Temel Kavramlar

Finansal Ekonometri

Prof. Dr. Hüseyin Taştan
Yıldız Teknik Üniversitesi - MP İktisat TYL Programı

Plan

- Finansal Varlıklar
- Paranın zaman değeri, bileşik faiz
- Nominal ve reel değer
- Finansal varlık getirileri
- Getiriler ve Normal dağılım

Finansal Varlıklar

- Ticarete konu olan her şey bir "varlık (asset)" olarak tanımlanabilir. Örneğin, nakit (TL), yabancı para, şirket payları, tahvil ve bonolar, gayrimenkuller ve ilgili yatırım payları, vs.
- Finansal varlıkların belirli bir süredeki getirileri tanımlanabilir. Bu getiriler faiz ve kar payı şeklinde olabilir ve genellikle varlığın başlangıçtaki değerine oranlanarak ifade edilebilir.
- İlgili dönemde finansal varlığın fiyatında da değişme olabilir. Toplam getiri fiyat değişimi ile getirinin (yield) toplanması ile bulunabilir.
- Risk bir finansal varlığın fiyatında ve/veya getirisindeki değişkenliği ifade eder. Örneğin cebinizdeki nakit tutuyorsanız fiyatlar genel düzeyindeki artışlar (enflasyon) sizin için bir risk faktörüdür.
- Risksiz (risk-free) varlık var mıdır? (örneğin Amerikan tahvilleri?)

Paranın Zaman Değeri

- Elimizde D Türk Lirası (TL) tutarında bir fon olsun ve bunu 1 yıllığına R oranıyla bankaya yatıralım (Faiz ya da getiri oranı R, 0 ile 1 arasında bir sayı olarak ifade edilsin, örneğin 0.1). Bir yıl sonraki nominal değer

$$GD_1 = D \times (1 + R) = D + D \times R$$

olur. Bunu olduğu gibi tekrar aynı faiz oranıyla yatırırsak ikinci yılın sonunda değeri

$$GD_2 = D \times (1 + R) \times (1 + R) = D \times (1 + R)^2$$

olur.

- Daha genel olarak n yılın sonunda

$$GD_n = D \times (1 + R) \times (1 + R) \ldots \times (1 + R) = D(1 + R)^n$$

olacaktır.

Örnek:

- Faiz oranı %10 olsun, yatırım tutarı ise 10000TL olsun.
- İlk beş yılın ve onuncu yılın sonunda gelecek değerini R programını kullanarak hesaplayalım.

```
D = 10000
R = 0.1
GD1 = D*(1 + R)
GD2 = D*(1 + R)^2
GD3 = D*(1 + R)^3
GD4 = D*(1 + R)^4
GD5 = D*(1 + R)^5
GD10 = D*(1 + R)^10
gd <- data.frame(t = c(1,2,3,4,5,10),
         gelecek_deger = c(GD1, GD2, GD3, GD4
gd
```

Yandaki komutların çıktısı:

```
##    t gelecek_deger
## 1  1      11000.00
## 2  2      12100.00
## 3  3      13310.00
## 4  4      14641.00
## 5  5      16105.10
## 6 10      25937.42
```

Şimdiki Değer

- $GD_n = D(1+R)^n$ formülünden hareketle şimdiki değeri kolayca bulabiliriz:

$$D = \frac{GD_n}{(1+R)^n}$$

- Verilmiş bir D ve GD_n için getiri oranını da bulabiliriz:

$$R = \left(\frac{GD_n}{D}\right)^{1/n} - 1$$

Bileşik Faiz

```r
C = 1    # yatırım tutarı
r = 0.12 # yıllık faiz oranı (bileşik)
m = c(1,2,4,12,52,365) # ödeme sayısı
donemlik_faiz_oranı = r/m
faiz_tipi = c("Yıllık", "Yılda iki kere", "Çeyreklik",
              "Aylık", "Haftalık", "Günlük")
net_deger = C*(1+r/m)^m
df <- data.frame(faiz_tipi, m, donemlik_faiz_oranı, net_deger)
df
```

```
##        faiz_tipi   m donemlik_faiz_oranı net_deger
## 1         Yıllık   1        0.1200000000  1.120000
## 2 Yılda iki kere   2        0.0600000000  1.123600
## 3      Çeyreklik   4        0.0300000000  1.125509
## 4          Aylık  12        0.0100000000  1.126825
## 5       Haftalık  52        0.0023076923  1.127341
## 6         Günlük 365        0.0003287671  1.127475
```

Bileşik faiz

m arttıkça net değer A, $100 * \exp(r)$ değerine yaklaşır. Daha genel olarak C tutarında bir yatırım için net değer

$$A = C \exp(r \times n) = Ce^{r.n}$$

olur. Burada r bileşik faiz oranı, n yıl sayısıdır. A biliniyorsa şimidiki değeri hesaplamak için

$$C = A \exp(-r \times n) = Ae^{-r.n}$$

Bileşik getiri oranı

- t zamanındaki fiyatı P_t olan bir varlığın $t-1$ zamanından t'ye brüt getiri oranı

$$1 + R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- R_t'nin doğal logaritmasına sürekli bileşik getiri ya da log-getiri adı verilir:

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

- P_t hisse senedinin fiyatı ise ve t zamanında D_t tutarında bir kar payı ödemesi yapılmışsa, basit ve bileşik getiri oranları aşağıdaki formüllerle hesaplanabilir:

$$R_t = \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1$$

$$r_t = \ln(P_t + D_t) - \ln(P_{t-1})$$

Nominal ve reel değer

- Nominal fiyatlardan enflasyonun etkisini arındırmak için deflate etmemiz gerekir:

$$reel\ fiyat_t = \frac{Nominal\ fiyat_t}{Deflat\ddot{o}r_t}$$

- Burada deflatör genellikle bir fiyat endeksi olarak tanımlanır (TÜFE gibi)

- Örnek: İstanbul'da 2020-Ocak-2021-Temmuz döneminde konut fiyat endeksi (baz yılı 2017=100) ve Tüketici fiyat endeksi (baz yılı 2003=100)

- 2021 yılı Ocak ayında konut fiyat endeksi (KFE) 107.40 değerinden 2021 yılı Temmuz ayında 156.80 değerine ulaşmıştır. Nominal fiyat artışı

$$100 \times \frac{156.80 - 107.40}{107.40} = 45.99628$$

  yaklaşık %46'dır.

İstanbul'da Reel Konut Fiyatları

- Aynı dönemde TÜFE'deki artış ise

$$100 \times \frac{556.97 - 449.78}{449.78} = 23.83165$$

  yaklaşık % 23.8 olmuştur.

- Reel konut fiyat artışı için 2020-Ocak ayında deflate edilmiş **KFE = 100*(107.40/449.78) = 23.87834**, 2021-Temmuz ayında deflate edilmiş **KFE = 100*(156.8/556.97) = 28.15232** olur.

- Reel artış buradan

$$100 \times \frac{28.15232 - 23.87834}{23.87834} = 17.89898$$

yaklaşık %17.9 olarak bulunur.

