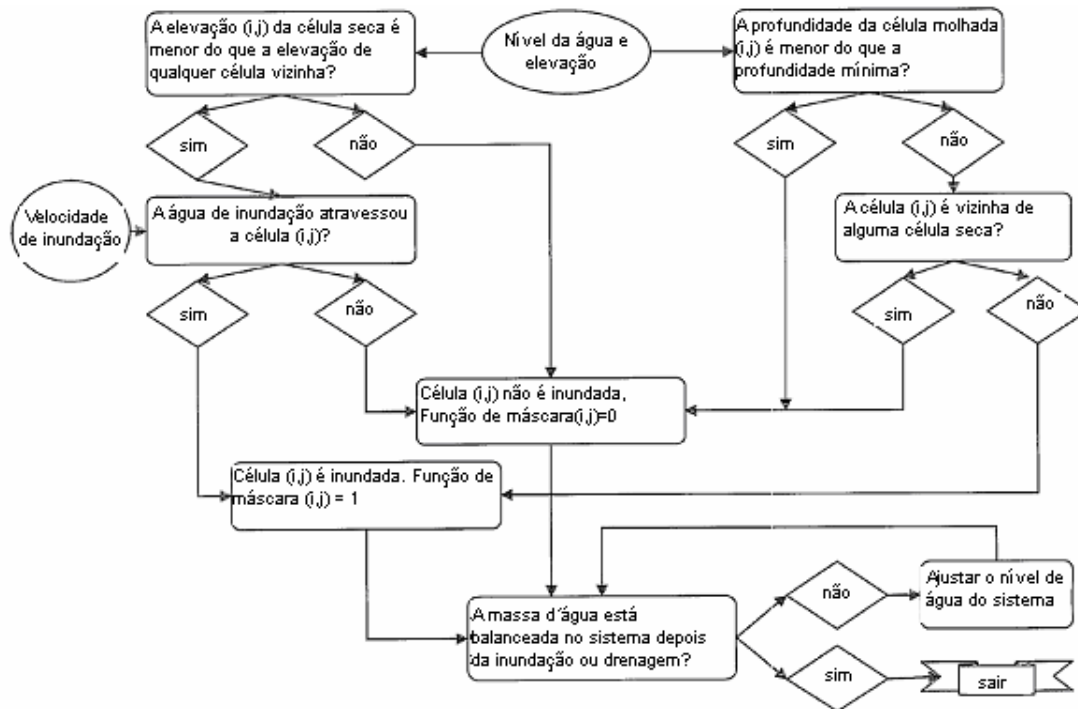


Figura 3.2.3: Esquema ilustrativo do critério de inundação e drenagem de Xie *et al* (2004).

Adaptado de Xie et al (2004).

O esquema de inundação implementado no POM por Oey (2005) é similar ao aplicado por Zheng *et al* (2003). As células secas são definidas como tendo profundidade mínima de 5 cm, e as equações do POM são resolvidas nestas células. A cada passo de tempo, D é checado em cada interface de célula, e a velocidade será imposta zero se D for menor do que 5 cm. Portanto uma célula se tornará seca se houver fluxo divergente excessivo desta célula; e uma célula seca se torna molhada se houver convergência de fluxo suficiente.

O POM possui uma máscara bidimensional (FSM) para especificar no domínio computacional quais células são água e quais são terra, de forma que se $FSM=1$ a célula é água e se $FSM=0$, a célula é terra. Para a implementação do esquema de áreas alagáveis, Oey (2005) define uma Fronteira Absoluta de Terra (FAT) a qual delimita o limite que nunca será água (Figura 3.2.4). Para isto, a região modelada deve incluir regiões de topografia que serão sempre secos.



Figura 3.2.4: Uma região costeira hipotética mostrando os limites do esquema de áreas alagáveis de Oey (2005). Adaptado de Oey, 2005

Portanto, $FSM=0$ sobre e em direção à terra da FAT (Fronteira Absoluta de Terra - curva marrom na Figura 3.2.4). A partir da FAT em direção ao mar, FSM será sempre 1, mas as células poderão ser secas ou molhadas. Foi criada uma máscara $WETMASK$, onde ela será $WETMASK=0$ onde $FSM=0$, e onde $FSM=1$, $WETMASK$ será 0 para células secas ou 1 para molhadas. Na Figura 3.2.4, esta região está compreendida entre as linhas marrom claro e marrom escuro. Como $FSM = 1$, as células inicialmente secas ($WETMASK = 0$), podem “sentir o gradiente de pressão” e se tornarão molhadas de acordo com o teste da elevação citado anteriormente. É interessante notar que a imposição original do POM de que algumas células são permanentemente água ou terra ($FSM=1$ ou 0) foi removida do esquema de inundação. Oey (2005) testou o esquema proposto em seu trabalho em vários casos 1D e 2D, comparando as soluções com uma solução de difusão, variando o parâmetro de atrito de fundo.

Resumindo, a principal discussão dos autores apresentados acima é quanto à conservação de massa do sistema. Inicialmente Zheng *et al* (2003) afirma que o seu esquema é conservativo, pois mesmo nas células secas as equações do POM são resolvidas com a profundidade limiar. Porém, Xie *et al* (2004) afirmam que o esquema

de Zheng *et al* (2003) não é conservativo, e adaptam o esquema de Hubbert & McInnes (1999) para a estrutura do POM, utilizando a aproximação da profundidade limiar de Zheng *et al* (2003) e Ip *et al* (1998). Ao final de cada passo de tempo, Xie *et al* (2004) fazem o ajuste de massa em todo o sistema. Posteriormente, Oey (2005) aplica a mesma aproximação de Zheng *et al* (2003), e também afirma que o esquema é conservativo.

Dos métodos aplicados ao POM, os de Xie *et al* (2004a, b), Uchiyama (2004) e Oey (2006), foram também estendidos para o caso tridimensional.

4. METODOLOGIA

4.1 – Método de inundação aplicado

Após o estudo e análise dos métodos apresentados anteriormente, a estrutura do POM foi analisada para verificar quais critérios de alagamento e drenagem melhor se adequariam melhor à estrutura do modelo. Optou-se por utilizar as condições de inundação e drenagem do esquema de Hubbert & McInnes (1999) e Xie *et al* (2004), que implementa o alagamento gradual da célula de terra (detalhes no tópico 4.1.1). No entanto, estes autores não explicitam como foi feita a extrapolação da velocidade da nova célula inundada. O tópico 4.1.2 abordará este assunto em detalhe.

Inicialmente, o ajuste de massa seria feito de acordo com o método apresentado usado por Xie *et al* (2004), porém, uma melhor representação física seria obtida se ao invés de balancear a massa de todo o sistema fosse somente ajustada a massa das células que estivessem transportando a onda que chega transversalmente à linha de costa. Este é um novo método apresentado, não aplicado ainda por nenhum dos esquemas de áreas alagáveis no POM, abordado no tópico 4.1.3.

A seguir, alguns conceitos devem ser esclarecidos antes do estabelecimento de critérios no POM.

O primeiro passo foi inicializar o nível médio da superfície livre de forma que novas células de grade pudessem ser incluídas durante a marcha no tempo. Como foi citado na Introdução, o nível médio da superfície livre do POM é dado pela batimetria (Figura 4.1.1a). Como foi visto na Seção 2.2, devido à transformação das equações para a coordenada vertical sigma, a batimetria deve ser positiva, e nunca menor que zero. Portanto, o nível médio é estabelecido no “zero”, e não seria permitido que novas células sejam inseridas, pois assim estas deveriam ter valores de batimetria negativos (acima da cota de “zero”). Para contornar este problema, a elevação da superfície foi inicializada de forma que o nível médio permita a inclusão de novas células de batimetria na grade. No caso da Figura 4.1.1, a elevação inicial foi -5,0 metros (Figura 4.1.1b). Sobre a rampa, o valor da elevação foi o inverso da batimetria, $\eta = -h$, de forma que $D=0$, lembrando que $D = h + \eta$.

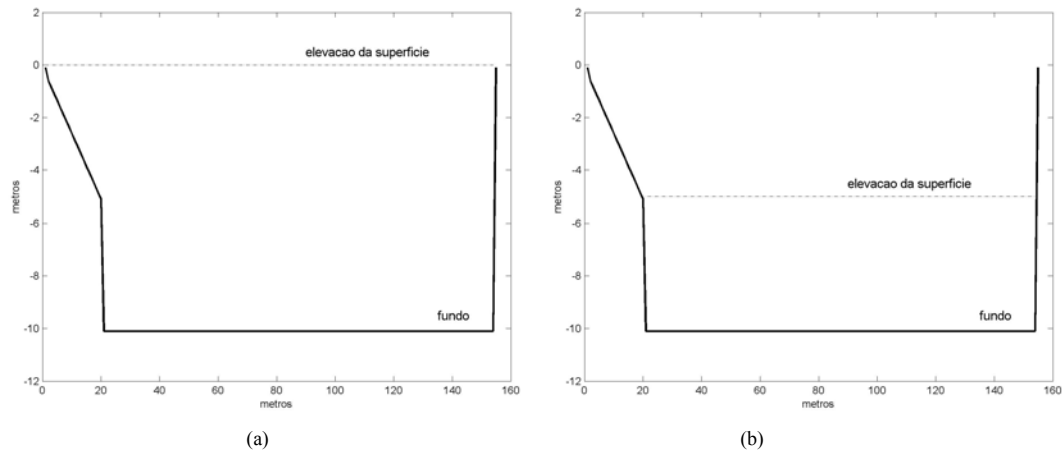
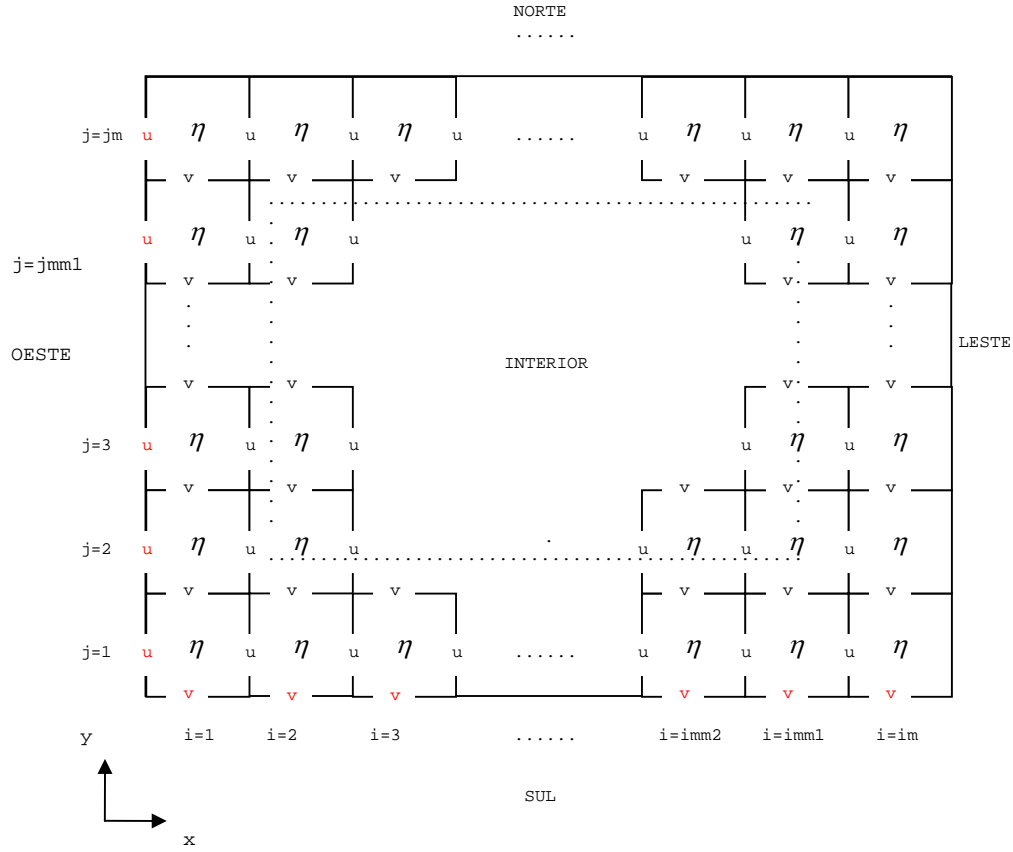
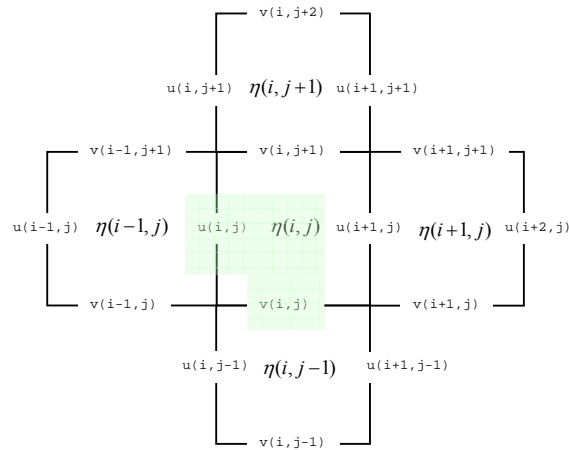


Figura 4.1.1: Exemplo do nível médio do POM (linha pontilhada) em um canal com uma rampa (linha grossa).

