

Problemler-03

Konular: Kesikli Rassal değişkenler

Kısım 1: Gözden geçirme soruları (cevaplar için ders notlarını ve kitabı okuyunuz)

- 1) Şu kavramları kısaca açıklayınız: Rassal değişken, Kesikli Rassal değişken, Sürekli Rassal değişken.
- 2) Aşağıdaki rassal değişkenlerin kesikli ya da sürekli olup olmadıklarını yanlarına yazınız.
A) Bir park yerindeki araba sayısı.
B) Bir patates cipsi paketinin ağırlığı.
C) Bir tamirhanede bir ay içinde tamir edilen araba sayısı.
D) Bir ülkenin bir ay içinde yaptığı toplam ihracat değeri.
E) Bir voleybol karşılaşmasının sonucu.
- 3) Kesikli rassal değişkenlerin bağımsızlığı ne demektir? Kısaca açıklayınız.
- 4) X ve Y iki kesikli rassal değişken olsun. “Bu değişkenler birbirinden bağımsızsa $Cov(X, Y)=0$ olur. Ancak kovaryansın 0 olması bağımsız oldukları anlamına gelmez.” Bu ifadeye katılıyor musunuz? Kısaca açıklayın.
- 5) Koşullu beklenen değer kavramını kısaca açıklayın.

Kısım 2: Çoktan seçmeli

- 1) Olasılık dağılımına ilişkin aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
A) Olanaklı tüm temel sonuçların toplamı 1 olmamalıdır.
B) Sadece grafik ile temsil edilebilir, tablo ya da fonksiyon olarak yazılamaz.
C) Sonuçlar karşılıklı bağdaşmaz olmak zorunda değildir.
D) Negatif değerler alabilir.
E) Sonuçların olasılıkları 0 ile 1 arasında olmalıdır (sınırlar dahil).
- 2) Kesikli rassal değişken X sadece 0, 1, 2 değerlerini almaktadır. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0$
B) $P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 1$
C) $P(X=0) \cdot P(X=1) \cdot P(X=2) = 0$
D) $P(X=0) \cdot P(X=1) \cdot P(X=2) = 1$
E) Hepsi

3) Aşağıda verilen olasılık dağılımını düşünelim:

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	0.07	0.19	0.23	0.17	0.16	0.14	0.04

Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $P(X > 3) = 0.51$
 - B) $P(2 \leq X \leq 5) = 0.33$
 - C) $P(X \geq 3) = 0.51$
 - D) $P(X < 6) = 1$
 - E) $P(X = 0) = 0$
- 4) X kesikli Rassal değişkeni, $n=5$ ve $p=0.8$ ile Binom dağılımına uyduğuna göre $P(X=2)$ olasılığı kaçtır?
- A) $P(X=2) = 1$
 - B) $P(X=2) = 0.2048$
 - C) $P(X=2) = 0.1024$
 - D) $P(X=2) = 0.0256$
 - E) $P(X=2) = 0.0512$
- 5) X ve Y kesikli rassal değişkenlerinin standart sapmaları, sırasıyla, $\sigma_X = 3.8$, $\sigma_Y = 4.2$, ve kovaryansları $\text{Cov}(X, Y) = -0.25$ olduğuna göre $\text{Var}(X + Y)$ kaçtır?
- A) 7.5
 - B) 8
 - C) 32.08
 - D) 31.58
 - E) -7.5
- 6) $E(XY) = 10$, $E(X) = 4$, ve $E(Y) = 5$ olduğuna göre $\text{Cov}(X, Y) = ?$
- A) -10
 - B) -20
 - C) 10
 - D) 20
 - E) 0
- 7) X'in varyansı 9, Y'nin varyansı 16, aralarındaki kovaryans $\text{Cov}(X, Y) = 9$ olduğuna göre korelasyon katsayısı kaçtır?
- A) 0.80 B) 1 C) 0.75 D) 0.90 E) -0.75
- 8) X kesikli rassal değişkeni Poisson dağılımına uymaktadır. Öyleyse bu rassal değişkenin
- A) Ortalaması standart sapmaya eşittir.
 - B) Ortalaması medyana eşittir.
 - C) Ortalaması varyansa eşittir.
 - D) Medyanı standart sapmaya eşittir.
 - E) Medyanı varyansa eşittir.