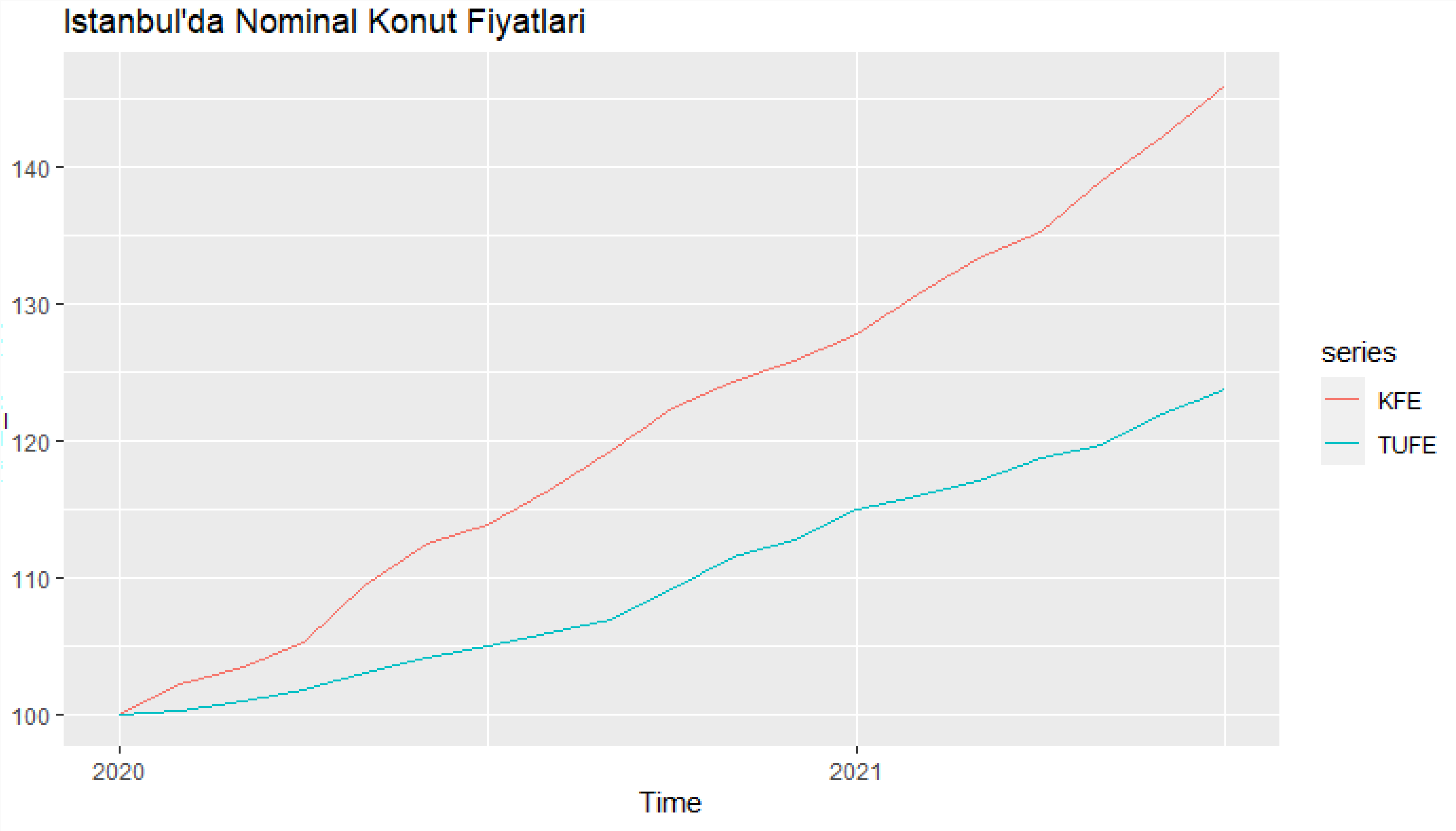
İstanbul'da Reel Konut Fiyatları

```
yil <- c(rep(2020,12), rep(2021,7))
ay <- c(1:12,1:7)
KFE_Istanbul <- c(107.40, 109.80, 111.20, 113.10, 117.60, 120.80, 122.40, 125.10,
                  128.20, 131.40, 133.50, 135.20, 137.20, 140.30, 143.20, 145.30,
                  149.30, 152.70, 156.80)
KFE_Istanbul2 <- KFE_Istanbul/107.4
TUFE_Istanbul <- c(449.78, 451.55, 454.47, 457.96, 463.61, 469.01, 472.49, 476.93,
                   481.00, 491.09, 502.02, 507.60, 517.25, 521.60, 526.47, 534.50,
                   538.85, 548.27, 556.97)
TUFE_Istanbul2 <- TUFE_Istanbul/449.78
RKFE <- 100*KFE_Istanbul/TUFE_Istanbul
RKFE2 <- 100*KFE_Istanbul2/TUFE_Istanbul2
KFE <- data.frame(yil, ay, KFE_Istanbul, TUFE_Istanbul, RKFE, KFE_Istanbul2, TUFE_Istanbul2, RKFE2)
```