Com o novo nível médio estabelecido foi possível implementar os critérios de inundação e drenagem. No entanto, a disposição das variáveis na grade C de Arakawa (Messinger & Arakawa, 1976) deve ter atenção especial, pois será de fundamental importância no estabelecimento dos critérios a serem impostos no modelo. Conforme foi descrito na Seção 2.3, os pontos de elevação estão dispostos no centro de cada célula entre as componentes u e v da velocidade. Na Figura 4.1.2 está ilustrada esta disposição, observando os pontos de grade ao longo das fronteiras sul e oeste, que fazem com que a máscara das componentes de velocidade (u e v) sejam diferentes da máscara de terra. Ou seja, para os critérios implementados na fronteira oeste, a condição que testará a velocidade para que a célula i , por exemplo, seja inundada ou seca deverá ser da célula seguinte ($i+1$). Similarmente ocorrerá para a fronteira sul.



(a)



(b)

Figura 4.1.2: Disposição dos pontos de elevação e componentes u e v da velocidade na Grade C de Arakawa. Em (a), os pontos em vermelho representam valores nulos, que não são utilizados na condição de contorno. Os pontos de condição de contorno são os que estão fora do pontilhado, o qual representa a região interior da grade, onde as variáveis são calculadas. Em (b), detalhe da disposição das variáveis.

4.1.1 – Critérios de Inundação e Drenagem

Depois destes passos iniciais, foi criada uma variável chamada de *HC* (profundidade limiar) que representa a diferença de nível topográfico entre duas células vizinhas sobre a rampa. Esta será a profundidade mínima de água que uma célula sobre a rampa deverá ter. No modelo de Zheng *et al* (2003) esta altura fisicamente representa a camada de fundo sem movimento.

De acordo com o esquema de Hubbert & McInnes (1999), foram adotados critérios a serem impostos no modelo. Para o teste de alagamento, os critérios são, em ordem hierárquica:

- a célula em questão é terra?
- a elevação da célula vizinha é maior do que *HC*?
- a velocidade é no sentido da célula em questão? (ou seja, há convergência de fluxo?)
- a distância percorrida pela onda ultrapassa o tamanho da célula?

Se estes critérios forem positivos, a célula em questão será alagada. A partir daí, são estimados valores para as variáveis da célula que deixou de ser terra para ser água (no caso, elevação, as duas componentes da velocidade e *D* (espessura da camada d'água)). No esquema de Hubbert & McInnes (1999), os valores das variáveis da nova célula de água são estimadas pela solução da equação da continuidade (para a elevação da superfície), e uma extrapolação (não explicitada pelos autores de que forma foi feita) para a componente da velocidade. No presente caso, a estimativa do valor das variáveis da nova célula de água será descrita mais adiante.

Similarmente para a drenagem, ainda de acordo com Hubbert & McInnes (1999) porém com a restrição de que a célula somente será seca se esta for vizinha de uma célula de terra, os critérios em ordem hierárquica são:

- a célula em questão é água, e uma das células vizinhas é terra?
- a elevação da célula vizinha é menor do que *HC*?
- a velocidade é no sentido da célula em questão? (ou seja, há divergência de fluxo?)
- a distância percorrida pela velocidade de superfície ultrapassa o tamanho da célula?

Se estes critérios forem positivos, a célula em questão será drenada. Porém, na drenagem as variáveis são zerados.

4.1.2 – Estimativa dos valores agregados às variáveis das células inundadas

Conforme foi dito anteriormente, o modelo de Hubbert & McInnes (1999) e Xie *et al* (2004), ao alagar uma célula, resolvem a equação da continuidade para a célula alagada. No entanto, na estimativa da velocidade da célula em questão, apenas é citado que esta é extrapolada a partir da célula vizinha. E nos modelos de Zheng *et al* (2003) e Oey (2005), como eles aplicam uma máscara de inundação e drenagem sobre a máscara de terra padrão do POM (LFM), as células secas na verdade possuem uma profundidade mínima onde as equações são resolvidas normalmente, e a inundação ocorre naturalmente.

Neste modelo, quando uma célula é inundada, esta passa a ter o valor da máscara LFM equivalente à água, similarmente à Hubbert & McInnes (1999) e Xie *et al* (2004). Portanto, é necessário atualizar a massa e a quantidade de movimento da célula em questão. Esta estimativa é feita através da transferência de propriedades, e a melhor forma é utilizando uma condição de contorno aberta. Esta condição deve permitir a passagem da onda através da fronteira sem afetar a solução do interior do domínio, e com mínima distorção e reflexão. Neste caso, por se tratar de objetivos semelhantes, pode-se utilizar a mesma aproximação amplamente aplicada (Chapman, 1985; Tang & Grimshaw, 1996; Palma & Matano, 1998) em modelos que avaliam o comportamento do fluxo gerado por uma relaxação barotrópica, a condição radiacional de Orlanski (Orlanski, 1976). Esta possui a seguinte forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \pm c \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (4.1.1)$$

onde ϕ é uma propriedade do fluido. Esta condição é a equação do transporte de uma propriedade, considerando-se somente a advecção. O sinal do segundo termo de (4.1.1) é positivo na fronteira leste (e norte) e negativo na oeste (e sul). A celeridade c na Equação 4.1.1 inicialmente foi estimada como sendo $c = \sqrt{gh}$. No entanto, esta estimativa somente é válida se a onda incidente for considerada de águas rasas, segundo

a Teoria Linear de Ondas (vide Anexo B). A fim de melhorar a representação física do esquema, a celeridade foi calculada como sendo a velocidade de transporte da elevação de duas células de grade vizinhas à célula em teste, de acordo com Orlanski (1976).

Vale lembrar que quando ocorre drenagem de uma célula, esta terá os valores de suas variáveis zerados.

Para a estimativa das propriedades utilizou-se a Equação 4.1.1 com aproximação regressiva no tempo e no espaço. E para a celeridade, a aproximação utilizada foi regressiva no tempo e progressiva no espaço. Estas escolhas foram feitas de acordo com o esquema numérico do POM, que estima sempre os valores de um passo de tempo à frente, a partir do valor presente e passado. Este é um novo método de calcular os valores das variáveis, não encontrado em literatura.

4.1.3 – Conservação de Massa e Momento do sistema

Para um corpo de água fechado sem considerar evaporação, precipitação e absorção de fundo, sua massa total deve ser conservada durante inundação/drenagem. A adição de massa devido à inundação pode não ser importante para o ajuste do nível do mar em simulações de escala de plataforma continental ou regiões conectadas com oceano aberto, porém o balanço de massa não deve ser ignorado para sistemas semi-fechados (Xie *et al*, 2004).

O ajuste de massa foi feito atualizando as variáveis das células vizinhas de forma que elas tenham transferido massa e momento para a célula alagada. Xie *et al* (2004) implementaram uma conservação de massa ajustando todo o sistema, conforme citado na Seção 3.2. Neste trabalho foi considerado que uma melhor representação física seria obtida se o ajuste massa e momento fosse feito somente para a onda que se aproxima da região a ser alagada ou seca. Vale ressaltar que Xie *et al* (2004) somente citam a conservação de massa, e não de momento. Desta forma, a partir do período da onda incidente, é possível calcular o comprimento desta onda, através da Teoria Linear de Ondas (Anexo B). Com o intuito de generalizar o esquema a fim de que este mantenha seu nível de representação física para diferentes escalas, o comprimento de onda foi calculado pela relação de dispersão para qualquer tipo de onda:

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh kh, \quad (4.1.3)$$

sendo $k = 2\pi/\lambda$, c a celeridade, g a gravidade, k o número de onda, relacionando assim o comprimento de onda (λ) com a celeridade (calculada de acordo com a descrição do item anterior).

A elevação e a componente da velocidade então estimada para uma nova célula inundada ou a elevação da célula que no passo de tempo seguinte será seca, é dividida por meio comprimento de onda ($\Delta\eta$ e Δu ou Δv). Para o caso de alagamento, estas quantidades ($\Delta\eta$ e Δu ou Δv) são subtraídas da elevação e componente de velocidade de n células vizinhas correspondentes a meio comprimento de onda, podendo ser expressa como:

$$\lambda * 0.5 = n * ds(i, j) \quad (4.1.4)$$

sendo $ds(i, j)$ o espaçamento de grade de cada célula.

Similarmente para o caso da drenagem, os valores são somados às células vizinhas.

4.1.4 – Algoritmo de Inundação e Drenagem

A seguir serão descrito todos os passos de implementação do esquema de áreas alagáveis no POM.

Inicialmente, de forma que seja possível escolher em futuras simulações se o esquema de inundação de drenagem será aplicado ou não, foi criada uma variável lógica que define a aplicação ou não do método. A seguir, são definidos os limites da grade em que o esquema será aplicado extraídos de uma máscara que definirá todos os pontos de terra iniciais (inclusive as áreas alagáveis) através da qual define-se a máscara de terra do POM (LFM). Ao final do modo externo (barotrópico), após a atualização das variáveis, são iniciados os testes de inundação e drenagem. Tanto os testes de inundação quanto os de drenagem são específicos para cada direção, devido à posição das células na grade (conforme foi explicado na Seção 4.1.1). Portanto, cada célula é testada nas quatro direções para inundação e para drenagem, em cada passo de tempo do modo externo. O algoritmo é ilustrado na Figura 4.1.4.1. O processo é similar para as outras

direções, alterando os índices das variáveis e sinais das componentes da velocidade, que não será explicitado aqui.

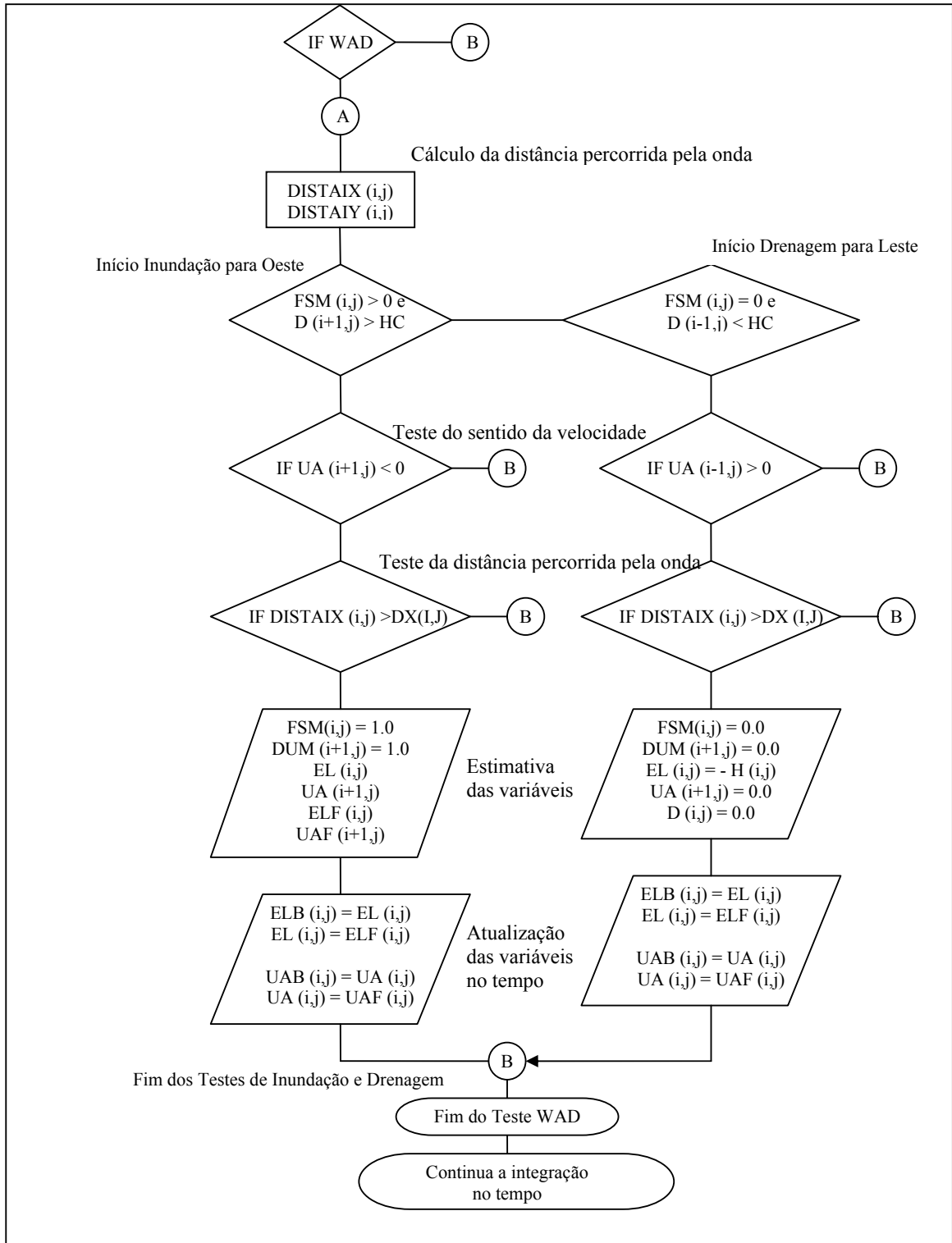


Figura 4.1.4.1: Algoritmo de Inundação e Drenagem

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir, são descritos os testes com o POM aplicando o método de áreas alagáveis implementado.

O primeiro estudo de caso foi a simulação hidrodinâmica da relaxação barotrópica gerada pela condição inicial de elevação de superfície. Foi gerada uma função exponencial, de forma que a elevação no centro da grade tivesse a forma de uma onda. Esta relaxação barotrópica foi aplicada para um canal com um degrau e rampa. Este estudo de caso foi chamado de caso controle, onde somente foi observada a hidrodinâmica sem a implementação do método de áreas alagáveis do presente trabalho, com o intuito de comparar posteriormente o comportamento da onda nas fronteiras com e sem os efeitos de áreas alagáveis.

