

## Problemler-02

Konular: Olasılık

### Kısım 1: Gözden geçirme soruları (cevaplar için ders notlarını ve kitabı okuyunuz)

- 1) Şu kavramları kısaca açıklayınız: Örneklem uzayı, Olay, Karşılıklı bağdaşmaz ( ya da birbirini dışlayan) olay, Bütünü kapsayıcı olay, Bağımsız olay.
- 2) Kaç farklı olasılık tanımı yapılabilir? Aralarındaki farklar ve benzerlikler nelerdir?
- 3) Olasılık önermelerini sıralayınız ve kısaca açıklayınız.
- 4) Bağımsız ve bağımlı olaylar arasındaki farkı açıklayınız. Hangi durumlarda olaylar bağımsız olarak kabul edilir? Örnek vererek açıklayınız.
- 5) Koşullu olasılık nedir ve hangi durumlarda kullanılır? Koşullu olasılık kavramını bir örnekle açıklayınız.
- 6) Bayes Teoremi nedir ve hangi durumlarda özellikle kullanışlıdır? Gerçek hayattan bir örnekle bu teoremin nasıl uygulandığını açıklayınız.
- 7)  $\bar{A}$ , A olayının tümleyeni olsun. Aşağıdaki ifadeler De Morgan kuralları olarak bilinir:
  1. A ve B'nin kesişiminin tümleyeni, bu olayların tümleyenlerinin birleşimidir:

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

Bu ifade, "A ve B olaylarının aynı anda gerçekleşmemesi" durumunun "A veya B olaylarından en az birinin gerçekleşmemesi" durumuna eşdeğer olduğunu belirtir.

2. A ve B'nin birleşiminin tümleyeni, bu olayların tümleyenlerinin kesişimidir:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

Bu ifade, "A veya B olaylarından en az birinin gerçekleşmemesi" durumunun "A ve B olaylarının ikisinin de gerçekleşmemesi" durumuna eşdeğer olduğunu belirtir.

### Alternatif notasyon:

$$(A \cap B)' = A' \cup B' \leftrightarrow \text{not}(A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \leftrightarrow \text{not}(A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$$

Bu kuralları Venn diyagramını kullanarak gösteriniz.

## Kısım 2: Çoktan seçmeli

- 1) Ortak temel sonuçları olmayan olaylar ..... olarak adlandırılır.
- A) Karşılıklı bağdaşmaz (birbirini dışlayan)
  - B) Karşılıklı ilişkili
  - C) Birbirinden ayrı.
  - D) Bütünü kapsayıcı.
  - E) Bağımlı
- 2) Birleşimi tüm örneklem uzayını kapsayan olaylara ..... denir.
- A) Karşılıklı bağdaşmaz (birbirini dışlayan)
  - B) Karşılıklı ilişkili
  - C) Birbirinden ayrı.
  - D) Bütünü kapsayıcı.
  - E) Bağımsız
- 3) Örneklem uzayındaki tüm sonuçların eşit olasılıkla gerçekleşeceği varsayıldığında bir olayın gerçekleşme oranına ..... denir.
- A) Nesnel olasılık
  - B) Klasik olasılık
  - C) Göreli sıklık olasılığı
  - D) Öznel olasılık
  - E) Bayesçi olasılık

**4-8 arasındaki sorular aşağıdaki bilgilere dayanmaktadır:** Bir çift zar attığınızı varsayın. A, zarların toplamının çift sayı olduğu olayı temsil etsin. B ise, zarlarının toplamının yediden büyük bir sayı olması olsun.

- 4)  $A$  ve  $B$ 'nin kesişimi nedir?
- A)  $\{8, 10, 12\}$
  - B)  $\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
  - C)  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
  - D)  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
  - E) Hiçbiri
- 5)  $A$  ve  $B$ 'nin birleşimi nedir?
- A)  $\{8, 9, 10, 11, 12\}$
  - B)  $\{8, 10, 12\}$
  - C)  $\{2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$
  - D)  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
  - E) Hiçbiri

6) A olayının tümleyeni nedir,  $\bar{A}$  ?