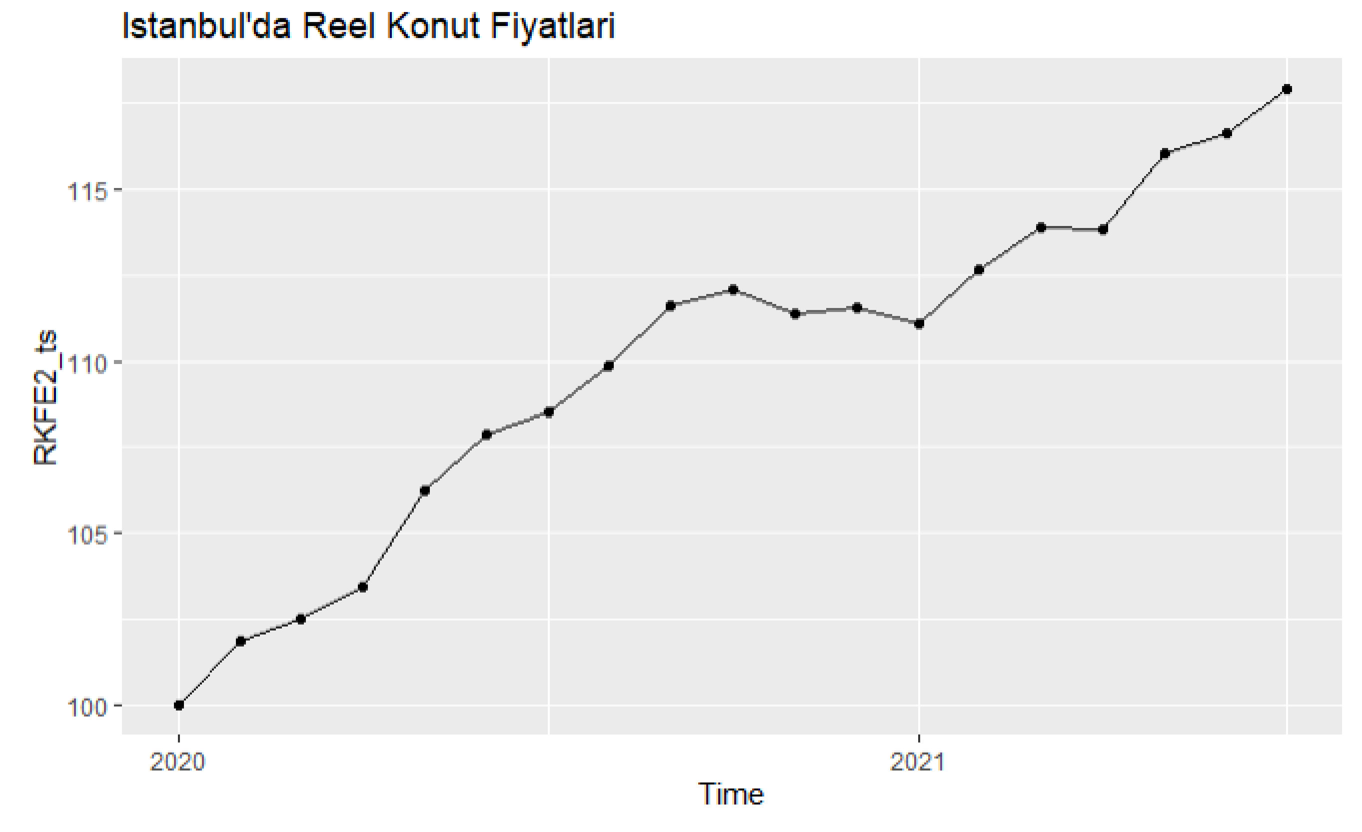
İstanbul'da Reel Konut Fiyatları

	yil	ay	KFE_Istanbul	TUFE_Istanbul	RKFE	KFE_Istanbul2	TUFE_Istanbul2	RKFE2
1	2020	1	107.4	449.78	23.87834	1.000000	1.000000	100.0000
2	2020	2	109.8	451.55	24.31624	1.022346	1.003935	101.8339
3	2020	3	111.2	454.47	24.46806	1.035382	1.010427	102.4697
4	2020	4	113.1	457.96	24.69648	1.053073	1.018187	103.4263
5	2020	5	117.6	463.61	25.36615	1.094972	1.030748	106.2308
6	2020	6	120.8	469.01	25.75638	1.124767	1.042754	107.8650
7	2020	7	122.4	472.49	25.90531	1.139665	1.050491	108.4887
8	2020	8	125.1	476.93	26.23026	1.164804	1.060363	109.8496
9	2020	9	128.2	481.00	26.65281	1.193669	1.069412	111.6192
10	2020	10	131.4	491.09	26.75681	1.223464	1.091845	112.0547
11	2020	11	133.5	502.02	26.59257	1.243017	1.116146	111.3669
12	2020	12	135.2	507.60	26.63515	1.258845	1.128552	111.5452
13	2021	1	137.2	517.25	26.52489	1.277467	1.150007	111.0835
14	2021	2	140.3	521.60	26.89801	1.306331	1.159678	112.6460
15	2021	3	143.2	526.47	27.20003	1.333333	1.170506	113.9109
16	2021	4	145.3	534.50	27.18428	1.352886	1.188359	113.8449
17	2021	5	149.3	538.85	27.70715	1.390130	1.198030	116.0347
18	2021	6	152.7	548.27	27.85124	1.421788	1.218974	116.6381
19	2021	7	156.8	556.97	28.15232	1.459963	1.238317	117.8990

İstanbul'da KFE ve TUFE



İstanbul'da Reel Konut Fiyatları



Finansal getiriler

- Varlık getirilerini daha önce tanımlamıştık.

- Basit getiri varlığın şimdiki değeri ile geçmişteki değerleri arasındaki fark olarak tanımlanır. Örneğin t zamanındaki fiyat ile $t-1$, yani bir dönem önceki fiyat arasındaki fark olarak tanımlanır: $d_t = P_t - P_{t-1}$

- Göreli getiri varlık fiyatında belirli bir dönemde meydana gelen değişmenin dönem başındaki değere oranıdır. Örneğin $t-1$'den t'ye 1 dönemdeki göreli getiri

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- Logaritmik getiri ise varlık fiyatının logaritmik farkı olarak tanımlamıştık. Örneğin

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \approx \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Göreli getiri ve log getiriler 100 ile çarpılarak yüzde olarak da ifade edilebilir.

Örnek: BIST100 tarihsel getiriler

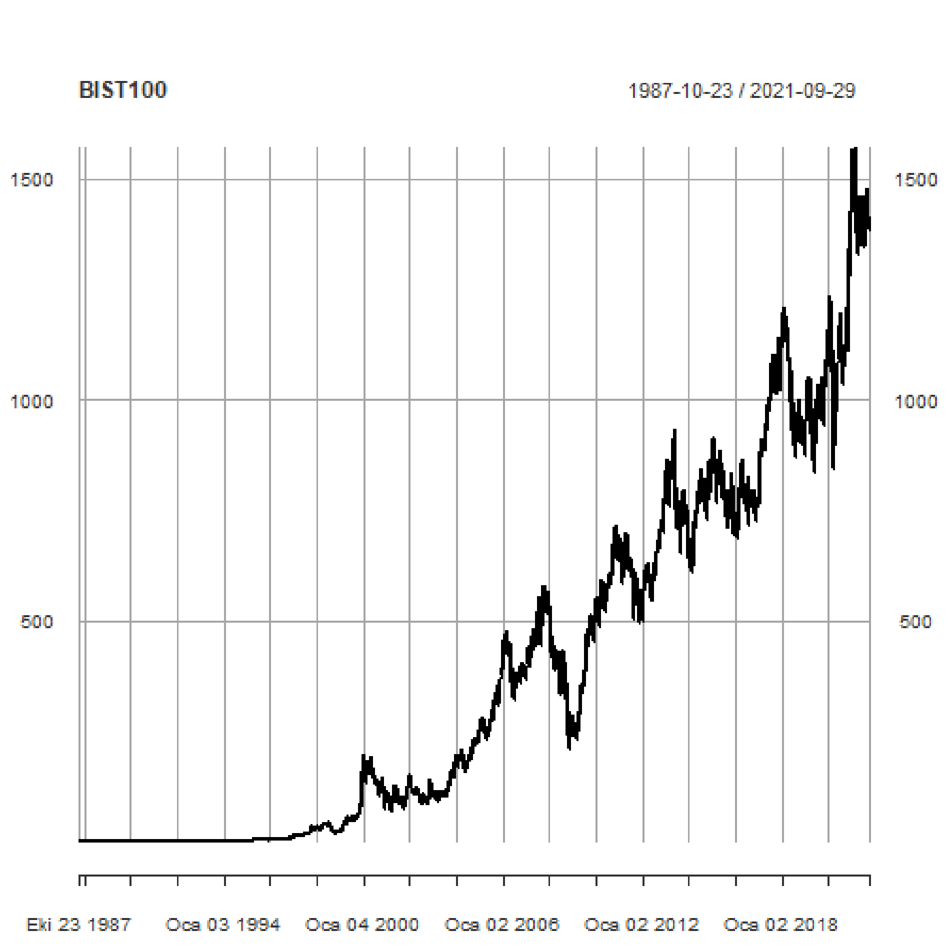
```r
library(xts)
load("../R/Data/bist100xts.rda")
head(BIST100, 5) # ilk 5 gözlem
```

```
##            BIST100
## 1987-10-23  0.0823
## 1987-10-26  0.0840
## 1987-10-27  0.0827
## 1987-10-28  0.0813
## 1987-10-30  0.0786
```

```r
tail(BIST100, 5) # son 5 gözlem
```

```
##            BIST100
## 2021-09-23 1401.46
## 2021-09-24 1384.68
## 2021-09-27 1391.74
## 2021-09-28 1383.77
## 2021-09-29 1391.92
```

```r
plot(BIST100)
```



