

Lojik TasarımSayı SistemleriOnlu (Decimal) Sayı Sistemi

Günlük hayatta kullanılan sayı sistemidir.

$r = 10$ ($0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ olmak üzere on farklı rakam kullanılır)

$$(725.68)_{10} = 7 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

$$= 700 + 20 + 5 + 0.6 + 0.08$$

İkili (Binary) Sayı Sistemi

Bilgisayarlarda kullanılan sayı sistemidir.

$r = 2$ (0 ve 1 olmak üzere iki farklı rakam kullanılır)

$$(10100.101)_2 = 2^4 + 2^2 + 2^{-1} + 2^{-3} = 16 + 4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = (20.625)_{10}$$

Her rakam bir biti temsil eder. (Binary Digit \rightarrow Bit)

MSB (Most Significant Bit) En soldaki bit en yüksek değerli bittir.

LSB (Least Significant Bit) En sağdaki bit en düşük değerli bittir.

Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

İkili sistemindeki sayılar über bitlik grubalaraya ayrılmışa elde edilir.

$$(357.42)_8 = (\underline{\underline{011}} \underline{\underline{101}} \underline{\underline{111}} \cdot \underline{\underline{100}} \underline{\underline{010}})_2$$

$$= (\overset{3}{7} \overset{5}{6} \overset{4}{5} \overset{3}{4} \overset{2}{3} \overset{1}{2} \cdot \overset{-1}{1} \overset{-2}{0} \overset{-3}{1} \overset{-4}{0} \overset{-5}{1})_2$$

Onaltılık (Hexadecimal) Sayı Sistemi

Sayısal devrelerin yapıları ikili sayı sisteminin kullanılması zorunlu hale getirilmiştir. Ancak ikili sayıları yazmak ve okumak bizim için zordur. İkili sayılar dörder bitlik gruplara ayrılarsa gösterim daha kolay olur.

$r = 16$ ($0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$)

Onaltı farklı rakam kullanılır. $A = 10, B = 11, C = 12, D = 13$
 $E = 14, F = 15$

$$(5A \cdot C)_{16} = (\underline{\underline{0101}} \underline{\underline{1010}} \cdot \underline{\underline{1100}})_2$$

$$= (\overset{6}{1} \overset{5}{0} \overset{4}{1} \overset{3}{0} \overset{2}{1} \overset{1}{0} \cdot \overset{-1}{1} \overset{-2}{1})_2$$

(25.375)₁₀ sayısını ikili, sekizli ve onaltılık sisteme dönüştür. (2)

25		0.375	(11001.011) ₂ ikili sistem
12	1	.75	
6	0	.5	011001.011 → (31.3) ₈ sekizli sistem
3	0	.0	
1	1		00011001.0110 → (19.6) ₁₆ onaltılık sistem
0	1		

Tümleyen Aritmetiği

$$N \text{ sayısının } r^{\text{l}} \text{ li tümleyeni} = \begin{cases} 0, & N=0 \\ r^n - N, & N \neq 0 \end{cases}$$

(r^{l} 's complement of N)

$$N \text{ sayısının } (r-1)^{\text{l}} \text{ li tümleyeni} = r^n - r^{-m} - N \quad \begin{array}{l} m=0 \text{ ise yani} \\ N \text{ tam sayı ise} \\ r^n - N - 1 \text{ olur.} \end{array}$$

(($r-1$)'s complement of N)

$$(36)_{10} \xrightarrow[n=2]{10^{\text{l}} \text{ lu tümleyen}} (64)_{10} \quad \begin{array}{l} n=2 \text{ olduğu için} \\ \text{toplamı } 10^2 = 100 \end{array}$$

$$(43.75)_{10} \xrightarrow[n=2]{10^{\text{l}} \text{ lu tümleyen}} (56.25)_{10} \quad \begin{array}{l} n=2, m=0 \text{ olduğuunda} \\ \text{toplamı } 100.00 \end{array}$$

$$(36)_{10} \xrightarrow[n=2, m=0]{9^{\text{l}} \text{ lu tümleyen}} (63)_{10} \quad \begin{array}{l} n=2, m=0 \text{ olduğuunda} \\ \text{toplamı } 99 \text{ olmalı.} \end{array}$$

$$(43.75)_{10} \xrightarrow[n=2, m=2]{9^{\text{l}} \text{ lu tümleyen}} (56.24)_{10} \quad \begin{array}{l} n=2, m=2 \text{ olduğuunda} \\ \text{toplamı } 99.99 \text{ olacak.} \end{array}$$

$$(25.637)_{10} \xrightarrow[n=2]{\text{Onlu Tümleyen}} 10^2 - 25.637 = (74.363)_{10}$$

$$(25.637)_{10} \xrightarrow[n=2, m=3]{\text{Dokuzlu Tümleyen}} 10^2 - 10^{-3} - 25.637 = (74.362)_{10}$$

$$(10010.0110) \xrightarrow[n=5]{\text{ikili tümleyen}} (01101.1010)_2$$

$$(10010.0110) \xrightarrow[n=5, m=4]{\text{Birli tümleyen}} (01101.1001)_2 \quad \begin{array}{l} 0'ları 1, \\ 1'leri 0 yap \end{array}$$