Os experimento realizados são brevemente descritos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Simulações realizadas. A sigla C.M.M. significa: Conservação de Massa e Momento

	Fronteira	Esquema de áreas alagáveis	C.M.M.
Caso controle	oeste	não	não
Casos com esquema de áreas alagáveis	oeste	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, $c=\sqrt{g \cdot h}$	não
	oeste	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, $c=\sqrt{g \cdot h}$; com o esquema de advecção de Smolarkiewicz	não
	oeste	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, e estimando "c" também pela condição de Orlanski	não
	oeste	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, e estimando "c" também pela condição de Orlanski	sim
	sul	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, e estimando "c" também pela condição de Orlanski	sim
	leste	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, e estimando "c" também pela condição de Orlanski	sim
	norte	Estimativa da elevação pela condição de Orlanski, e estimando "c" também pela condição de Orlanski	sim

5.1 – Casos controle (sem efeitos de áreas alagáveis):

5.1.1 – Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras:

A simulação hidrodinâmica da relaxação barotrópica de uma onda no centro da grade foi realizado para testar o POM quanto à capacidade de conservar massa do sistema fechado durante a simulação. O teste foi realizado para uma batimetria hipotética, conforme a Tabela 5.1. Trata-se de um canal fechado nas quatro fronteiras, com 155 metros de comprimento e 10 metros de largura, e resolução espacial de 1 metro. Da fronteira oeste até 20 metros a leste, o canal possui um gradiente de 0 a 5 metros de profundidade, gerado a partir de uma função do tipo $h(x) = 5 * x / L$, onde $h(x)$ é a topografia de fundo na direção leste – oeste, e L é a distância do gradiente (no caso 20 metros). A partir do fim deste gradiente, o fundo do canal possui 10 metros de profundidade em toda a sua extensão (de 21 a 154 metros – Figura 5.1.1.1).

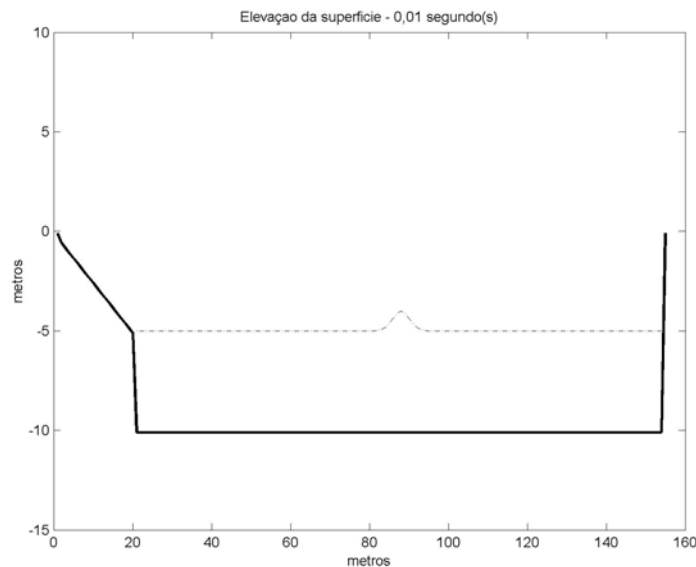


Figura 5.1.1.1: Topografia de fundo do canal (linha grossa), e a elevação inicial da superfície (linha pontilhada)

A elevação da superfície livre foi reduzida para a profundidade inicial de 5 metros afim de que os efeitos da propagação da onda fossem observados somente na região do canal onde não existem gradientes batimétricos. O pulso inicial teve amplitude máxima de 1 metro e foi inserida no modelo exatamente no centro do canal

(excluindo a rampa). A região da rampa para este experimento possui máscara de terra, pois é nela que será inserido o esquema de áreas alagáveis nos próximos estudos de caso. A simulação foi realizada somente até o momento em que as ondas encontram as fronteiras leste e oeste e refletem, antes de ocorrer o encontro das duas ondas no centro do canal, pois o objetivo era somente gerar uma ondulação que provocasse um alagamento e uma drenagem na rampa (nas próximas simulações) para comparar o comportamento do modelo nas duas situações. Devido à resolução e profundidade do canal, o passo de tempo utilizado foi de 0,01 segundo, valor que está dentro do limite imposto pela condição de CFL no POM. Desta forma, o tempo total de simulação foi de aproximadamente 15 segundos.

A onda inicial gerou duas ondas que se propagaram em sentidos opostos (Figura 5.1.1.2.a), refletindo nas fronteiras em aproximadamente 9 segundos de simulação. A Figura 5.1.1.2.b mostra exatamente o comportamento da onda (na fronteira oeste) que se pretende evitar com a implementação do esquema de áreas alagáveis.

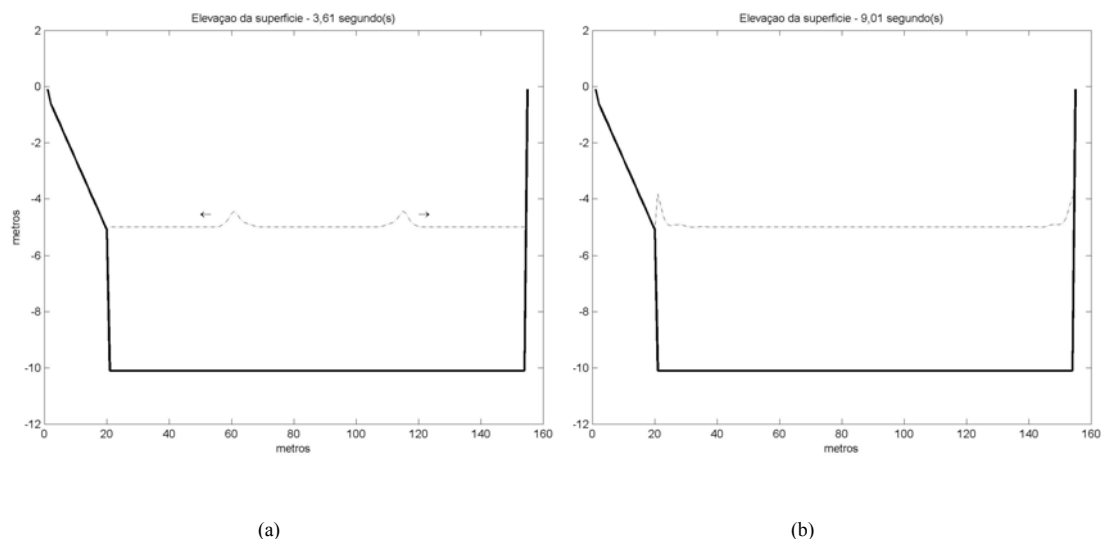


Figura 5.1.1.2: (a) Separação em duas ondas se propagando em sentidos opostos; (b) Momento da reflexão das duas ondas nas fronteiras fechadas. As setas indicam a direção de propagação

O modelo demonstrou uma variação de massa total do sistema considerada da ordem de $\sim 14\%$ (Figura 5.1.1.3). Foi inserido no modelo o cálculo da diferença entre a massa total calculada a cada passo de tempo e a massa total inicial do sistema com a onda. Porém, este comportamento ainda é considerado não ideal, uma vez que o POM é um modelo conservativo.

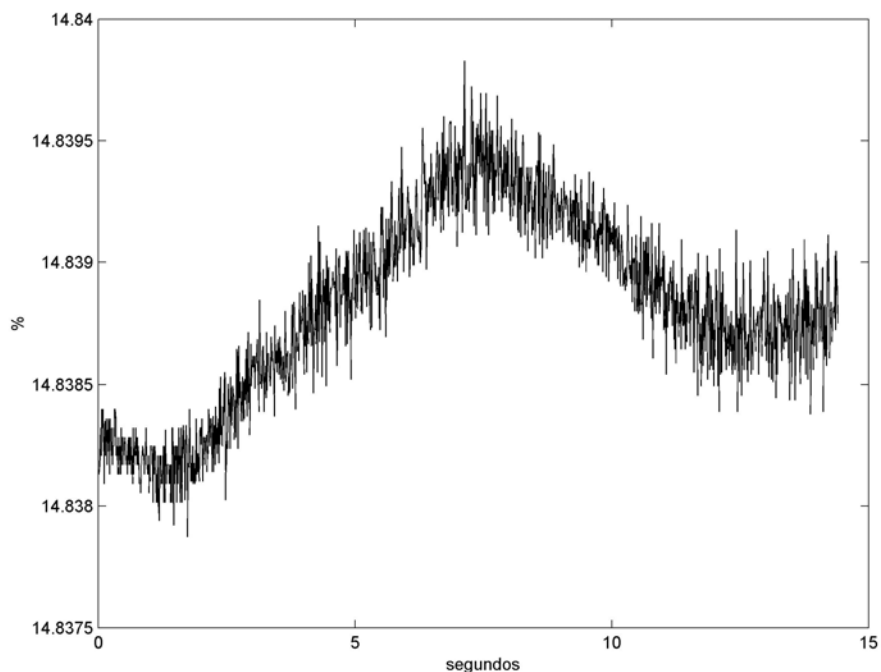


Figura 5.1.1.3: Percentual de anomalia da massa total do sistema ao longo do tempo

Os picos de massa (metade da simulação) ocorrem no momento da reflexão das ondas nas fronteiras, quando também acontece uma queda na energia total do sistema (Figura 5.1.1.4). Este comportamento está associado à mudança de sentido de propagação das duas ondas (inversão das velocidades).

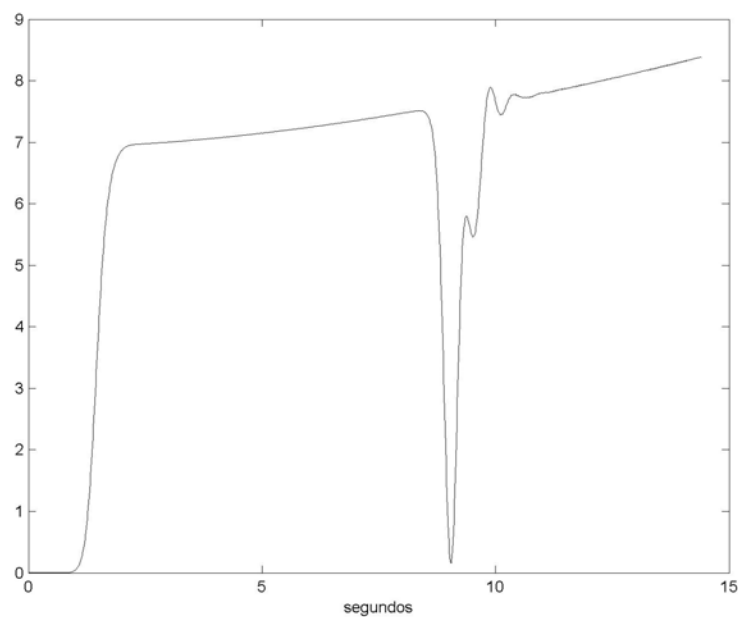


Figura 5.1.1.4: Energia cinética total do sistema ao longo do tempo

5.2 – Casos com esquema de áreas alagáveis:

Com os caso controle ajustado foi possível implementar o esquema de áreas alagáveis e compará-los com este. É importante salientar que em todos os casos que serão descritos a seguir, não foi aplicado o teste da distância percorrida (descrito na Seção 4.1.4), pois como foram testes teóricos, em nenhum dos casos a velocidade foi intensa o bastante para que a distância percorrida pela onda ultrapassasse o comprimento da célula em questão, com o passo de tempo escolhido. Mas quando, futuramente for aplicado a uma baía, este teste poderá ser de fundamental importância para a hidrodinâmica local.

A seguir serão apresentadas as implementações iniciais do esquema de inundação e drenagem e, no tópico seguinte são mostrados os casos em que o ajuste de massa foi aplicado.

5.2.1 – CASO 1: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade pela aproximação de ondas em águas rasas

A mesma simulação do caso descrito no item 5.1.1 foi realizada, mas com o esquema de inundação e drenagem implementado para a região da rampa, de acordo com o algoritmo da Figura 4.1.4.1. A estimativa das variáveis foi realizada através da condição de Orlanski (Orlanski, 1976):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - c \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad \text{Eq. (5.2.1.1)}$$

para a fronteira oeste, sendo que a celeridade c neste caso foi considerada como sendo:

$$c = \sqrt{gD} \quad \text{Eq. (5.2.1.2)}$$

lembrando que D é a espessura da camada de água.

A água que se acumulou na fronteira no caso do item 5.1.1 se propagou ao longo da rampa, inundando gradualmente (no tempo), como pode ser observado na Figura 5.2.1.1. Na referida Figura somente foram apresentados os instantes em que ocorreram inundações e drenagens.

Uma feição hidrodinâmica importante que ocorreu não só neste estudo de caso, mas em todos os outros que serão apresentados adiante, foi o ressalto hidráulico, mostrando que o fluxo no início da rampa se torna super-crítico. Como o ressalto hidráulico é gerado quando um fluxo que passa por uma mudança brusca de topografia de fundo devido à rápida variação da velocidade, a ocorrência deste nos experimentos realizados foi considerado coerente.