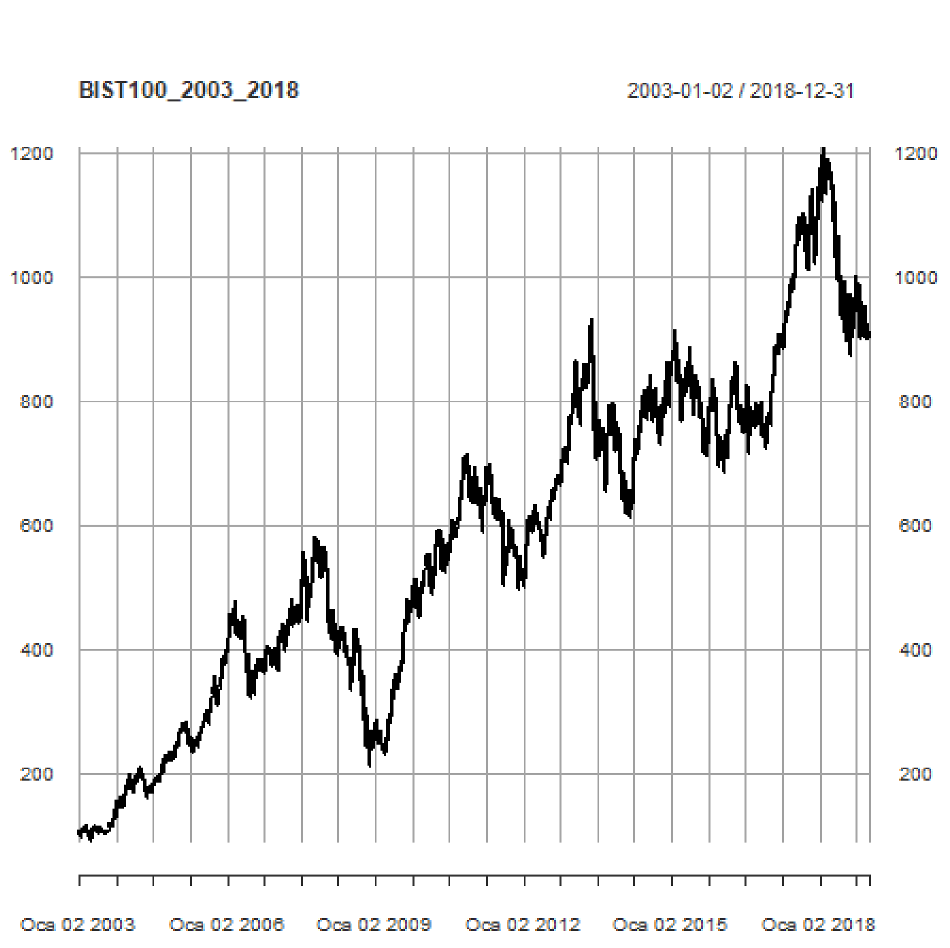
Örnek: BIST100 tarihsel getiriler

2003-2018 yılları arasına bakalım:

```r
BIST100_2003_2018 <- BIST100["2003/2018"]
tail(BIST100_2003_2018, 5) # son 5 gözlem
```

```
##             BIST100
## 2018-12-24 915.2690
## 2018-12-25 908.2957
## 2018-12-27 909.7479
## 2018-12-28 904.3533
## 2018-12-31 912.7048
```

```r
plot(BIST100_2003_2018)
```



Örnek: BIST100 tarihsel getiriler

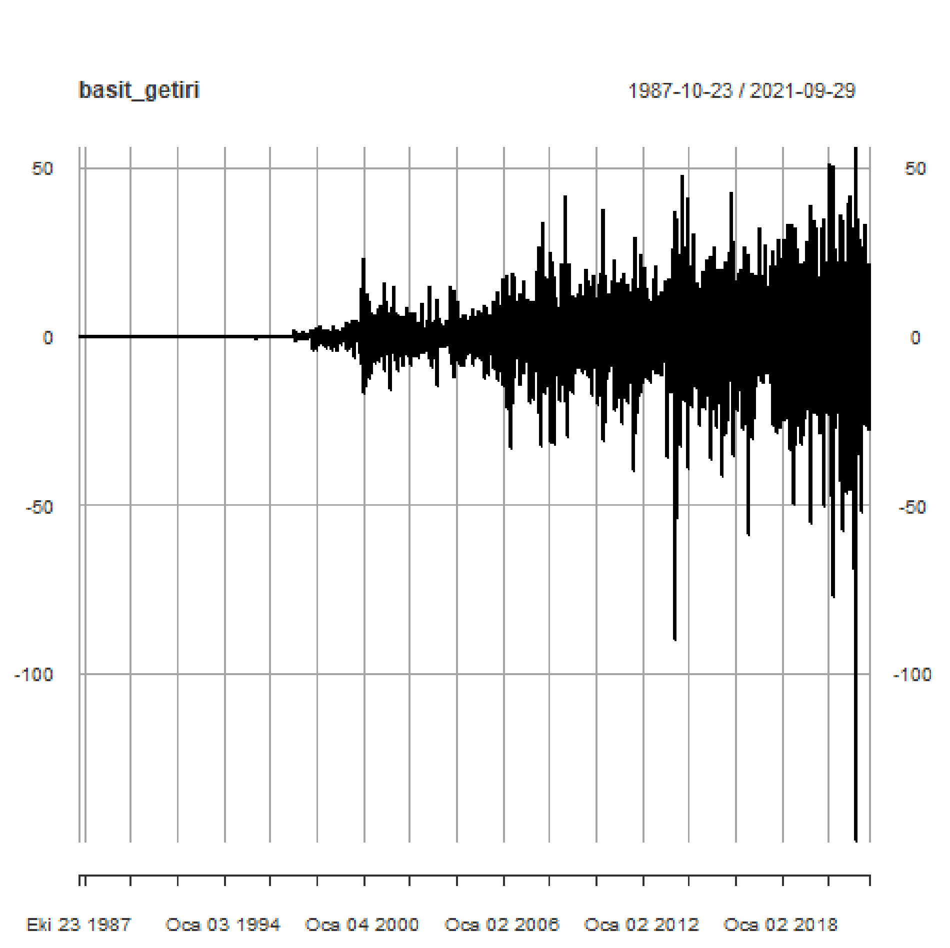
```r
# 1 günlük basit getiriler (birinci farklar)
basit_getiri <- diff(BIST100)
head(basit_getiri, 5) # ilk 5 gözlem
```

```
##              BIST100
## 1987-10-23       NA
## 1987-10-26   0.0017
## 1987-10-27  -0.0013
## 1987-10-28  -0.0014
## 1987-10-30  -0.0027
```

```r
tail(basit_getiri, 5) # son 5 gözlem
```

```
##              BIST100
## 2021-09-23    -6.00
## 2021-09-24   -16.78
## 2021-09-27     7.06
## 2021-09-28    -7.97
## 2021-09-29     8.15
```

```r
plot(basit_getiri)
```



Örnek: BIST100 tarihsel getiriler

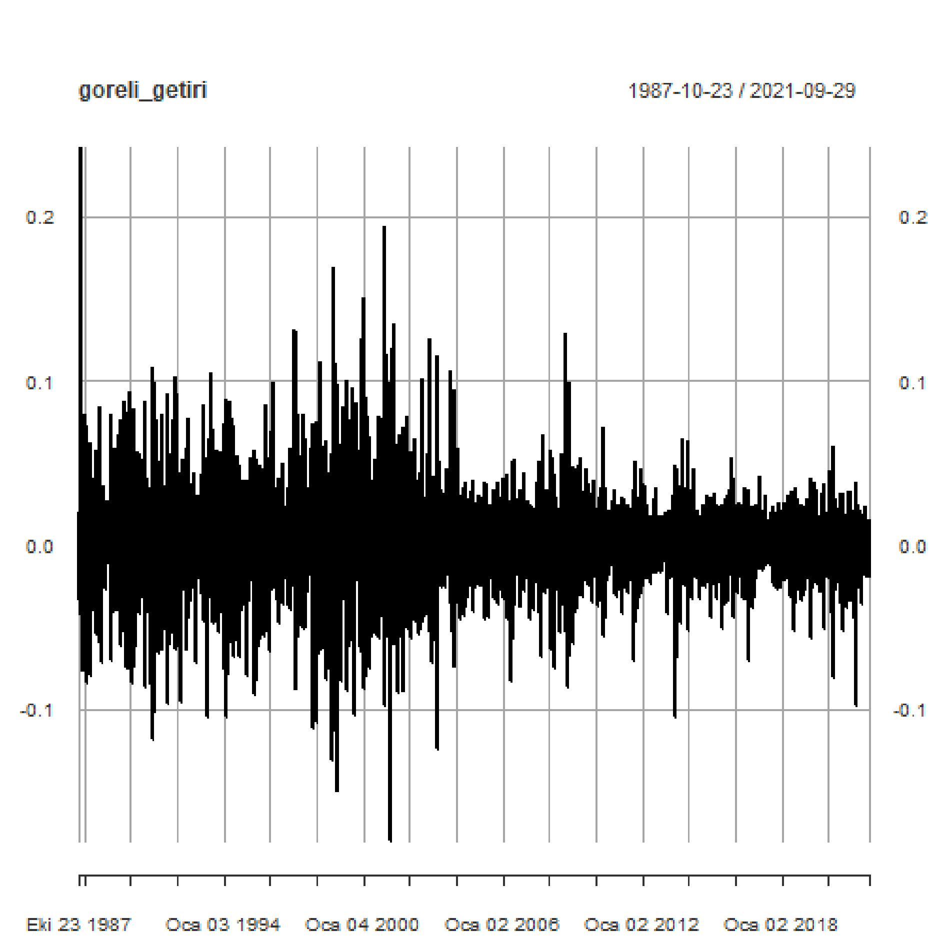
```r
# 1 günlük göreli getiriler
lag1 <- lag(BIST100, 1) # birinci gecikme
head(lag1, 4)
```

```
##             BIST100
## 1987-10-23      NA
## 1987-10-26  0.0823
## 1987-10-27  0.0840
## 1987-10-28  0.0827
```

```r
goreli_getiri <- (BIST100 - lag1)/lag1
head(goreli_getiri, 4)
```

```
##                 BIST100
## 1987-10-23           NA
## 1987-10-26  0.02065614
## 1987-10-27 -0.01547619
## 1987-10-28 -0.01692866
```

```r
plot(goreli_getiri)
```