Tümleyen aritmetiğiyle toplama ve çıkarma

(3)

Toplama

Toplama işin elde olusmadıysa sorun yok.

Elde olustuysa basamak sayısı yetersiz.

Yani, iki sayının toplamı maksimum değerden büyükler.

Cıkarma

Cıkarma işin durum biraz daha karışiktır.
 r^1 'li tümleyen ve $(r-1)^1$ 'li tümleyen aritmetiği
olmak üzere iki farklı mantık kullanılır.

r^1 'li tümleyen aritmetigine göre çıkarma

$M-N$ değerini bulmak işin (M ve N pozitif iki sayı)

1) M sayısı N sayısının r^1 'li tümleyeni ile toplanır.

2) Elde olusup olusmadığını bakiyor.

a) Elde olusmuş ise elde artılır.

Sonuç pozitiftir.

b) Elde olusmamış ise r^1 'li tümleyeni alınır
önüne eksi işaret konur. Sonuç negatiftir

$(r-1)^1$ 'li tümleyen aritmetigine göre çıkarma

$M-N$ değerini bulmak işin (M ve N pozitif iki sayı)

1) M sayısı N sayısının $(r-1)^1$ 'li tümleyeni ile toplanır.

2) Elde olusup olusmadığını bakiyor.

a) Elde olusmuş ise elde artılır. En az anlamlı
haneye 1 eklenir. Sonuç pozitiftir.

b) Elde olusmamış ise $(r-1)^1$ 'li tümleyeni alınır
önüne eksi işaret konur.

Sonuç negatiftir.

(4)

$$\text{Dr } M=7435, N=587 \text{ ise } S=M-N \text{ degerini'}$$

- a) 10'lu tamleyen aritmetigine gore hesapla.
 b) 9'lu tamleyen aritmetigine gore hesapla.

$$\begin{array}{r} M=7435 \xrightarrow{\text{aynisi}} 7435 \\ N=0587 \xrightarrow{10'lu tamleyen} 9413 \\ + \\ \hline \textcircled{1} 6848 \end{array}$$

elde olustu.
 Sonuc pozitif
 $S=+6848$

$$\begin{array}{r} M=7435 \xrightarrow{\text{aynisi}} 7435 \\ N=0587 \xrightarrow{9'lu tamleyen} 9412 \\ + \\ \hline \textcircled{1} 6847 \end{array}$$

elde olustu.
 toplama 1 ekle.
 Sonuc pozitif
 $S=+6848$

Dr $M=(26.625)_{10}, N=(41.3125)_{10}$ sayiları veriliyor.
 ikili tamleyen aritmetigini kullanarak $S=M-N$ degerini hesapla.

$$\begin{array}{r|l} 26 & 0.625 \\ 13 & 0 \\ 6 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1 & .25 \\ 0 & .5 \\ 1 & .0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 41 & 0.3125 \\ 20 & 0 \\ 10 & 0 \\ 5 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1 & .625 \\ 0 & .25 \\ 1 & .5 \\ 0 & .0 \\ 1 & .0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} M=011010.1010 \xrightarrow{\text{aynisi}} 011010.1010 \\ N=101001.0101 \xrightarrow{2'li tamleyen} 010110.1011 \\ + \\ \hline 110001.0101 \end{array}$$

elde olusmadı
 2'li tamleyeni almadı. Sonuc neptir?

$$110001.0101 \xrightarrow{2'li tamleyen} 001110.1011$$

$$S = -(1110.1011)_2 = -(8+4+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}) = -(14.6875)_{10}$$

A = (10110.111)₂, B = (1101.1001)₂ veriliyor. (5)

a) A ve B değerlerini onluk sisteme çeviriniz.

b) S = A - B değerini ikili türleyen aritmetiğiyle bulup sonucu onluk sisteme çeviriniz.

c) S = A - B değerini birli türleyen aritmetiğiyle bulup sonucu onluk sisteme çeviriniz.