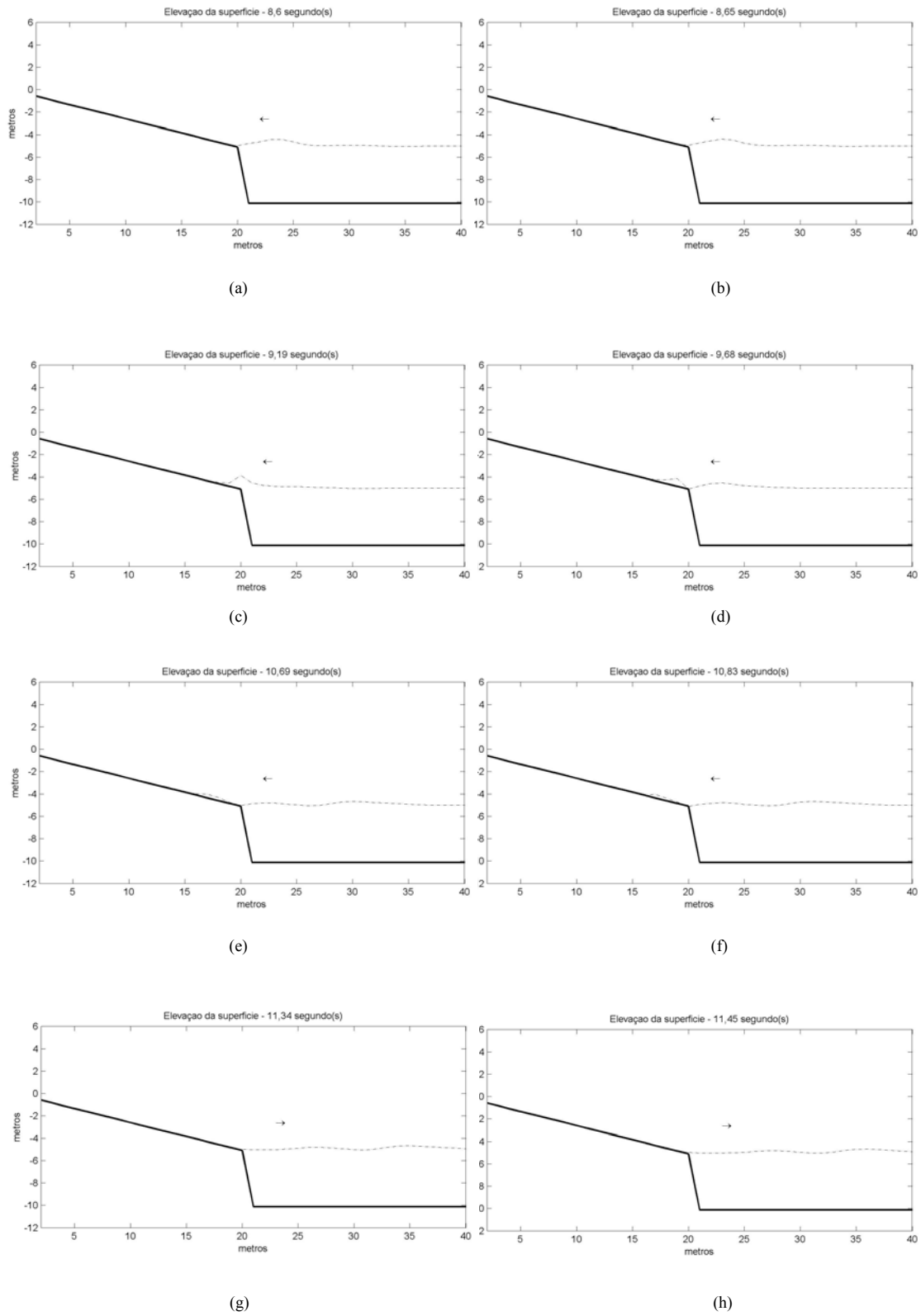


Figura 5.2.1.1: Campo de elevação durante a inundação (a – f) e drenagem (g – h)

Para confirmar que se trata realmente de um ressalto hidráulico e não apenas instabilidades numéricas, foi monitorado ao longo da simulação o Número de Froude. Através dos gráficos do Número de Froude junto com a elevação (Figura 5.2.1.2 e Figura 5.1.2.3) pode-se afirmar que ocorrem ressaltos hidráulicos sobre a região inundada. Oey (2005) e Oey (2006) também relatam sobre a ocorrência de ressaltos hidráulicos nas simulações realizadas com o esquema de áreas alagáveis implementados pelo autor. O máximo Número de Froude foi de 63,9845 para este estudo de caso. Esta informação pode fornecer um parâmetro para medir o quanto a inércia pode dominar sobre os efeitos gravitacionais, tornando a dinâmica do escoamento somente governada pela velocidade do fluxo, tornando inválida a aproximação da estimativa da celeridade realizada neste experimento.

Com o intuito de verificar o comportamento do POM perante essas mudanças bruscas de batimetria e a ocorrência de ressaltos hidráulicos, foram realizados dois testes que demonstram que o POM é realmente capaz de gerá-los. Estes testes são apresentados no Anexo A.

A comparação do gráfico da energia cinética com a anomalia de massa (Figura 5.2.1.4) mostra que ao agregar novas células durante a inundação houve um acréscimo de massa no sistema. Porém, durante a drenagem o aumento de massa é mais intenso. Este comportamento era esperado, pois neste estudo de caso não foi implementado o ajuste de massa.

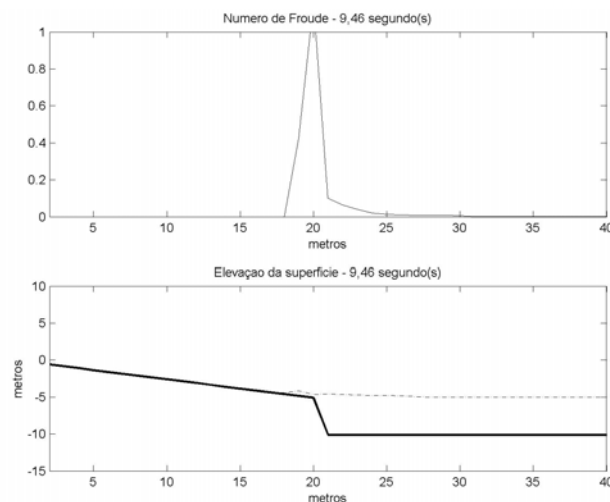


Figura 5.2.1.2: Comparação entre a elevação da superfície livre e o Número de Froude.

Primeiro instante que $Fr > 1.0$, e se mantém até 11.45 segundos

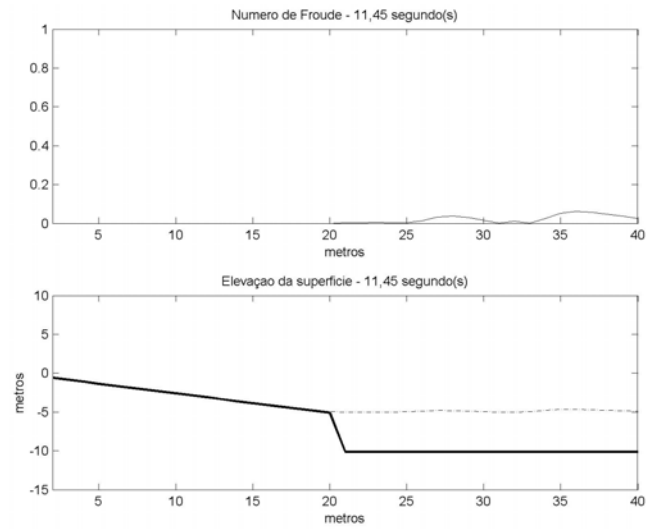


Figura 5.2.1.3: Comparação entre a elevação da superfície livre e o Número de Froude.
Instante em que a rampa é totalmente drenada

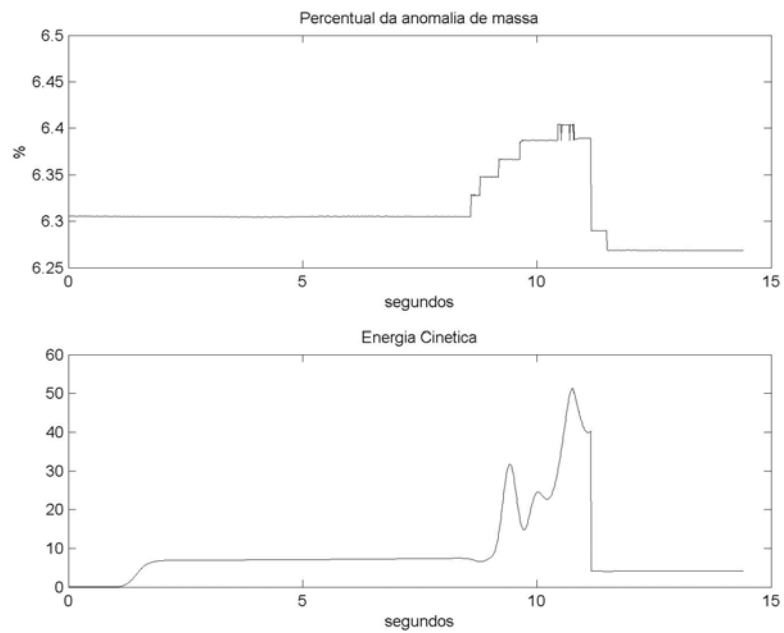


Figura 5.2.1.4: Anomalias de massa e a energia cinética do sistema

5.2.2 – CASO 2: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, com o esquema de advecção de Smolarkiewicz

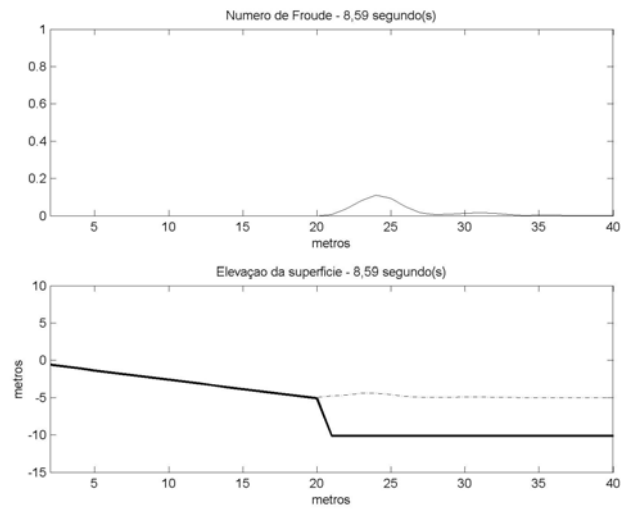
No trabalho de Oey (2005), o autor fez a observação que o POM se torna mais estável (e com ressaltos hidráulicos menos intensos) ao utilizar o esquema de advecção de Smolarkiewicz (1984, *apud* Oey, 2005). Para verificar se o mesmo ocorreria com o esquema de áreas alagáveis aplicado no presente estudo, foi alterada a opção do POM que define o esquema de advecção de centrada (padrão do modelo) para o de Smolarkiewicz. Porém, os resultados obtidos não apresentaram nenhuma diferença quando comparados com o caso anterior (que foi simulado com o esquema de advecção central (padrão do POM), e não serão apresentados aqui. É possível que a mudança no esquema de advecção não tenha gerado diferenças devido às dimensões do presente problema serem de escala 100 vezes menor do que a do trabalho de Oey (2005).

5.2.3 – CASO 3: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade com a Condição de Orlanski:

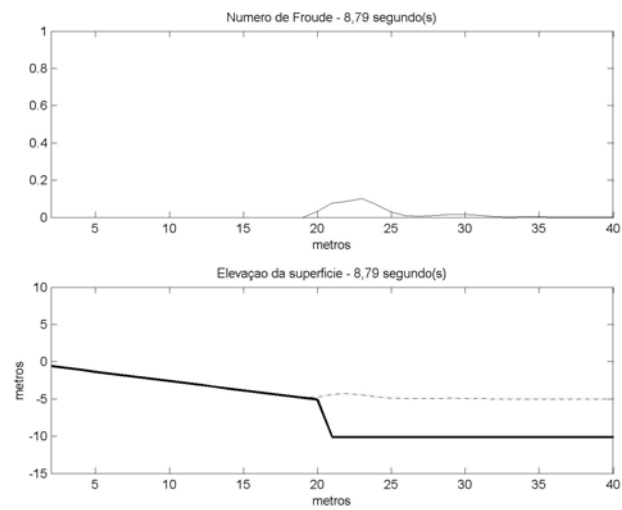
De acordo com os resultados do Caso *Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade pela aproximação de ondas em águas rasas*, a onda sobre a rampa não teria sua celeridade bem estimada pela equação da celeridade para ondas em águas rasas (Equação 5.2.1.2), devido à presença do ressalto hidráulico. Portanto, confirma-se a escolha de utilizar a própria Condição de Orlanski (Orlanski, 1976) para estimar o transporte de propriedades do fluido (conforme foi apresentado no Capítulo de Metodologia), assumindo a seguinte aproximação:

$$c = \frac{d\eta}{dt} \frac{dx}{d\eta} \quad \text{Eq. (5.2.3.1)}$$

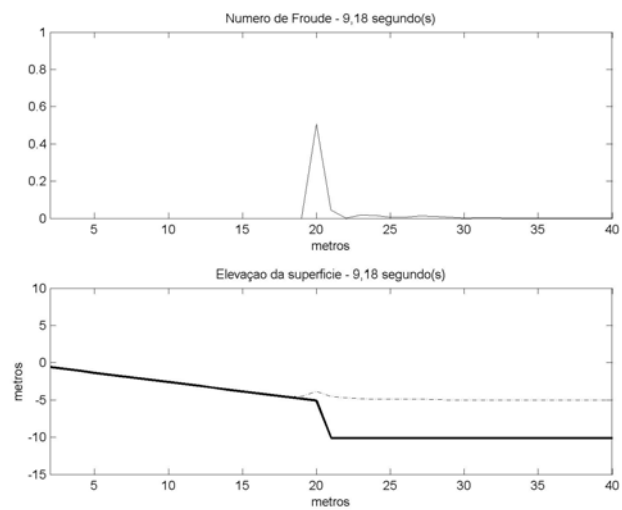
Numa análise qualitativa, a hidrodinâmica deste caso apresentou gradientes menos intensos, gerando ressaltos hidráulicos, porém a elevação da superfície se apresentou mais suavizada, conforme pode ser observado nas Figura 5.2.3.1, 5.2.3.1 e Figura 5.2.3.3. Como a hidrodinâmica desta simulação é diferente do caso anterior, é natural que os instantes que ocorrem inundações e drenagens sejam também distintos.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.2.3.1: Número de Froude (quadro superior) e elevação da superfície livre. Instantes seguidos de inundação