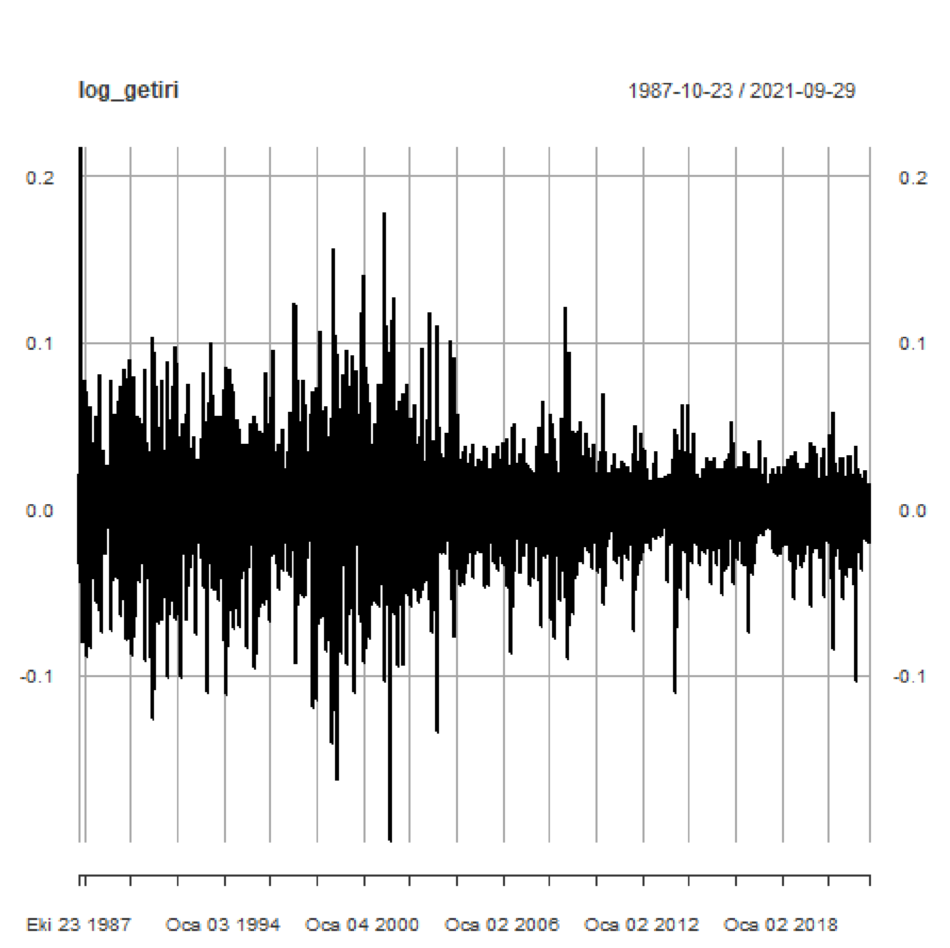
Örnek: BIST100 tarihsel getiriler

```r
# 1 günlük logaritmik getiriler
log_bist <- log(BIST100)
log_getiri <- log_bist - lag(log_bist, 1)
head(log_getiri)
```

```
##                  BIST100
## 1987-10-23            NA
## 1987-10-26  0.02044569
## 1987-10-27 -0.01559720
## 1987-10-28 -0.01707359
## 1987-10-30 -0.03377432
## 1987-11-02 -0.02708096
```

100 ile çarpılarak yüzde olarak da ifade edilebilir.

```r
plot(log_getiri)
```

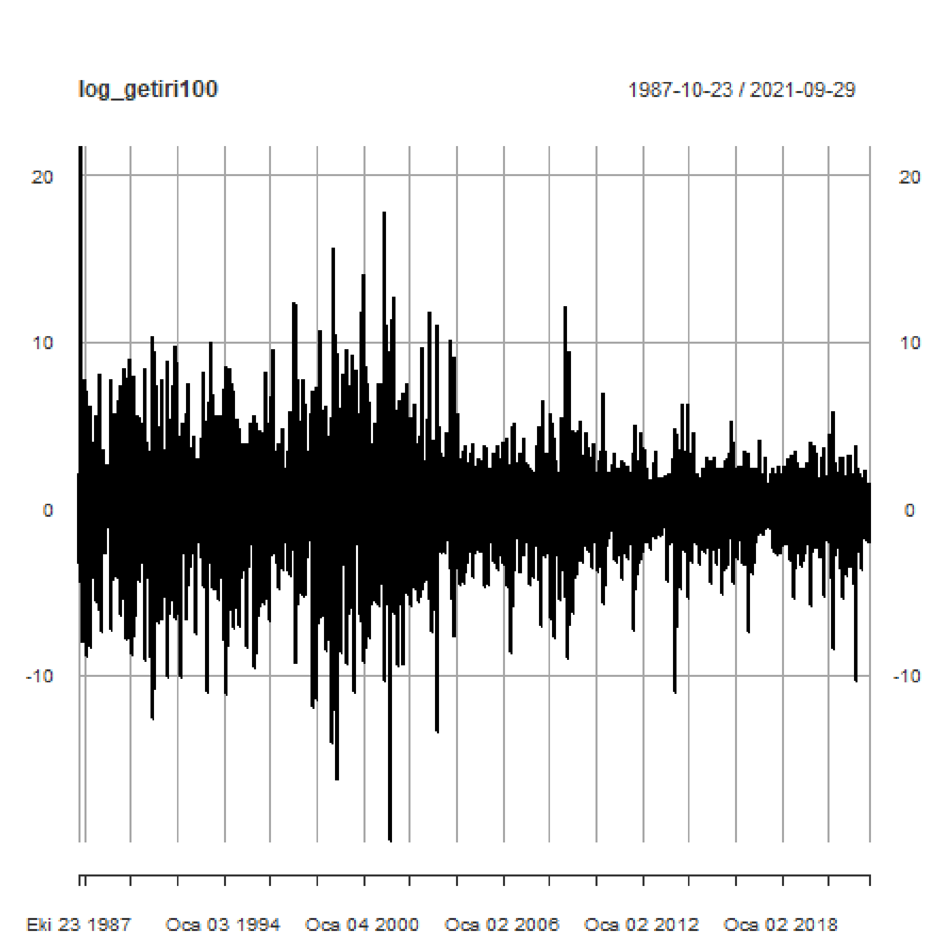


Örnek: BIST100 tarihsel getiriler

```r
# 1 günlük yüzde getiriler
log_getiri100 <- 100*(log_bist - lag(log_bist,
head(log_getiri100)
```

```
##                BIST100
## 1987-10-23          NA
## 1987-10-26    2.044569
## 1987-10-27   -1.559720
## 1987-10-28   -1.707359
## 1987-10-30   -3.377432
## 1987-11-02   -2.708096
```

```r
plot(log_getiri100)
```



Getirilerin toplulaştırılması

- Günlük logaritmik getirilerden hareketle haftalık ya da aylık getiriler hesaplanabilir.
- r_t günlük varlık fiyatlarından hareketle hesaplanan log getiri olsun. 5 günlük log getirileri hesaplamak istersek

$$\ln(P_{t-5}) - \ln(P_t) = \sum_{i=1}^{5} r_{t+i}$$

  ilgili dönem içindeki günlük log getirileri toplamamız yeterli olur.
- Benzer şekilde aylık getirileri hesaplamak istersek o ay içindeki günlük logaritmik getirileri toplayabiliriz.