$$a) A = \begin{smallmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \end{smallmatrix} (10110.111)_2 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}$$
$$= 16 + 4 + 2 + 0.5 + 0.25 + 0.125 = (22.875)_{10}$$

$$B = \begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{smallmatrix} (1101.1001)_2 = 2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-4}$$
$$= 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.0625 = (13.5625)_{10}$$

$$b) A = 10110.1110 \xrightarrow{\text{ayni}} 10110.1110$$
$$B = 01101.1001 \xrightarrow{\text{zılitım}} 10010.0111$$
$$\begin{array}{r} & 10110.1110 \\ & 10010.0111 \\ \hline 101001.0101 \end{array}$$

elde olustu
sonuç pozitif

elde

$$S = + (1001.0101)_2 = 2^3 + 2^0 + 2^{-2} + 2^{-4}$$
$$= +(8 + 1 + 0.25 + 0.0625)_{10} = +(9.3125)_{10}$$

$$c) A = 10110.1110 \xrightarrow{\text{ayni}} 10110.1110$$
$$B = 01101.1001 \xrightarrow{\text{zılitım}} 10010.0110$$
$$\begin{array}{r} & 10110.1110 \\ & 10010.0110 \\ \hline 101001.0100 \end{array}$$

elde olustu
0.0001 ekle

elde

$$S = + (1001.0101)_2 = 2^3 + 2^0 + 2^{-2} + 2^{-4}$$
$$= +(8 + 1 + 0.25 + 0.0625)_{10} = +(9.3125)_{10}$$

$$Dr \quad A = (1011.1001)_2, B = (10010.101)_2 \text{ veriliyor.} \quad (6)$$

a) A ve B degerlerini onluk sisteme ceviriniz.

b) $S = A - B$ degerini ikili toplayen aritmetigiyle bulup onluk tabana ceviriniz.

c) $S = A - B$ degerini birli toplayen aritmetigiyle bulup onluk tabana ceviriniz.

$$a) A = (1011.1001)_2 = 2^3 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3}$$

$$= 8 + 2 + 1 + 0.5 + 0.0625 = (11.5625)_{10}$$

$$B = (10010.101)_2 = 2^4 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-3}$$

$$= 16 + 2 + 0.5 + 0.125 = (18.625)_{10}$$

$$b) A = 01011.1001 \xrightarrow{\text{ayn}} 01011.1001$$

$$B = 10010.1010 \xrightarrow{\text{2'lü toplam}} \begin{array}{r} 01101.0110 \\ + 11000.1111 \\ \hline \end{array}$$

\downarrow 2'lü toplayen
elde olusmadı.
ikili toplayenini al.
Sonuç negatif

$$00111.0001$$

$$S = -(111.0001)_2 = -(7.0625)_{10}$$

$$c) A = 01011.1001 \xrightarrow{\text{ayn}} 01011.1001$$

$$B = 10010.1010 \xrightarrow{\text{1'lü toplam}} \begin{array}{r} 01101.0101 \\ + 11000.1110 \\ \hline \end{array}$$

elde olusmadı.
birli toplayenini al.
Sonuç negatif.

$$\downarrow 1'lü toplayen$$

$$00111.0001$$

$$S = -(111.0001)_2 = -(7.0625)_{10}$$

$A = (22.5625)_{10}, N = (49.375)_{10}$ sayıları veriliyor. 7

- A ve B sayılarını ikili sisteme çevriniz.
- $S = A - B$ değerini ikili formleyen aritmetiğiyle bulup sonucu onluk tabana çeviriniz.
- $S = B - A$ değerini birlikte formleyen aritmetiğiyle bulup sonucu onluk tabana çeviriniz.

a)	22	0.5625	49	0.375
	11	1	24	1
	0	$.125$	12	0
	5	$.25$	6	1
	1	$.5$	3	$.5$
	2	0	1	1
	1	$.0$	0	0
	0	1		

$$A = (10110.1001)_2 \quad B = (110001.011)_2$$

$$\begin{array}{r} b) A = 010110.1001 \\ B = 110001.0110 \end{array} \xrightarrow{\text{aynisi}} \begin{array}{r} 010110.1001 \\ + 001110.1010 \\ \hline 100101.0011 \end{array}$$

\downarrow 2'li formleyen

elde olus mudi.
2'li formleyen alınır.
Sonuç negatif

$$\begin{aligned} S &= -(11010.1101)_2 = -(2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4}) \\ &= -(16 + 8 + 2 + 0.5 + 0.25 + 0.0625) = -(26.8125)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} c) B = 110001.0110 \\ A = 010110.1001 \end{array} \xrightarrow{\text{aynisi}} \begin{array}{r} 110001.0110 \\ + 101001.0110 \\ \hline 0011010.1100 \end{array}$$