- A) {8, 9, 10, 11, 12}
- B) {3, 5, 7, 9, 11}
- C) {1, 5, 10, 11, 12}
- D) {8, 10, 12}
- E) Hiçbiri

7)  $\bar{A} \cap B = ?$

- A) {9, 11}
- B) {2, 3, 4, 6}
- C) {5, 7, 8, 10, 12}
- D) {3, 5}
- E) Hiçbiri

8)  $\bar{A} \cup B = ?$

- A) {4, 5, 7, 8, 11, 12}
- B) {8, 9, 10, 11, 12}
- C) {2, 3, 4, 5, 6, 7}
- D) {3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12}
- E) Hiçbiri

**9-12 soruları aşağıdaki bilgiye dayanmaktadır:** Bir mobilya üretim tesisinde, bir müşteri anketi, yüzeydeki kusurların önemli bir endişe kaynağı olduğunu göstermektedir. Aşağıdaki tablo, yeni mobilyaların yüzeyinde bulunan kusur sayısı için bir kalite yöneticisinin olasılık değerlendirmesini göstermektedir.

Kusur sayısı	0	1	2	3	4	5
Olasılık	0.34	0.25	0.19	0.11	0.07	0.04

9) A olayı üçten fazla kusur olması, B olayı ise dört veya daha az kusur olmasıdır. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A)  $P(A \cap B) = 0.18$
- B)  $P(A \cup B) = 0.07$
- C) A ve B olayları bütünü kapsayıcıdır.
- D) A ve B olayları karşılıklı bağdaşmazdır.
- E) Kusurlar bağımsız olarak ortaya çıkar.

10) A olayı ikiden fazla kusur olması, B olayı ise dört veya daha az kusur olmasıdır. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A)  $P(A \cap B) = 0.18$
- B)  $P(A \cup B) = 0.07$
- C)  $P(A) = 0.58$
- D)  $P(B) = 0.89$
- E)  $P(A \cap B) = 0.29$

- 11) A olayı en az bir kusur olması, B olayı ise en fazla üç kusur olmasıdır. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
- A)  $P(A \cup B) = 0.96$   
B)  $P(A \cap B) = 0.55$   
C)  $P(A) = 0.34$   
D)  $P(B) = 0.22$   
E)  $P(A \cup B) = 0.93$
- 12) A olayı kusur sayısının en fazla 2 olması, B olayı ise kusur sayısının tek sayı olmasıdır. Buna göre  $P(A \cup B)$  nedir?
- A) 0.81      B) 0.59      C) 0.66      D) 0.93      E) 0.78

### Kısım 3: Çözümlü sorular

- 1) Bir şirket, çalışanlarının temel eğitim becerilerini geliştirmek amacıyla belli bir grup çalışanına okuma ve uygulamalı matematik dersleri vermeye karar vermiştir. Bu çalışanların %40'ı okuma derslerine, %50'si uygulamalı matematik derslerine kayıt yaptırmıştır. Okuma derslerine kayıt yaptıranların %30'u aynı zamanda matematik derslerine de kaydolmuştur.
- a) Rastgele seçilen bir çalışanın her iki derse de kayıt yaptırmış olma olasılığı nedir?  
b) Rastgele seçilen ve matematik derslerine kayıt yaptırmış bir çalışanın okuma derslerine de kayıt yaptırmış olma olasılığı nedir?  
c) Rastgele seçilen bir çalışanın bu iki dersten en az birine kayıt yaptırmış olma olasılığı nedir?  
d) "Okuma derslerine kayıt yaptıрма" ve "matematik derslerine kayıt yaptıрма" olayları istatistiksel olarak bağımsız mıdır?
- 2) Bir toplumda nüfusun %1'i X hastalığına sahiptir. Bu hastalığın tespit edilmesi için kullanılan bir tarama testinin hastalığı olan kişiyi doğru tespit etme olasılığı %90'dır. Hastalığı olmayan kişiye yanlışlıkla pozitif vermesi olasılığı ise %15'tir (yanlış pozitif oranı).
- a) Tarama testi pozitif çıkan bir kişinin hastalığa sahip olma olasılığı nedir?  
b) Testin yanlış negatif elde etme olasılığı (yani testin negatif çıkması, ancak test edilen kişinin X hastalığına sahip olma olasılığı) nedir?  
c) Testin doğru negatif elde etme olasılığı (yani test edilen kişinin X hastalığına sahip olmaması koşuluyla testin negatif çıkması olasılığı) nedir?
- 3) Hilesiz bir madeni para 3 kez atılıyor.  
A olayı: İlk 2 atışta yazı gelmesi  
B olayı: 3. atışta tura gelmesi  
C olayı: 3 atışta 2 kez tura gelmesi
- a) A ve B olaylarının bağımsız olduğunu gösteriniz.  
b) B ve C olaylarının bağımlı olduğunu gösteriniz.