Örnek: BIST100 haftalık ve aylık getiriler

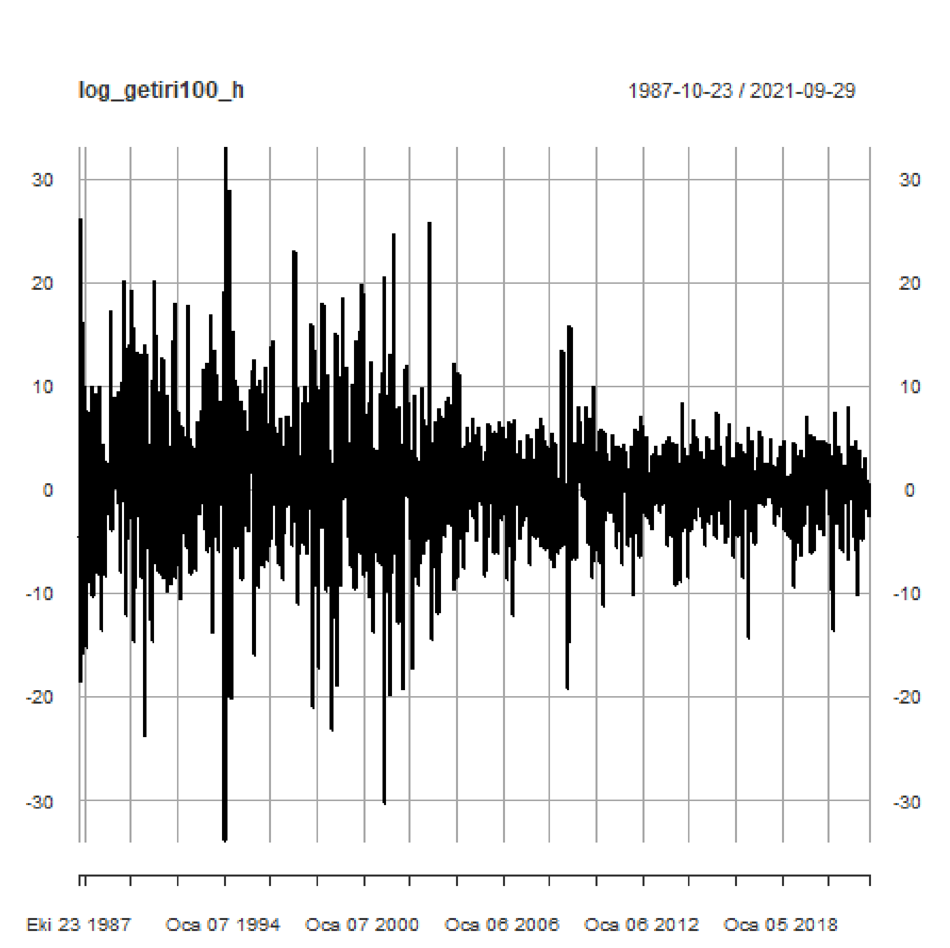
```r
# haftalık log getiriler
log_getiri100_h <- apply.weekly(log_getiri100,
head(log_getiri100_h, 4)
```

```
##                BIST100
## 1987-10-23          NA
## 1987-10-30   -4.599941
## 1987-11-06  -18.537966
## 1987-11-13  -14.475140
```

```r
tail(log_getiri100_h, 4)
```

```
##                BIST100
## 2021-09-10 -2.0603400
## 2021-09-17 -1.3498447
## 2021-09-24 -2.4786317
## 2021-09-29  0.5215023
```

```r
plot(log_getiri100_h)
```



Örnek: BIST100 haftalık ve aylık getiriler

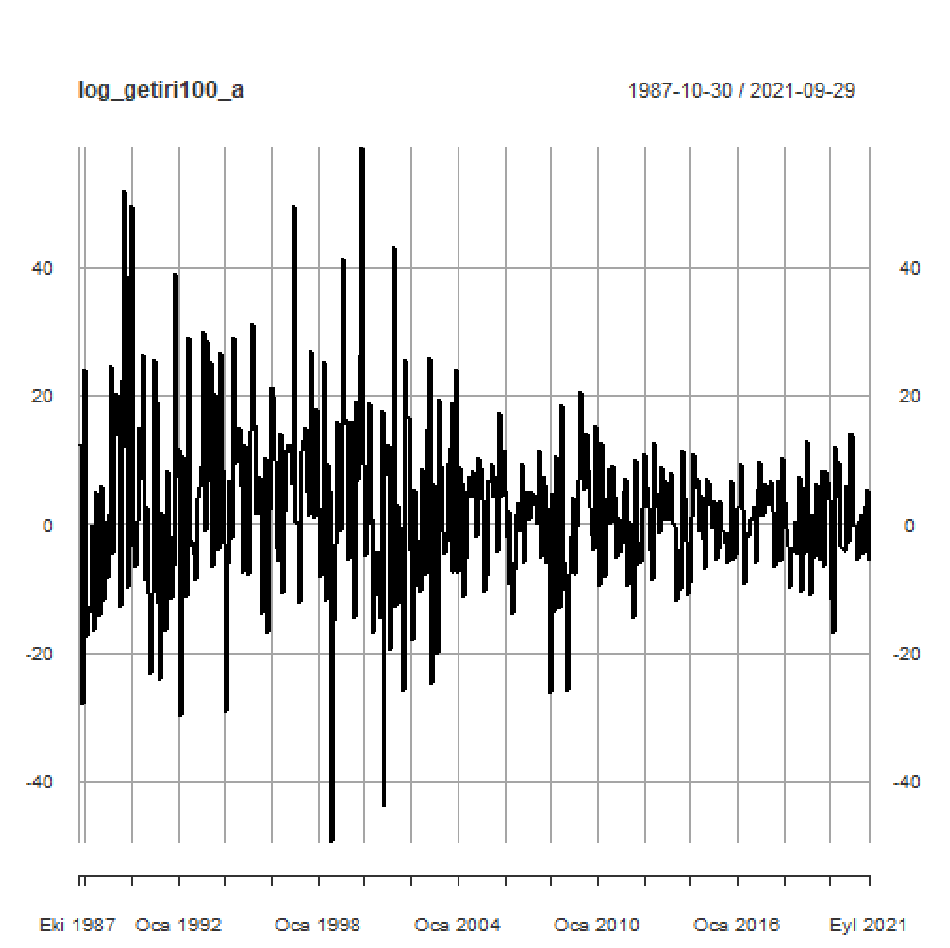
```r
# aylık log getiriler
log_getiri100_a <- apply.monthly(log_getiri100,
head(log_getiri100_a, 4)
```

```
##              BIST100
## 1987-10-30        NA
## 1987-11-30  12.53876
## 1987-12-31 -28.05991
## 1988-01-29  24.28588
```

```r
tail(log_getiri100_a, 4)
```

```
##              BIST100
## 2021-06-30 -4.621199
## 2021-07-30  2.660519
## 2021-08-31  5.527449
## 2021-09-29 -5.598548
```

```r
plot(log_getiri100_a)
```