- 9) Kış mevsiminde bir kişini grip olma olasılığı 0.4 olarak tahmin edilmektedir. 100 kişilik bir toplulukta gribe yakalanan kişi sayısının beklenen değeri kaçtır?
A) 100 B) 50 C) 400 D) 40 E) Hiçbiri
- 10) Eğer sonlu bir anakütleden yerine koymadan örnekleme yapılırsa ve başarı olasılığı denemeden denemeye sabit kalmazsa, veriler aşağıdaki dağılımlardan hangisine uyar?
A) Bernoulli B) Binom C) Hipergeometrik D) Poisson E) Hiçbiri

Kısım 3: Çözümlü sorular

- 1) Aşağıdaki rassal değişkenler kesikli midir yoksa sürekli mi?
a) E-5 karayolunun belirli bir bölgesinde bir hafta içinde meydana gelen kaza sayısı
b) Eposta adresine bir günde gelen spam sayısı
c) Bir depo yakıtla gidebileceğiniz mesafe (km)
d) Göndereceğiniz kargonun ağırlığı (kg)
e) Bir sınıfta tam ya da yarı-zamanlı çalışan üniversite öğrencilerinin sayısı
- 2) Aşağıdaki fonksiyonların tanımlı değerler için bir olasılık kütle fonksiyonu olup olmadıklarını belirleyiniz:

a)

$$f(x) = \frac{x-2}{5}, \quad x = 1, 2, 3, 4, 5$$

b)

$$f(x) = \frac{x^2}{30}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

c)

$$f(x) = \frac{1}{5}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

- 3) Bir bisküvi üreticisi 50 gramlık paketlerin üretildiği bir üretim bandından bir örneklem çekmiş ve aşağıdaki dağılımı oluşturmuştur:

x	48	49	50	51
f(x)	0.10	0.30	0.40	0.20

- a) Ortalama paket ağırlığı kaçtır?
b) Standart sapma nedir?

4) Aşağıda verilen olasılık dağılımını düşünelim:

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	0.07	0.19	0.23	0.17	0.16	0.14	0.04

- a) Beklenen değer nedir?
- b) Standart sapma nedir?
- c) Üçüncü momenti bulun.

5) Aşağıda verilen fonksiyonu düşünelim:

$$f(x) = c(x^2 + 6), \quad x = -1, 0, 1$$

- a) $f(x)$ 'in bir olasılık kütle fonksiyonu olabilmesi için c kaç olmalıdır?
- b) Olasılık kütle fonksiyonunun grafiğini çizin.
- c) Birikimli olasılık fonksiyonunu bulun ve grafiğini çizin.

6) Hilesiz bir madeni para 3 kez atılıyor. X rassal değişkeni Yazı sayısı ile Tura sayısı arasındaki fark olarak tanımlanıyor.

- a) Örneklem uzayını oluşturun.
- b) X 'in olasılık kütle fonksiyonunu bulun.

7) Bir fabrika, ürettiği her bir üründe sabit 500 TL maliyete sahiptir. Her bir gün için 200 TL ek maliyet tahmin edilmektedir. Toplam üretim maliyeti şu şekilde ifade edilmektedir:

$$Y = 500 + 200X$$

Ürün başına üretim süresi X 'in (gün cinsinden) dağılımı şu şekildedir:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.20	0.30	0.25	0.15	0.10

Üretim maliyetinin ortalamasını, varyansını ve standart sapmasını bulun.

8) Bir fabrikadan bir ayda meydana gelen kaza sayısı ortalaması 3 olan bir Poisson dağılımına uymaktadır. Buna göre

- a) Hiç kaza olmama olasılığı kaçtır?
- b) Bir kaza olma olasılığı kaçtır?
- c) 2'den fazla kaza olma olasılığı kaçtır?

9) Bir firmaya 20 üründen oluşan bir parti mal gelmiştir. Satınalma sorumlusu bu ürünlerden 5'ini rassal olarak seçerek kontrol ediyor. Eğer hatalı ürün sayısı 1 veya daha fazla olursa ürünler reddediliyor.

- a) Bu 20 ürün içinde hatalı sayısı 4 ise, malların kabul edilme olasılığı kaçtır?
- b) Bu 20 ürün içinde hatalı sayısı 2 ise, malların red olasılığı kaçtır?

10) Bir emlakçının bir görüşmede satış yapma olasılığı 0.20'dir. Emlakçı 8 görüşme yaptığında

- a) Hiç satış yapmama olasılığı kaçtır?
- b) 1 satış yapma olasılığı kaçtır?
- c) Satış sayısının 2 ile 4 arasında olma olasılığı kaçtır? (2 ve 4 dahil)

11) Aşağıdaki tablo, iki rassal değişken olan X ve Y için birleşik olasılık dağılımını göstermektedir.

		X	
		1	2
Y	0	0.40	0.20
	1	0.15	0.25

- a) X ve Y için marjinal olasılık dağılımlarını hesaplayınız.
- b) X ve Y için kovaryans ve korelasyon değerlerini hesaplayınız.
- c) " $W = 10X - 8Y$ " doğrusal fonksiyonunun ortalamasını ve varyansını hesaplayınız.