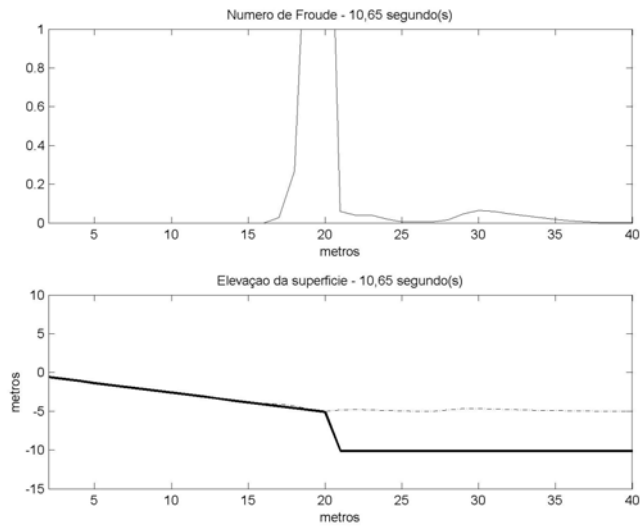
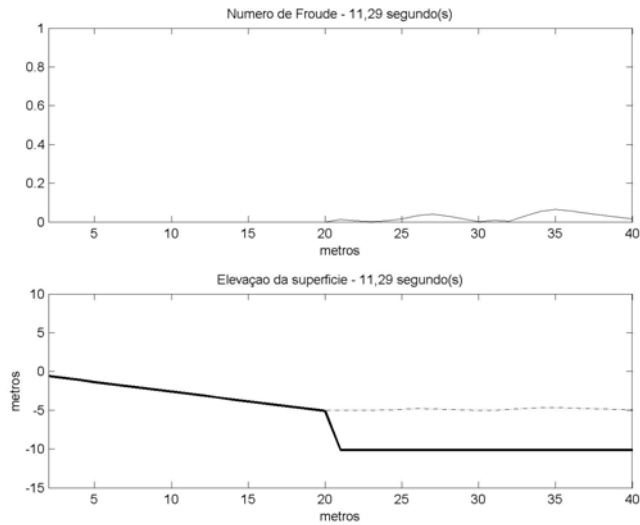


Figura 5.2.3.2: Número de Froude (quadro superior) e elevação da superfície livre.
Máxima inundação da rampa



(f)

Figura 5.2.3.3: Número de Froude (quadro superior) e elevação da superfície livre.
Penúltimo instante de drenagem

O número máximo de Froude foi de 67.2215, mostrando que a aproximação da celeridade pela condição de Orlanski se aproximou mais da dinâmica do escoamento do que com a estimativa da aproximação de ondas em águas rasas. Isto é razoável, pois se no ressalto hidráulico a velocidade dominante é a do fluxo e não da onda de gravidade, a energia do sistema tenderá a ser mais intensa. Este comportamento pode ser observado

no gráfico comparativo entre a energia cinética dos dois casos, ilustrado na Figura 5.2.3.4, onde a energia do presente caso foi ligeiramente mais intensa do no Caso 1.

O comportamento da anomalia de massa foi semelhante ao da energia cinética (Figura 5.2.3.5).

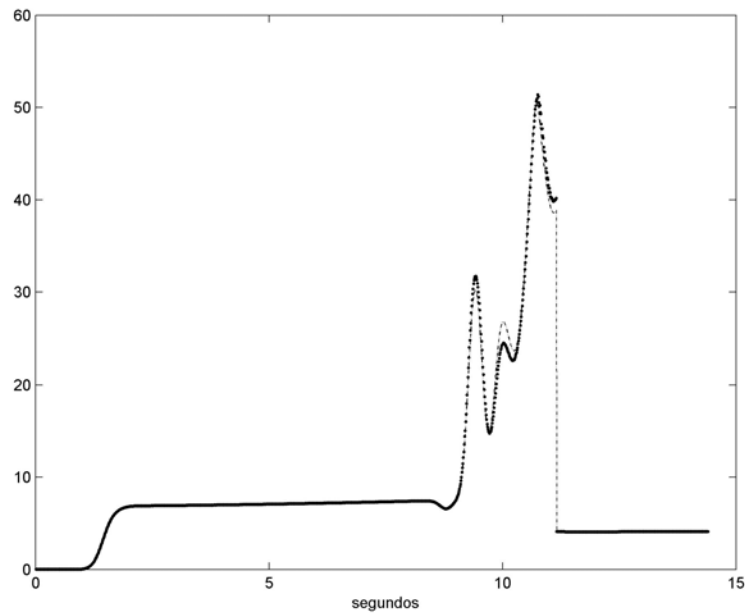


Figura 5.2.3.4: Comparação da energia cinética da metade oeste da grade. Pontos: Caso com celeridade pela aproximação de onda de água rasa; linha pontilhada: Caso com celeridade pela Condição de Orlanski

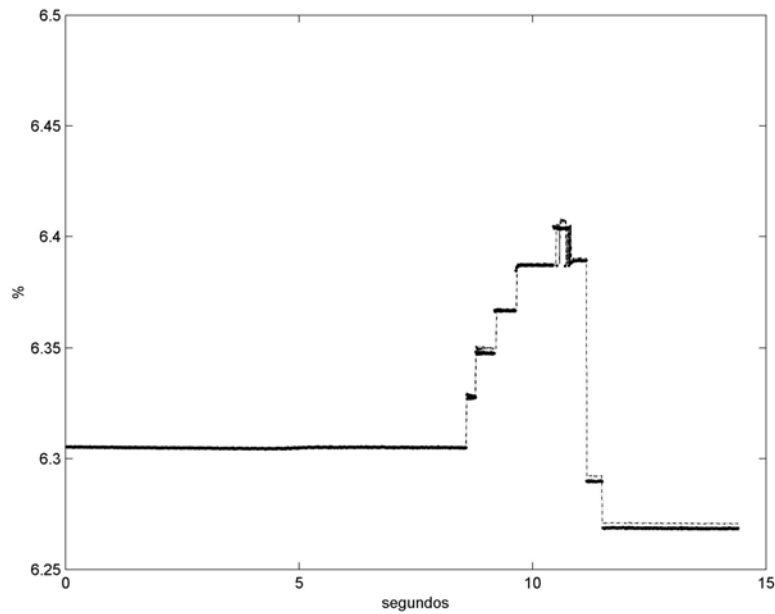


Figura 5.2.3.5: Comparação do percentual de massa total do sistema. Pontos: Caso com celeridade pela aproximação de onda de água rasa; linha pontilhada: Caso com celeridade pela Condição de Orlanski

5.3 – Casos com esquema de áreas alagáveis com ajuste de massa e momento:

Nas análises dos casos do tópico anterior, conclui-se que a melhor aproximação foi a estimativa da celeridade pela condição de Orlanski, devido às propriedades do escoamento. Portanto, a implementação do ajuste de massa e momento é aplicado somente para este caso, e este é apresentado a seguir, e por último, a aplicação do método para as outras direções.

5.3.1 CASO 4: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade com a Condição de Orlanski, com ajuste de massa e momento aplicado para meio comprimento de onda:

De acordo com o comprimento de onda estimado a partir da Teoria Linear de Ondas, foi possível calcular quantas células de grade teriam seus valores das variáveis (de elevação e velocidade) alterados, de acordo com o processo de inundação ou drenagem que tenha ocorrido no passo de tempo. Portanto, quando ocorre inundação, os valores de elevação e componente de velocidade estimados para a nova célula alagada é dividido por meio comprimento de onda. O valor da divisão é então subtraído das variáveis de tantas células quanto corresponderem a meio comprimento de onda. Para a drenagem o processo é similar, sendo que ao invés de retirar massa e momento, eles serão somados às células vizinhas.

Assim, esta simulação alagou uma célula a menos do que o caso de alagamento em que a celeridade foi estimada pela aproximação de ondas em águas rasas (Figuras 5.3.1.1 a 5.3.1.5).

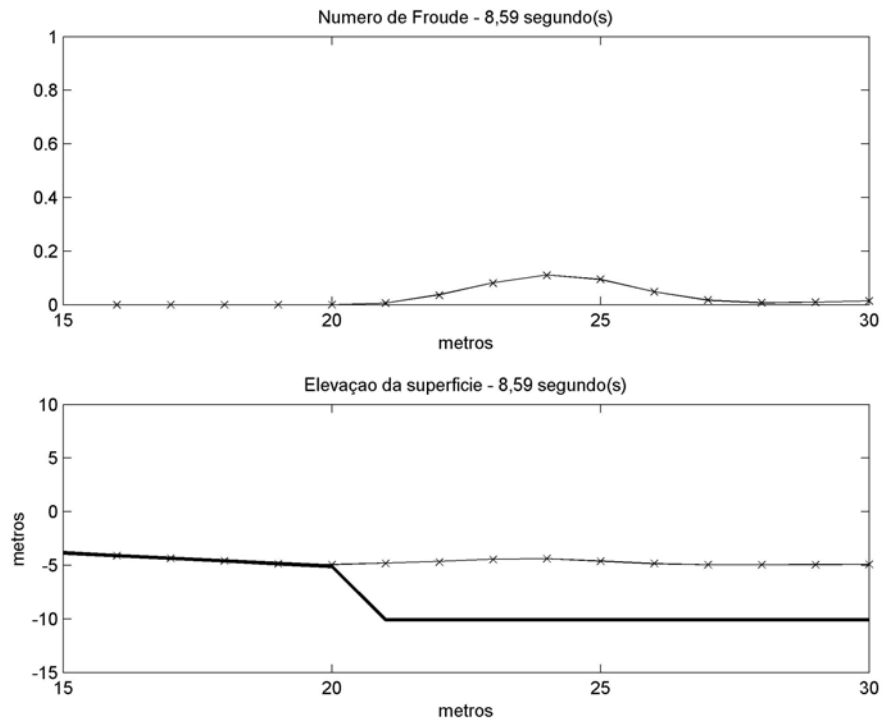


Figura 5.3.1.1: Instante inicial de inundação.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento

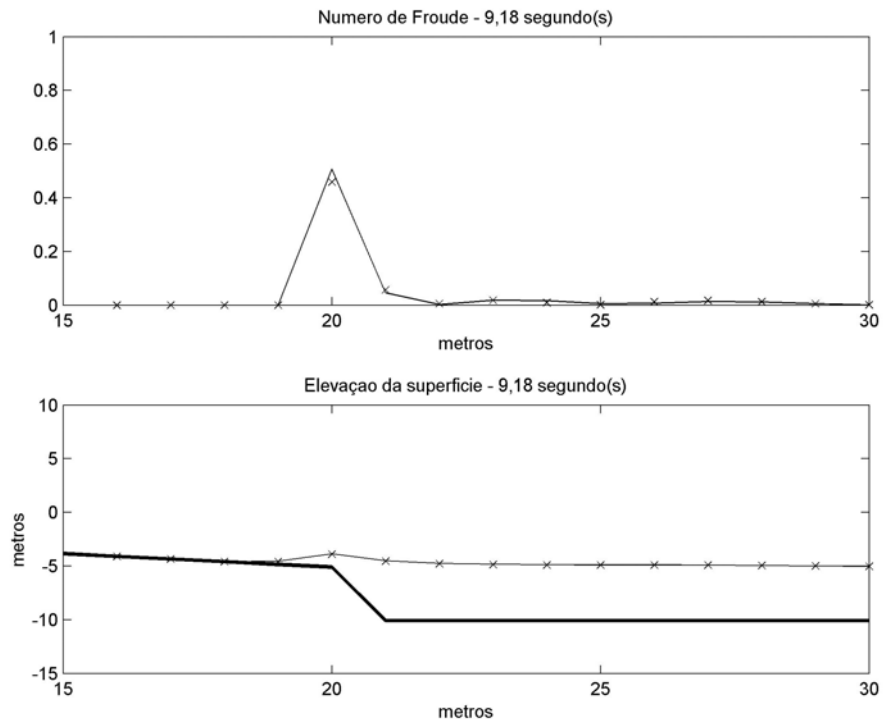


Figura 5.3.1.2: Segundo instante de inundação.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento