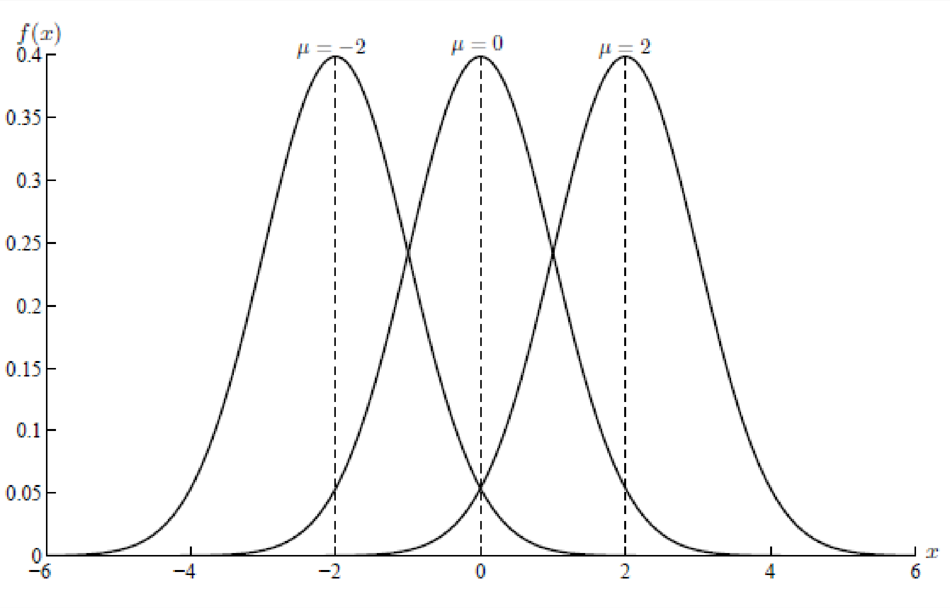


Normal Dağılım

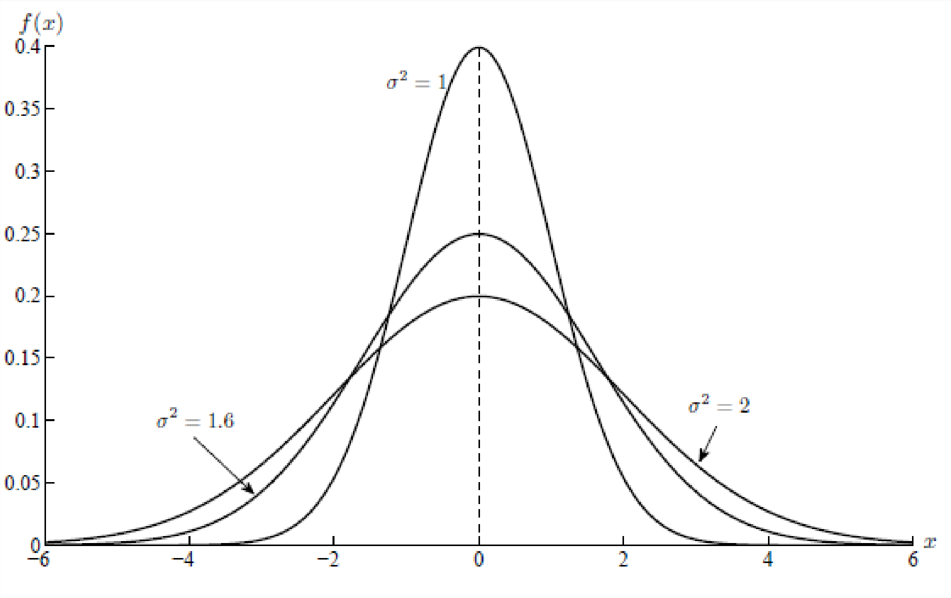
- Finansta kullanılan bazı modeller (örneğin Black-Scholes) varlık fiyatlarının geometrik Brownian Motion sürecini takip ettiğini varsayar.
- Bu varsayım altında log getiriler normal dağılıma uyar ve bağımsızdır.
- Eğer rassal değişken X normal dağılımı uyuyorsa, yani $X \sim\ N(\mu,\ \sigma^2)$ ise, bu dağılımı ortalama μ ve varyans σ^2 ile betimleyebiliriz.
- μ dağılımın merkezini gösteren lokasyon parametresidir.
- σ^2 ise merkez çevresindeki değişkenliği gösteren varyans parametresidir.
- Veriler ortalama çevresinde çan eğrisi biçiminde ve simetrik dağılır. Verilerin yaklaşık $\%95$'i 2 standart sapma (σ) içinde yer alır.
- Acaba log getiriler gerçekten de normal dağılıma uyuyor mu? Bunun için görsel araçlar ya da hipotez testlerini kullanabiliriz.