- 4) Konut kredilerinde faiz oranlarının önümüzdeki 6 ay içinde artma olasılığı 0.20 olarak tahmin edilmektedir. Konut satışlarının azalması olasılığı 0.6 olarak tahmin edilmektedir. Faiz oranlarının artması ve konut satışlarının azalması olasılığı 0.15 olarak tahmin edilmektedir.
- a) Faiz oranlarının artması ve konut satışlarının azalmaması olasılığı nedir?  
b) Konut satışlarının azalması ve faiz oranlarının artmaması olasılığı nedir?  
c) Faiz oranlarının artmaması ve konut satışlarının azalmaması olasılığı nedir?  
d) Faiz oranlarının artacağı bilindiğinde konut satışlarının azalması olasılığı nedir?
- 5) Bir çoktan seçmeli sınav beş sorudan oluşmaktadır ve her sorunun A'dan E'ye kadar beş seçeneği vardır. Soruların tümüne yalnızca tahmin yaparak (rassal) cevap verdiğiniz varsayın.
- a) Beş sorunun hepsini doğru tahmin etme olasılığınız nedir?  
b) Tam olarak üç soruyu doğru bilme olasılığınız nedir?
- 6) Yeni yayımlanan bir makalede, lise öğrencilerinin %35.4'ünün sigara içtiği bildirilmiştir. Bu öğrencilerin %65'i üniversiteye gitmeyi planlamaktadır. Rastgele seçilen bir öğrencinin sigara içmesi ve üniversiteye gitmeyi planlaması olasılığı nedir?
- 7) Bir zar, çift sayıların gelme olasılığı tek sayıların gelme olasılığının 2 katı olacak şekilde hileli hale getiriliyor. Bu durumda zarın
- a) 5 veya 6 gelme olasılığı kaçtır?  
b) 4'ten küçük olma olasılığı kaçtır?  
c) Zarın çift geldiği biliniyorsa 6 olma olasılığı kaçtır?
- 8) 8 üründen oluşan bir parti yedek parça içinde 2'si hatalıdır. Bir fabrika bu yedek parçalardan 3'ünü rassal biçimde satın alıyor.
- a) Seçilen ürünlerin üçünün de hatasız olma olasılığı kaçtır?  
b) Birinin hatalı olma olasılığı kaçtır?  
c) Üçünün de hatalı olma olasılığı kaçtır?
- 9) Bir fabrikada kullanılan makinelerin %5'inde belirli bir arıza meydana gelmektedir. Bu arızayı tespit etmek için kullanılan bir sensörün
- Arızalı makinelerde arızayı doğru tespit etme olasılığı %90'dır.
  - Arızası olmayan makinelerde yanlış alarm verme olasılığı %8'dir.
- Bir makinede sensör arıza tespit ettiğinde, bu makinenin gerçekten arızalı olma olasılığı nedir?

10) Aşağıdaki tablo, hanehalklarının gelir düzeyi ve internet aboneliklerinin hızına ilişkin dağılımını göstermektedir.

<i>Internet</i>	<i>Gelir düzeyi</i>			
	<i>Düşük</i>	<i>Orta</i>	<i>Yüksek</i>	<b>Toplam</b>
Hızlı	180	360	240	780
Yavaş	300	200	100	600
<b>Toplam</b>	480	560	340	1380

- a) Rassal seçilen bir hanenin yüksek gelirli olma olasılığı kaçtır?
- b) Rassal seçilen bir hanenin yavaş internete sahip olma olasılığı kaçtır?
- c) Bir hanenin orta gelir düzeyinde ve hızlı internet abonesi olma olasılığı kaçtır?
- d) Yüksek gelir düzeyine sahip olduğu bilinen bir hanenin yavaş internetinin olma olasılığı kaçtır?