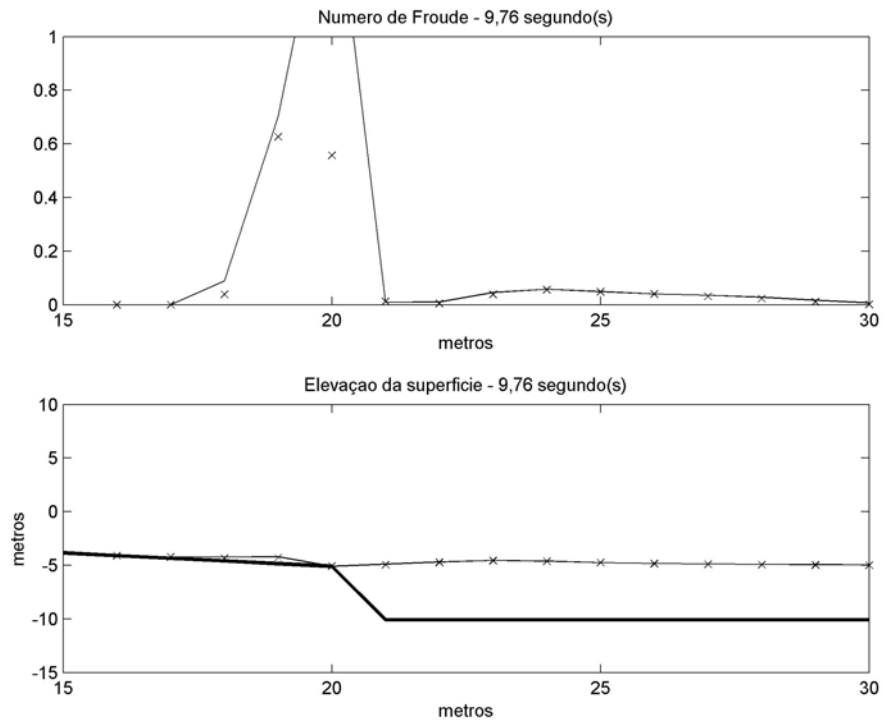


Figura 5.3.1.3: Máxima inundação da rampa.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento

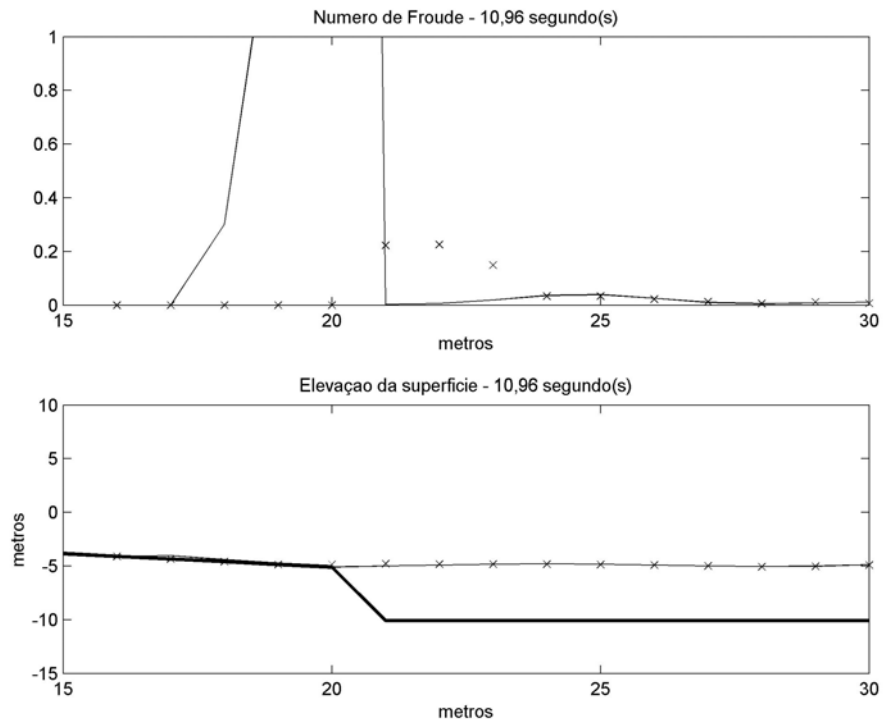


Figura 5.3.1.4: Instante inicial de drenagem.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento

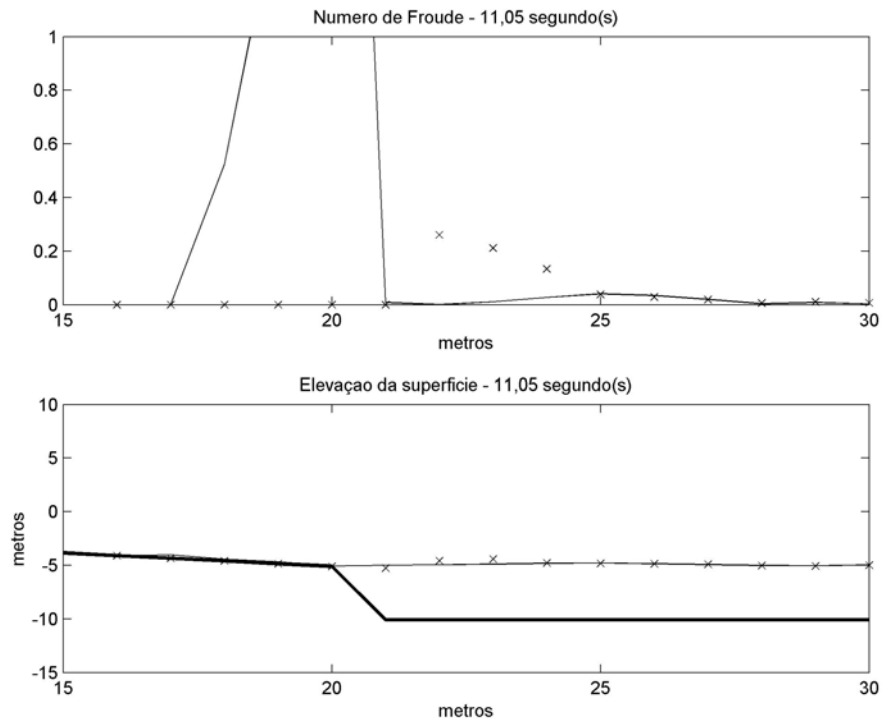


Figura 5.4.1.5: Último instante de drenagem.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; linha: Sem conservação de massa e momento

Pode-se observar que o instante inicial de inundação foi o mesmo para os dois casos, o que era esperado, pois a única modificação entre os dois casos foi o ajuste de massa e momento, o que somente ocorre durante os processos de inundação e drenagem. A partir do primeiro instante de inundação, a dinâmica se torna distinta, sendo mais comportada quando a massa e o momento são ajustados. A alteração das variáveis do sistema gerou perturbações no escoamento em geral, e provavelmente por isso os ressaltos hidráulicos gerados foram mais intensos (máximo número de Froude foi 86.3398). A comparação da energia cinética entre estes dois casos é feita na Figura 5.3.1.6, onde observa-se as perturbações citadas, e o sistema se manteve mais energético após cessar a drenagem. Um comportamento similar foi observado para o ajuste de massa (Figura 5.3.1.7).

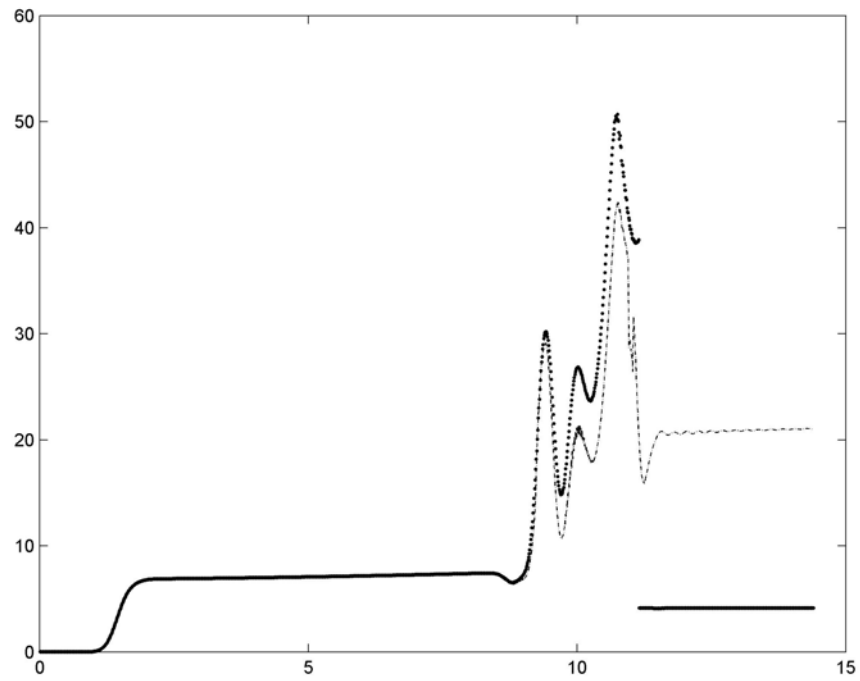


Figura 5.3.1.6: Comparação da energia cinética. Tempo em segundos.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; pontos: Sem conservação de massa e momento

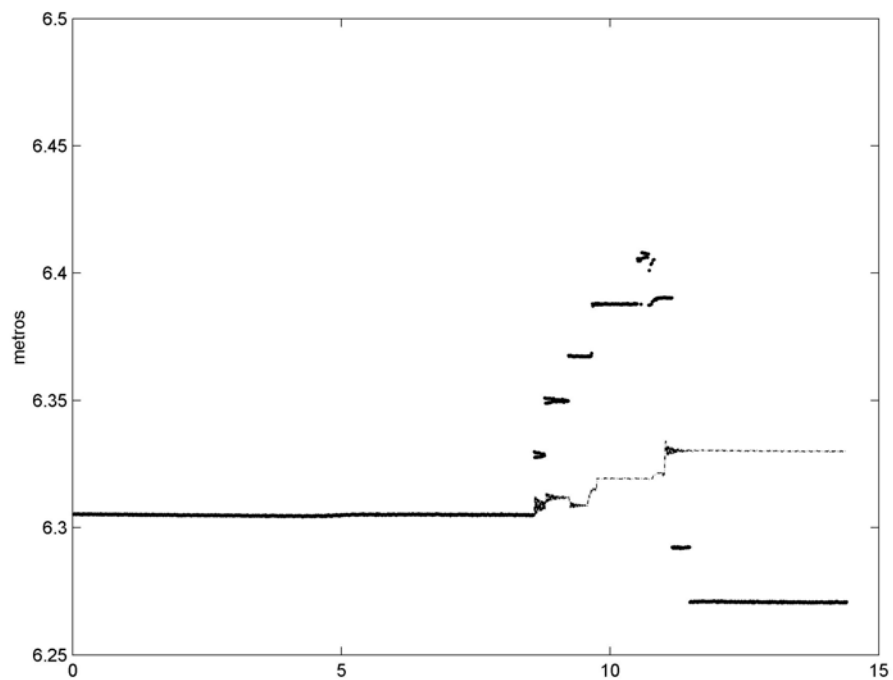


Figura 5.3.1.7: Comparação do percentual de massa total do sistema. Tempo em segundos.

Pontilhado: Com conservação de massa e momento; pontos: Sem conservação de massa e momento

5.3.1 CASO 5: Canal plano com degrau e rampa em uma das fronteiras, estimando a celeridade com a Condição de Orlanski, com ajuste de massa e momento aplicado para meio comprimento de onda. Fronteiras Norte, Sul e Leste.

Considerando que o último caso gerou os efeitos de inundações e drenagens desejados, e que foi observada uma melhoria da conservação de massa e momento do sistema, o método foi estendido para as fronteiras norte, sul e leste, obtendo resultados idênticos aos da fronteira oeste, e por isso não serão apresentados aqui.

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou um novo método para incluir os efeitos de áreas alagáveis implementado no Princeton Ocean Model (Blumberg & Mellor, 1983). Outras metodologias para avaliar estes efeitos no POM já foram aplicadas (Zheng *et al*, 2003; Xie *et al*, 2004; Uchiyama, 2004; Oey, 2005 e 2006). Porém, o objetivo era, baseado nestes trabalhos, obter um método com conservação de massa e momento, que se aplicasse às condições de hidrodinâmica da costa brasileira (forçadas tipicamente por marés), pois a principal forçante destes métodos era atmosférica (exceto os trabalhos de Oey (2005 e 2006)). Além disso, nenhum destes trabalhos apresentava uma justificativa física para a transferência de massa e momento entre as células secas e alagadas, apenas numérica. Baseado nestas questões, um novo método foi aplicado às condições de bloqueio e desbloqueio de Hubbert & McInnes (1999) para estabelecer os valores das variáveis inundadas, através da transferência de propriedades pela condição radiacional de Orlanski (Orlanski, 1976). Após cada processo de inundação e drenagem, é calculado, a partir da relação de dispersão, o comprimento da onda incidente à célula em questão. O novo momento e massa “agregados” são redistribuídos igualmente na quantidade de células vizinhas correspondentes a meio comprimento de onda calculado.

O modelo foi inicialmente aplicado para um canal com fundo plano, com uma rampa na fronteira oeste, local onde seria aplicado o método de inundação. O primeiro caso foi avaliar as condições do modelo quanto à conservação de massa sem os efeitos do esquema, e este apresentou uma variação da ordem de 14% para todo o canal. Este comportamento não era esperado, uma vez que as equações do POM são conservativas. Em seguida, foi aplicado o método com a aproximação da celeridade da onda incidente pela equação de celeridade de ondas em águas rasas. Para comparar com esta aproximação, a estimativa da celeridade foi calculada pela condição de Orlanski (Orlanski, 1976), e estes últimos apresentaram uma dinâmica mais coerente com a física. Neste estudo de caso, foi adicionado o ajuste de massa e momento, gerando menores variações, que era o objetivo inicial. Porém, vale ressaltar que os percentuais de variações de massa com o esquema de inundação com ajuste de variáveis apresentaram uma anomalia cerca de 60% menor do que o caso controle. E o comportamento da energia cinética foi oposto, com uma dinâmica muito mais intensa

do que o caso controle. Com este último experimento alcançou-se o objetivo inicial. Desta forma, o método que estava sendo testado somente para a fronteira oeste, foi estendido para as fronteiras norte, sul e leste, obtendo resultados idênticos aos da fronteira oeste, validando assim o método para as quatro direções.