Normal dağılım

Normal dağılımın parametreleri: ortalama ve varyans

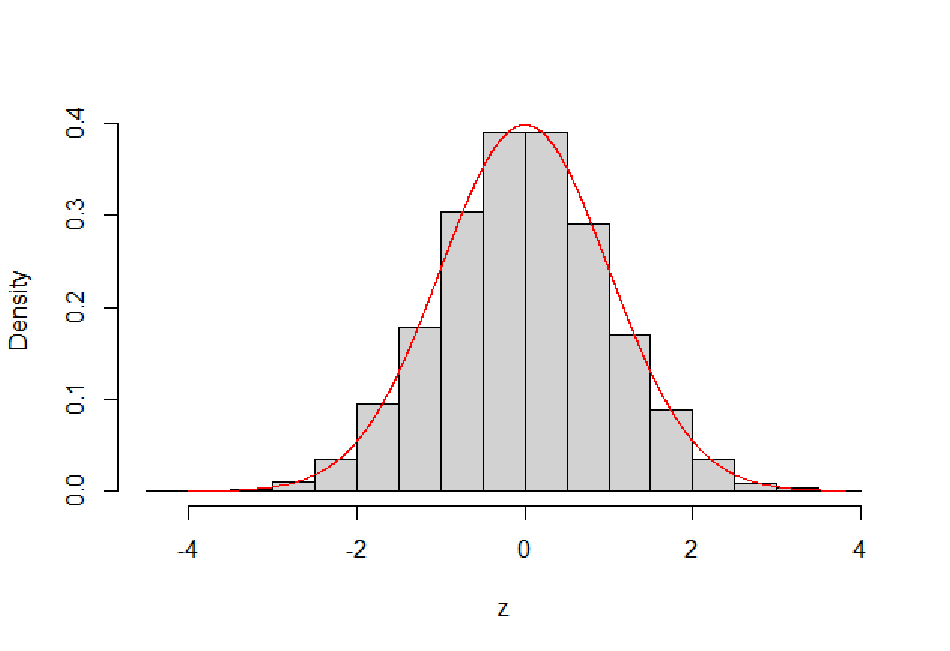


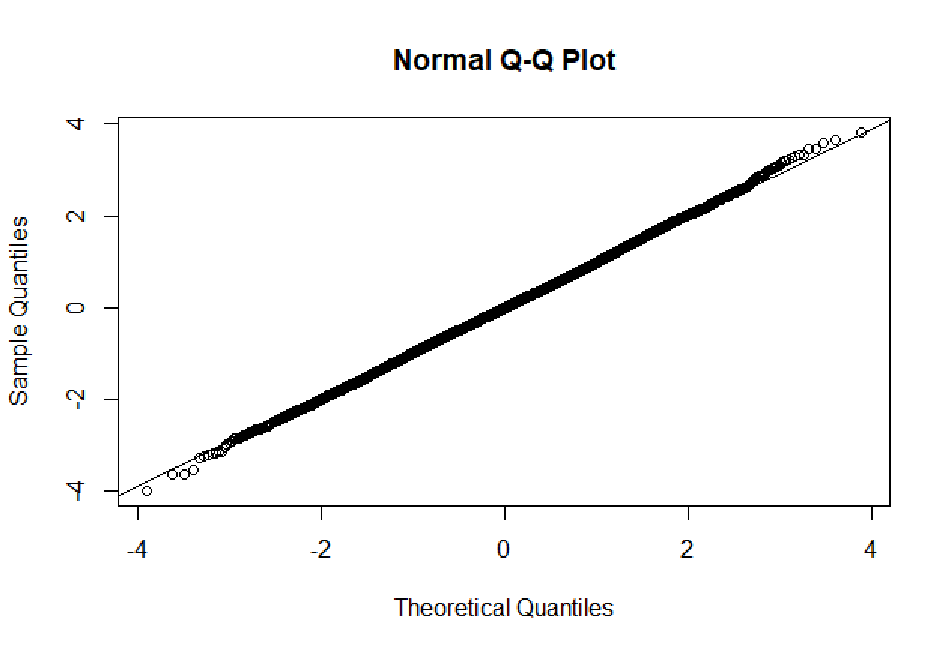
Farklı ortalamalar, aynı varyans: bu durumda normal dağılım şeklini bozmadan sağa ve sola kayar.



Farklı varyanslar, aynı ortalama: bu durumda varyans arttıkça dağılım daha yayvan/yayık hale gelir. Merkez (ortalama) aynı kalır.

Normal dağılım



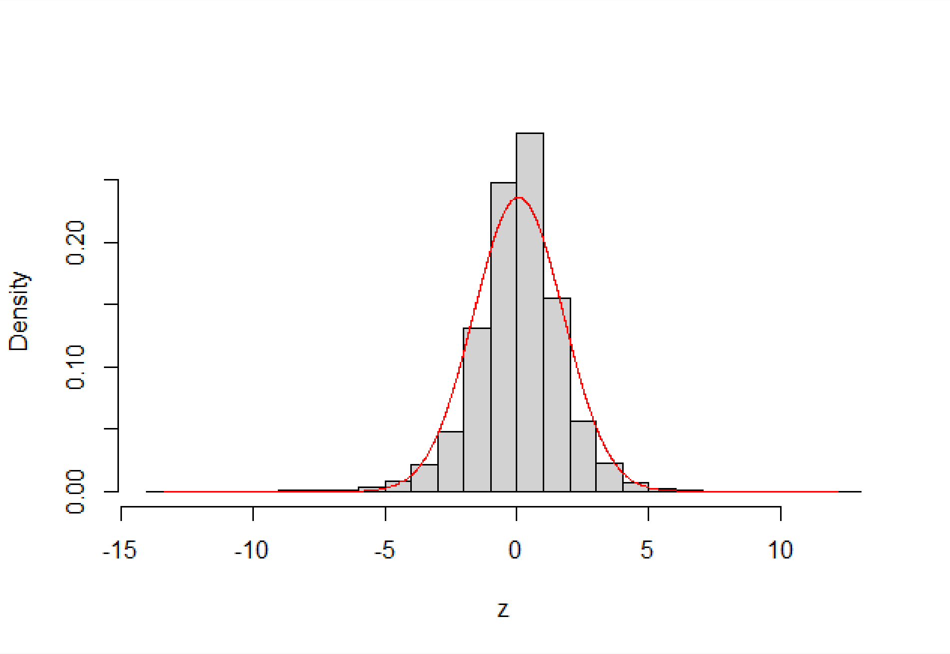


$Z \sim N(0,1)$: ortalaması 0 ve varyansı 1 olan normal dağılımın histogramı ve yoğunluk fonksiyonu tahmini (kırmızı çizgi)

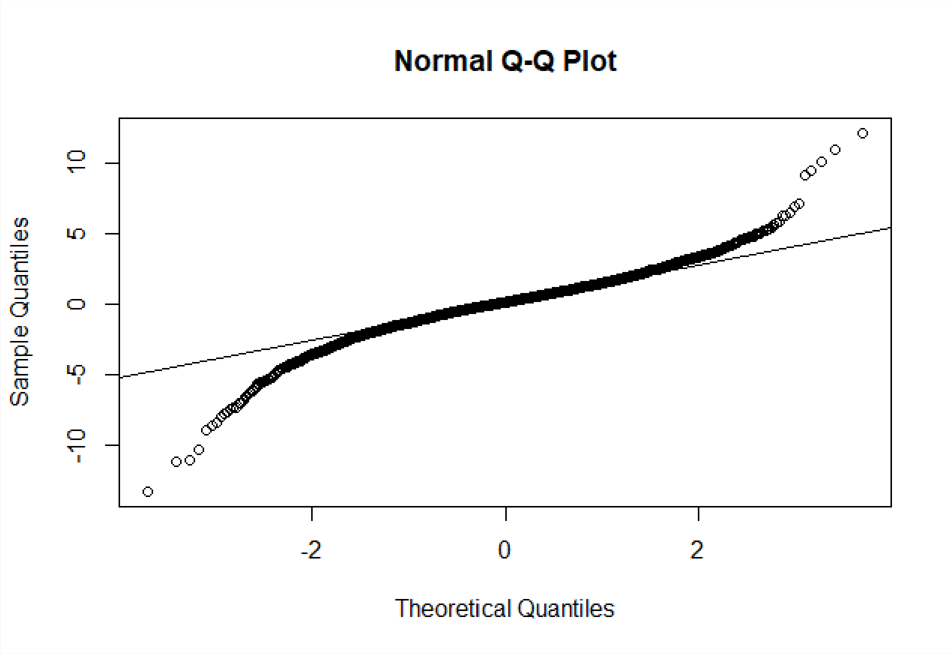
x-ekseninde teorik kantiller y-ekseninde z değişkeninin kantilleri gösterilmiştir. Noktaların çizgi üzerinde hizalanması verilerin dağılımının normal dağılıma uyduğunu gösterir.

2003 sonrası BIST100 getirileri

02/01/2003 - 29/09/2021 arası günlük getirilerin histogramı ve QQ grafiği. Bu dönemde ortalama günlük getiri %0.0553 standart sapma ise 1.6876 olarak gerçekleşti.



Günlük getiriler normal dağılıma göre daha sivri bir dağılıma sahip. Ekstrem değerlerin gerçekleşme olasılığı daha yüksek



Getiri dağılımı normal dağılım ile örtüşmüyor. Özellikle kuyruklarda farklılıklar var. Getiri dağılımı daha kalın kuyruklu.

Getirilerin dağılımı

- Varlık getirileri normal dağılıma uymayabilir. Getirilerin dağılımı genellikle normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu (leptokurtic) olur.
- Dağılımın simetrisini **skewness** katsayısı ile basıklığını ise **kurtosis** katsayısı ile ölçebiliriz. Normal dağılım için skewness=0, kurtosis=3 değerini alır.
- Getiri dağılımında kurtosis>3 ise kuyruklar normale göre daha kalındır (leptokurtosis).
- Bu nedenle getirilerin modellenmesinde, normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu dağılımların kullanılması önerilmiştir (örneğin t dağılımı)
- Normallik sınamaları için çok sayıda test geliştirilmiştir. Bunları daha sonra göreceğiz.
- Ayrıca getiri serilerinin özelliklerini daha detaylı olarak inceleyeceğiz. Getirilerin geçmiş değerlerden hareketle öngörülebilir olup olmadığını izleyen derslerde ele alacağız.