

Problemler-04

Konular: Sürekli rassal değişkenler ve Normal dağılım

Çözümlü sorular

Problem 1

X sürekli rassal değişkeni, 8 ile 21 aralığında tekdüze (uniform) dağılım göstermektedir.

- a) Olasılık yoğunluk fonksiyonunu, $f(x)$, bulunuz.
- b) Ortalamasını ve standart sapmasını hesaplayınız.
- c) $P(10 \leq X < 17)$ olasılığını hesaplayınız.
- d) $P(X < 22)$ olasılığını hesaplayınız.
- e) $P(X \geq 7)$ olasılığını hesaplayınız.

Problem 2

Y rassal değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$F(y) = \begin{cases} 1 - \frac{9}{y^2}, & y > 3 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

- a) $P(Y \leq 5) = ?$
- b) $P(Y > 8) = ?$
- c) Y 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

Problem 3

Y için aşağıdaki fonksiyon tanımlanıyor:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(y + 1), & 2 < y < 4 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

- a) Bunun bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olup olmadığını belirleyiniz.
- b) Beklenen değerini bulunuz.
- c) Varyansını bulunuz.
- d) Birikimli dağılım fonksiyonunu bulun.

Problem 4

X ve Y rassal değişkenleri için aşığıdaki fonksiyon tanımlanıyor:

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 < x < 2, \ 0 < y < 2, \\ 0, & \text{diğer durumlarda.} \end{cases}$$

- Bunun bir birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu olabilmesi için c kaç olmalıdır?
- Marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonlarını bulun.
- X ve Y birbirinden bağımsız mıdır?

Problem 5

Standart normal dağılım tablosunu (z tablosu) kullanarak aşığıdaki olasılıkları hesaplayınız ve yoğunluk fonksiyonu üzerinde gösteriniz:

- $P(Z < -0.86)$
- $P(Z > 1.24)$
- $P(-0.86 < Z < 1.24)$
- $P(|Z| > 1)$

Çözüm için bkz: Çözümlü Alıştırmalar 1.1,

<https://htastan.github.io/istatistik/docs/normal/Normal.html#%C3%A7%C3%B6z%C3%BCml%C3%BCal%C4%B1%C5%9F%C4%B1rmalar>

Problem 6

Z standart normal dağılıma uyan bir rassal değişkendir. Z tablosunu kullanarak aşığıda verilen eşitlikleri sağlayan k değerlerini (yaklaşık olarak) bulunuz.

- $P(Z \leq k) = 0.85$
- $P(Z > k) = 0.25$
- $P(|Z| < k) = 0.90$
- $P(-1 < Z < k) = 0.60$

Çözüm için bkz: Çözümlü Alıştırmalar 1.2,

<https://htastan.github.io/istatistik/docs/normal/Normal.html#%C3%A7%C3%B6z%C3%BCml%C3%BCal%C4%B1%C5%9F%C4%B1rmalar>

Problem 7

Bir üniversitedeki öğrencilerin 1 yıl boyunca yaptığı giyim harcamalarının normal dağılıma sahip olduğu, ortalamasının 380\$ ve standart sapmanın 50\$ olduğu bilinmektedir.

- a) Rastgele seçilen bir öğrencinin yıllık kıyafet harcamasının 400\$'dan az olma olasılığı nedir?
- b) Rastgele seçilen bir öğrencinin yıllık kıyafet harcamasının 360\$'dan fazla olma olasılığı nedir?
- c) (a) ve (b) şıklarının cevaplarının aynı olmasının nedenini açıklamak için bir grafik çiziniz.
- d) Rastgele seçilen bir öğrencinin yıllık kıyafet harcamasının 300\$ ile 400\$ arasında olma olasılığı nedir?

Problem 8

Bir yatırım portföyü, çok sayıda şirketin hisse senetlerini içermektedir. Geçtiğimiz yıl boyunca, bu şirket hisselerinin getiri oranlarının ortalaması %12.2 ve standart sapması %7.2 olan bir normal dağılım izlediği gözlemlenmiştir.

- a) Bu şirketlerin ne kadarı için getiri oranı %20'den yüksektir?
- b) Bu şirketlerin ne kadarı için getiri oranı negatiftir?
- c) Bu şirketlerin ne kadarının getiri oranı %5 ile %15 arasındadır?

Problem 9

A Yatırımının ortalama getirisi %8, standart sapması %2.5'tir. B yatırımının ortalama getirisi %6 standart sapması ise %1.2'dir. Bu iki varlığa eşit olarak yatırım yaptığınızı ve getirilerin birbirinden bağımsız olduğunu düşünelim.

- a) Oluşturduğunuz portföyün beklenen getirisi kaçtır? (Cevap=%7)
- b) Bu portföyün standart sapması kaçtır? (Cevap=%1.38)
- c) Bu iki varlık getirisi arasındaki kovaryans 0 değilse cevabınız nasıl değişir?

Problem 10

Bir e-ticaret işletmecisi websitesini ziyaret edenlerin alışveriş yapma olasılığını 0.23 olarak tahmin etmiştir. Bir günde toplam ziyaretçi sayısının 952 olduğu görülmüştür. (ipucu: Binom dağılımının Normal yaklaşımını kullanın).

- a) Ürün alan ziyaretçi sayısının 200'den az olma olasılığı kaçtır? (cevap=0.0721)
- b) En az 210 ziyaretçinin ürün satın alma olasılığı kaçtır? (cevap=0.7549)

Problem 11

X sürekli rassal değişkeni ortalaması 1200 standart sapması 250 olan bir dağılıma uymaktadır. Aşağıdaki gibi bir rassal değişken tanımlanıyor:

$$Y = 80 + 0.05X$$

- a) Y'nin beklenen değerini bulun. (cevap=140)
- b) Y'nin standart sapmasını bulun. (cevap=12.5)

Problem 12

Bir sınavda medyan 85 olarak bulunmuştur. Öğrencilerin %20'si 90'dan büyük not almıştır. 85 ile 90 arasında not alanların oranı kaçtır?

Problem 13

X ortalaması 50 ve varyansı 50 olan bir normal dağılıma uymaktadır. Y ortalaması 100 ve varyansı 200 olan bir normal dağılıma uymaktadır. X ile Y arasındaki korelasyon katsayısı 0.5'dir. W aşağıdaki gibi tanımlanıyor:

$$W = 4X - 3Y$$

- a) W rassal değişkeninin beklenen değerini bulun.
- b) W rassal değişkeninin varyansını bulun.