Como sugestões de trabalhos futuros, recomenda-se aplicar o método a uma bacia ou estuário. Como este trabalho está inserido no contexto do Projeto PIATAM-Mar (Pontenciais Impactos Ambientais no Transporte de de Petróleo e derivados na Zona Costeira Amazônica) (<http://www.piatammar.ufpa.br/piatammar/>), o modelo será aplicado na Baía do Caeté, por possuir extensas áreas de planícies alagáveis submetidas a regimes de macro-maré.

E para finalizar, assim como Oey (2006) fez em sua metodologia, o método poderá ser ampliado para ser utilizado no modo baroclínico.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALZANO, A. 1998, "Evaluation of methods for numerical simulation of wetting and drying shallow water flow models", Coastal Engineering, v.34, pp. 83-107.
- BLUMBERG, A. F. & MELLOR, G.L. 1983, "Diagnostic and prognostic numerical circulation studies of the South Atlantic Bight", Journal of Geophysical Research, v. 88, pp. 4579-4592.
- BLUMBERG, A. F. & MELLOR, G. L., 1987, "A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model", em sl Three-Dimensional Coastal Ocean Models, Coastal Estuarine Sci., 4, edited by N. Heaps, pp. 1 – 16, AGU, Washington, D. C.
- DEAN, R. G. & DALRYMPLE, R. A., 1991, *Water wave mechanics for engineers and scientists*, Singapore. World Scientific.
- FALCONER, R. A., OWENS, P. H., 1987, "Numerical simulation of flooding and drying in a depth-averaged tidal flow model", Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, v. 83, pp. 161 – 180.
- GEORGE, K. J. & STRIPLING, S., 1995, "Improving the simulation of drying and wetting in a two-dimensional tidal numerical model", Applied Mathematical Modelling, v.19, pp. 2-6.
- HENICHE, M., SECRETAN, Y., BOUDREAU, P. & LECLERC, M., 2000, "A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries", Advances in Water Resources, v. 23, pp. 359-372.
- HUBBERT, G. D. & McINNES, K., 1999, "A storm surge inundation model for coastal planning and impact studies", Journal of Coastal Research, v.15 (1), pp. 168-185.
- IP, J. T. C., LYNCH, D. R. & FRIEDRICHS, C. T. 1998, "Simulation of estuarine flooding and dewatering with application to Great Bay, New Hampshire". Estuarine, Coastal and Shelf Science, v. 47, pp. 119 – 141.

- JI, Z. G., MORTON, M. R. & HAMRICK, J. M. 2001, "Wetting and drying simulation of estuarine processes". Estuarine, Coastal and Shelf Science, v. 53, pp. 683 – 700.
- JIANG, Y. W. & WAI, O. W. H. 2005, "Drying-wetting approach for 3D finite element sigma coordinate model for estuaries with large tidal flats". Advances in Water Resources, v. 28, pp. 779-792.
- LE HIR, P., ROBERTS, W., CAZAILLET, O., CHRITIE, M., BASSOULLET, P., BACHER, C. 2000, "Characterization of intertidal flat hydrodynamics". Continental Shelf Research, v. 20, pp.1433-1459.
- LIN, B. & FALCONER, R.A. 1997, "Three-dimensional layer-integrated modelling of estuarine flows with flooding and drying". Estuarine, Coastal and Shelf Science, v. 44, pp. 737-751.
- MELLOR, G. L., EZER, T. & OEY, L. Y., 1994, "The pressure gradient conundrum of sigma coordinate ocean models", J. Atmos. Oceanic. Technolo., v. 11 (4), pp. 1126-1134.
- MELLOR, G. L., 2003. *Users guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model (June 2003 version)*, 53 pp., Program in Atmospheric and Oceanic Science, Princeton University.
- MESSINGER, F. & ARAKAWA, A., 1976. "Numerical Methods used in Atmospheric Models". GARP Publications Series, v. I (17), 62pp.
- NYCANDER, J. & DÖÖS, K., 2003, "Open boundary conditions for barotropic waves", Journal of Geophysical Research, v. 108 (C5), pp. 3168 – 3188.
- OEY, L., 2005, "A wetting and drying scheme for POM". Ocean Modelling, v. 9, pp. 133-150.
- OEY, L., 2006, "An OGCM with movable land-sea boundaries". Ocean Modelling, v. 13 (2), pp. 176-195.
- OPEN UNIVERSITY TEAM. 2001, *Ocean Circulation*, 2. ed, Butterworth Heinemann
- ORLANSKI, I., 1976, "A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows", Journal of Computational Physics, v. (21) – no. 3, pp. 251 – 269.
- PALMA, E. D. & MATANO, R. P., 1998, "On the implementation of passive open boundary conditions for a general circulation model: The barotropic mode", Journal of Geophysical Research, v. 103 (C1), pp. 1319 – 1341.

- POND, S., & PICKARD, G. L. 1983, *Introductory Dynamical Oceanography*, 2. ed., Oxford, Pergamon Press.
- SPHAIER, S. H., 2005, *Hidrodinâmica II – Apostila*. Programa de Engenharia Oceânica, COPPE, UFRJ. RJ
- SZLAFSTEIN, C. F., 2003, “Vulnerability and response measures to natural hazard and sea level rise impacts: Long-term coastal zone management, NE of the state of Pará, Brazil”, **Tese de Doutorado**, Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät Geographisches Institut, Universität zu Kiel, 210 pp.
- TANG, Y. & GRIMSHAW, R., 1996, “Radiation boundary conditions in barotropic coastal ocean numerical models”, Journal of Computational Physics, v. (123), pp. 96 – 110.
- UCHIYAMA, Y., 2004, “Modelling wetting and drying scheme based on an extended logarithmic law for a three-dimensional sigma-coordinate coastal ocean model”, Report of the Port and Airport Research Institute, Yokosuka, Japan, v. 43 (n° 4), pp. 3 – 21.
- XIE, L., PIETRAFESA, L. J. & PENG, M., 2004, “Incorporation of a mass-conserving inundation scheme into a three dimensional storm surge model”, Journal of Coastal Research, v. 20 (4), pp. 1209 – 1223.
- ZHENG, L., CHEN, C. & LIU, H., 2003, “A modeling study of the Satilla River Estuary, Georgia. I: Flooding – drying process and water exchange over salt marsh-estuary-shelf complex”, Estuaries, v. 26 (3), pp. 651 – 669.

ANEXO A

Testes da capacidade do POM de gerar ressaltos hidráulicos:

A.1 – Onda se propagando de região funda para rasa:

Este teste apresenta a propagação de uma onda imposta por uma relaxação barotrópica inicialmente no centro do canal, o qual possui fundo plano e uma região mais rasa e plana na fronteira leste (Figura B.1.1). A fim de facilitar a visualização, todos os gráficos de elevação da superfície livre serão acompanhados do gráfico do Número de Froude.

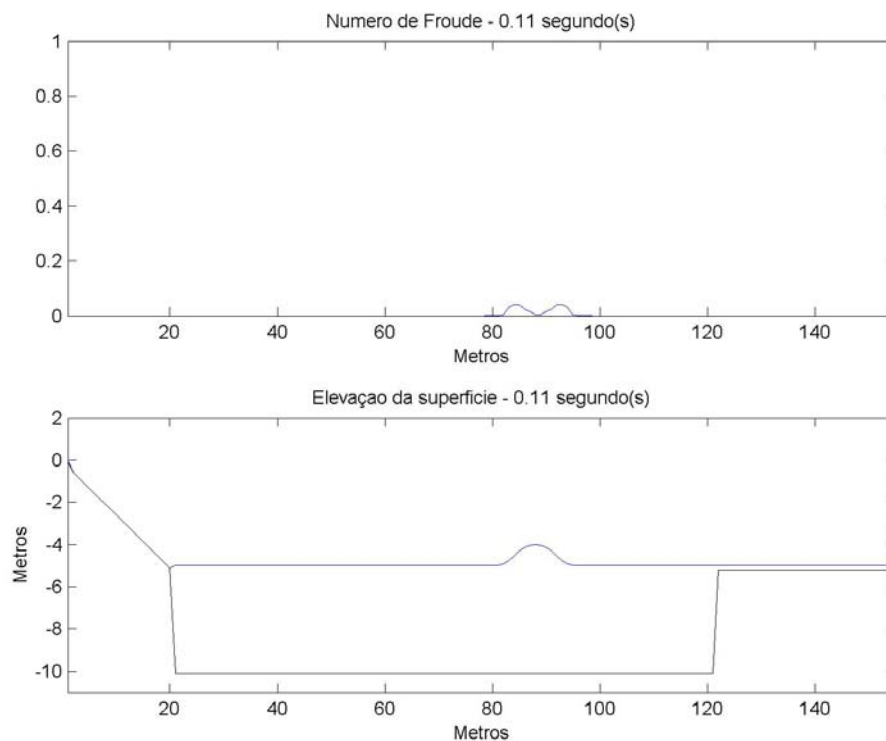
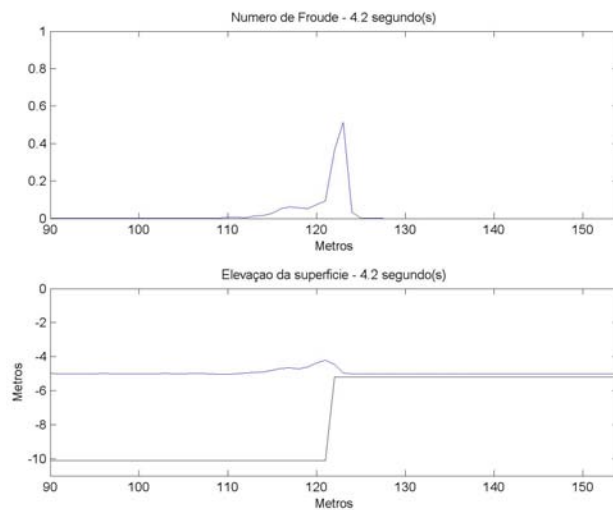


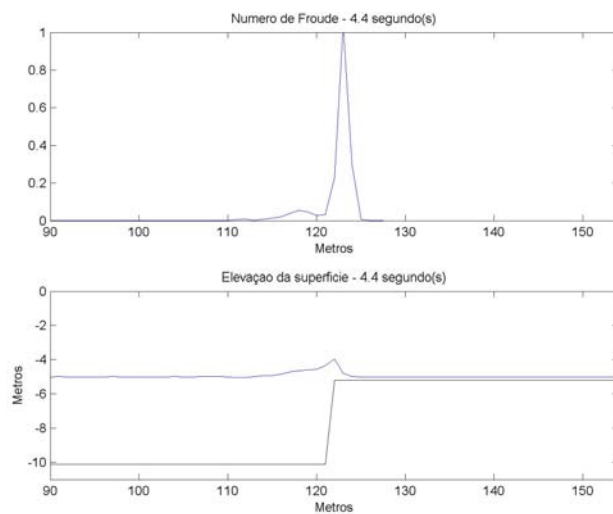
Figura B.1.1: Campos iniciais.

Quadro superior: Número de Froude; quadro inferior: Elevação da superfície livre

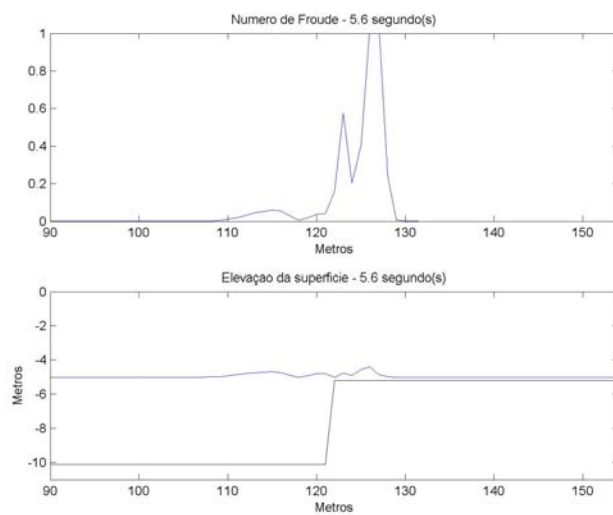
A Figura B.1.2.a mostra o momento em que a onda encontra-se sobre a região mais rasa, se tornando mais esbelta e ao mesmo tempo, o escoamento se torna supercrítico pela mudança brusca de batimetria (Figura B.1.2.b).



(a)



(b)



(c)

Figura B.1.2: Número de Froude e elevação da superfície livre. (a) Instante que a onda cresce ao encontrar a batimetria mais rasa; (b) o escoamento se torna super-crítico; (c) ressalto hidráulico

No Quadro (c) da Figura B.1.2 pode-se observar a formação de ondulações no sentido oposto da onda inicial, geradas pela reflexão do ressalto hidráulico.

Pode-se concluir que o POM gerou o ressalto hidráulico com uma boa representação física. A Figura B.1.3 mostra propagação das duas ondas (a gerada pela relaxação barotrópica e a refletida pelo ressalto hidráulico), sugerindo que houve uma dissipação de energia à medida que a primeira onda se propaga na região rasa. Isto se comprova ao observar o gráfico da anomalia da energia cinética (Figura B.1.4) quando nota-se uma queda na energia por volta dos 7 a 8 segundos de simulação, momento que foi sugerido a dissipação de energia pela observação visual da elevação da superfície livre.

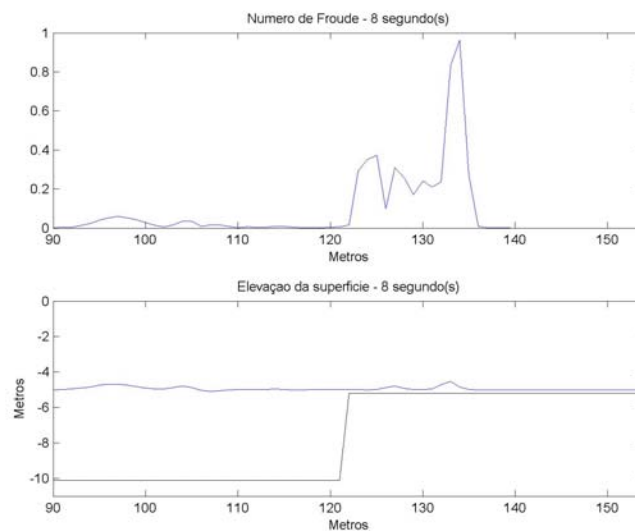


Figura B.1.3: Número de Froude e elevação da superfície livre

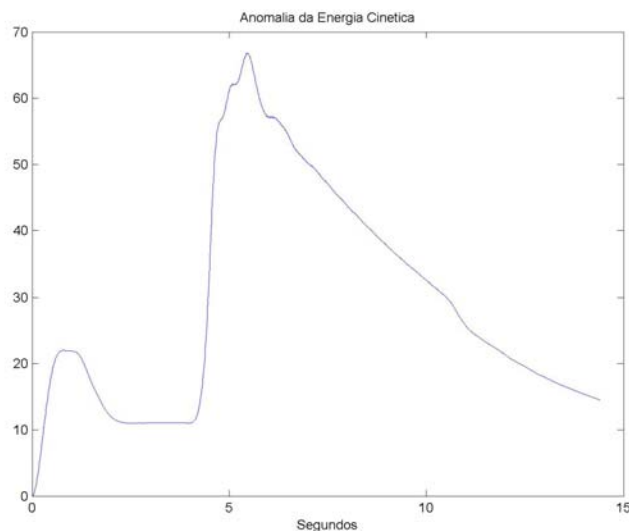


Figura B.1.4: Anomalia de momento da metade leste da grade

Este experimento serve para demonstrar que o comportamento da hidrodinâmica obtido pelas simulações com o esquema de áreas alagáveis no POM do presente estudo (inundação) estão coerentes com a física que realmente ocorre com as variações bruscas de batimetria.

A.2 – Onda se propagando de região rasa para funda:

Neste experimento o mesmo caso anterior foi implementado, com a diferença que a região rasa está sob a área de formação da onda inicial. Com isso, pretende-se obter um comportamento da hidrodinâmica que possa ser comparado ao processo de drenagem. A Figura B.2.1 mostra os campos iniciais.

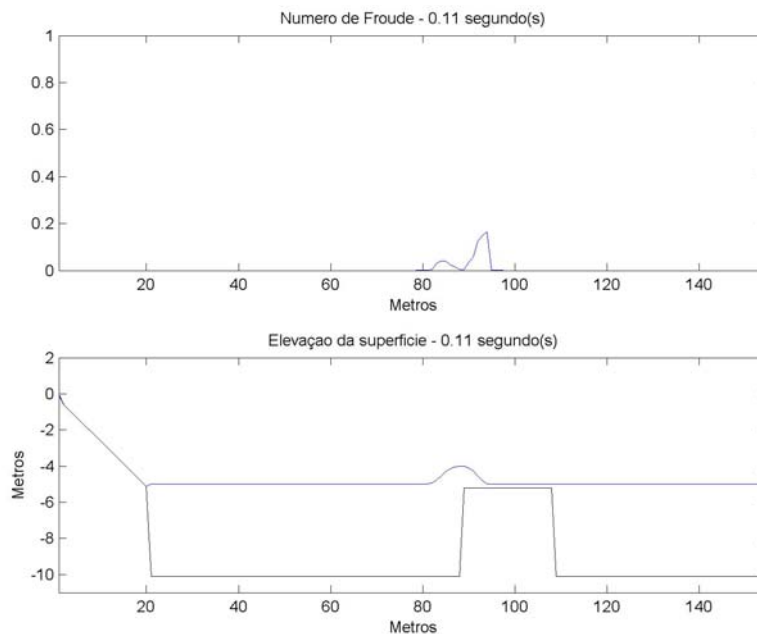


Figura B.2.1: Campos iniciais

A Figura B.2.2 mostra o momento em que o escoamento se torna super-crítico, que ocorre quando a onda entra na região mais profunda. Quando a onda sai totalmente da região rasa, ela dissipa quase toda sua energia, e gera um ressalto hidráulico próximo do final do degrau de batimetria (Figura B.2.3). A dissipação de energia pode ser facilmente comprovada pelo gráfico da Figura B.2.4.

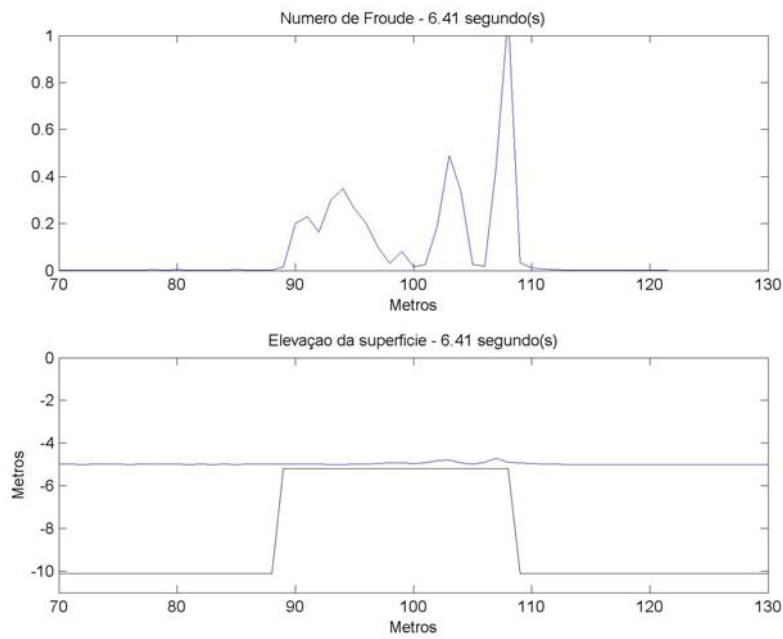


Figura B.2.2: Momento em que o escoamento se torna super-crítico

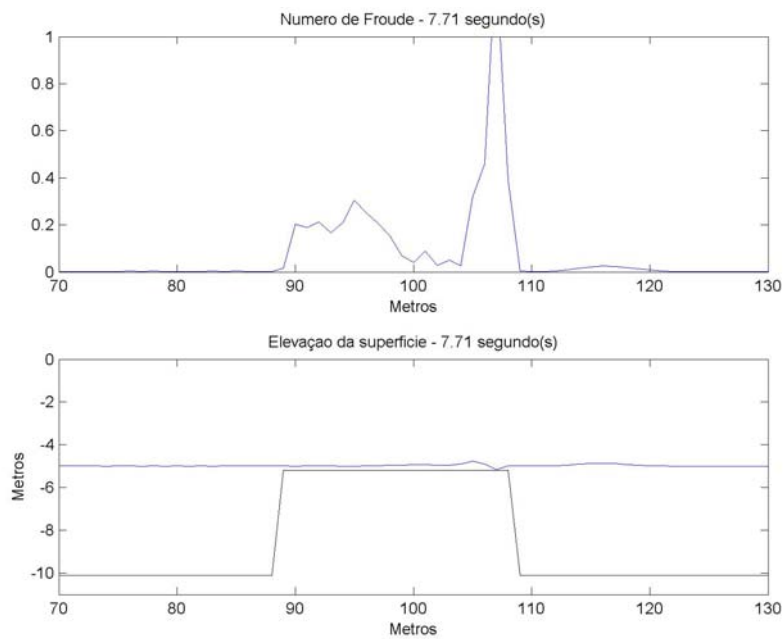


Figura B.2.3: Desenvolvimento do ressalto hidráulico

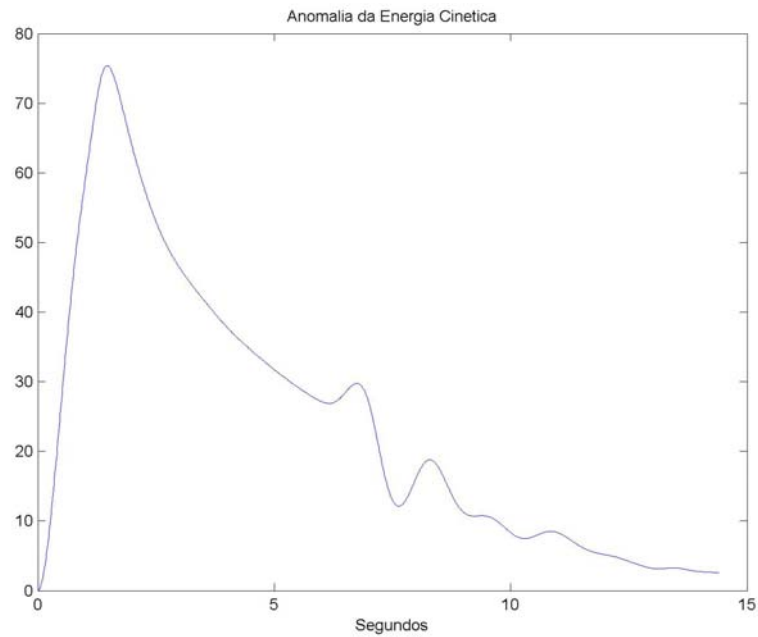


Figura B.2.3: Desenvolvimento do resalto hidráulico

Similarmente ao experimento do item B.1, este caso mostrou que realmente ocorre um resalto hidráulico quando uma onda que se propaga numa região rasa entra numa região muito mais profunda. A hidrodinâmica observada neste experimento ajuda a compreender melhor os resultados gerados pelos efeitos do esquema de áreas alagáveis implementado no POM no presente estudo.

ANEXO B

Teoria Linear de Ondas

Como a Teoria Linear de Ondas foi utilizado como subsídio para a implementação do esquema de áreas alagáveis no POM, a seguir é feita uma breve descrição desta.

As ondas de gravidade são movimentos oscilatórios de um fluido gerados pelos efeitos gravitacionais devido à presença da superfície livre, onde uma perturbação ocasiona na variação de pressão na superfície do fluido. A busca do equilíbrio pela massa com a pressão atmosférica é a responsável por estes movimentos.

Ao estudar as ondas de gravidade, assume-se que o fluido é incompressível, que o fluxo é irrotacional e que as forças de corpo derivam de um potencial gravitacional. Desta forma pode-se considerar que o campo de velocidades é dado pelo gradiente de uma função ϕ que satisfaça a equação de Laplace em todo o domínio:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (B1)$$

É possível formular um problema em que a incógnita é a superfície livre η , no entanto, é necessário que a função satisfaça algumas condições de contorno, a saber.

- Condição de contorno cinemática para o fundo:

De forma que não exista velocidade normal ao fundo $z = -h(x)$, considerando o fundo constante e impermeável, deve-se usar a condição:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (B2)$$

- Condição de contorno cinemática para a superfície livre:

Assumindo-se que não hajam fluxos na interface ar-mar, deve-se usar a condição:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (B3)$$

- Condição de contorno dinâmica para a superfície livre:

Esta condição assume que a pressão é constante ao longo da superfície livre. Aplicando a Equação de Bernoulli com a p_η constante em $z = \eta(x, t)$ obtemos:

$$p_\eta = -\rho \left[\frac{\partial \phi_\eta}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi_\eta|^2 + gz \right] \quad (B4)$$

A Teoria Linear de Ondas resolve o problema formulado pelo método de separação de variáveis, pois o potencial de velocidades $\phi(x, z, t)$ pode ser representado por $X(x) * Z(z) * T(t)$, com uma função periódica: $T(t) = \sin \sigma' t$, sendo σ' a frequência. Após aplicar as condições de contorno descritas acima, omitindo o desenvolvimento matemático (pode ser encontrado em Dean & Dalrymple (1991) e Sphaier (2005)), chega-se a

$$\sigma'^2 = gk \tanh(kz) \quad (B5)$$

que é a Relação de dispersão, a qual relaciona a celeridade com o comprimento de onda. Como $k = \frac{2\pi}{L}$ é o número de onda, sendo L o comprimento de onda; $\sigma' = \frac{2\pi}{T}$, sendo T o período da onda; e $C = \frac{\sigma'}{k}$; a equação B5 pode ser reescrita como:

$$C^2 = \frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (B6)$$

A partir da relação de dispersão, pode-se obter formas mais simplificadas para o cálculo da celeridade, de acordo com a relação entre a profundidade e o comprimento de onda. Quando $z/L > 1/2$, a $\tanh(kz) = 1$, de forma que a relação de dispersão pode ser simplificada para $L = 1,56T^2$. Esta é a relação para águas profundas. Já para o caso em que $z/L < 1/20$, a $\tanh(kz) = kz$, chegando-se a $c = \sqrt{gz}$, que é a aproximação para águas rasas.