\Rightarrow elde

elde olustu.
0.0001 ekle
Sonuç pozitif

$$S = +(11010.1101)_2 = +(26.8125)_{10}$$

$A = (26.8125)_{10}$, $B = (43.375)_{10}$ sayıları veriliyor. ⑧

a) A ve B sayılarını ikili sisteme çeviriniz.

b) $S = A - B$ değerini ikili formleyen aritmetikle bulup onluk tabanı çeviriniz.

c) $S = B - A$ değerini birli formleyen aritmetikle bulup onluk tabanı çeviriniz.

$$\begin{array}{r} 26 \\ 13 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.8125 \\ 0.625 \\ 0.25 \\ 0.5 \\ 0 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 43 \\ 21 \\ 10 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.375 \\ 0.75 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array}$$

↓ ↓ ↑ ↑ ↓ ↑

$$A = (11010.1101)_2 \quad B = (101011.011)_2$$

$$\begin{array}{r} A = 011010.1101 \\ B = 101011.0110 \end{array} \quad \begin{array}{r} \xrightarrow{\text{ayn}} 011010.1101 \\ \xrightarrow{\text{2'lü türüm}} + 010100.1010 \\ \hline 101111.0111 \end{array}$$

elde oluşmadı.
ikili formleyeni alınır.
sonuç negatif

↓ 2'lü formleyen
010000.1001

$$\begin{aligned} S &= -(10000.1001)_2 = -(2^4 + 2^{-1} + 2^{-4}) \\ &= -(16 + 0.5 + 0.0625)_{10} = -(16.5625)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} B = 101011.0110 \\ A = 011010.1101 \end{array} \quad \begin{array}{r} \xrightarrow{\text{ayn}} 101011.0110 \\ \xrightarrow{\text{1'lü türüm}} + 100101.0010 \\ \hline 010000.1000 \end{array}$$

elde oluştu
0.0001 ekle
sonuç pozitif

① elde

$$S = +(10000.1001)_2 = +(16.5625)_{10}$$

Kodlama ve Kodlar

(9)

Sonlu elemana sahip bir kümeyi her bir elemanın bir ayrı bir kod verilmesine kodlama denir.

Avantajları

- ① Aritmetik işlemlerde kolaylık sağlar.
- ② Hataların bulunmasını kolaylaştırır.
- ③ Hataların düzeltilmesi işlemini basitleştirir.
- ④ Bellek işlemlerinde verimliliği artırır.
- ⑤ Bilgilerin işlenmesi işleminin insanlarca kolay anlaşılması sağlar.

Sayısal Kodlar

Yanlızca sayısal karakterlerin kodlanmasıyla oluşan kodlardır. Onlu sayıların ikili sayı sisteminde gösterilmesine "Yalın ikili Kodlama" denir. Farklı kodlama sistemleri vardır.

Alfasayısal Kodlar

Bilgisayarda sayılarla birlikte alfabeteki harfler noktalama işaretleri ve diğer özel karakterler kullanılır. TÜM bu bilgileri kodlamak için yaygın kullanılan iki tane alfasayısal kodlama sistemi mevcuttur.

ASCII (American Standard Code for Information Interchange)

EBCDIC (Extended BCD Interchange Code)

① Yalın ikili Kodlama

$$(183)_{10} = (10110111)_2$$

② BCD Kodu

BCD : Binary Coded Decimal
8421 şeklinde kullanılır.
Her rakam için ayrı bir 4 bitlik kullanılır.

$$(259)_{10} = (\underbrace{0010}_2 \underbrace{0101}_5 \underbrace{1001}_8)_{BCD}$$

③ Excess 3 Kodu

Her rakamın için BCD kodu +3 eklenir.

$$(259)_{10} = (\underbrace{0101}_5 \underbrace{1000}_8 \underbrace{1100}_{12})_{BCD} + 3$$

④ Aiken Kodu

Sayı	Aiken Kodu
0	2 4 2 1
1	0 0 0 0
2	0 0 0 1
3	0 0 1 0
4	0 0 1 1
5	0 1 0 0
6	1 0 1 1
7	1 1 0 0
8	1 1 0 1
9	1 1 1 0
	1 1 1 1

0 ile 4 arası en soldaki bit 0 alınır.

5 ile 9 arası en soldaki bit 1 alınır.

2421 şeklinde kodlanır.
Her bir rakam 4 bit ile gösterilir.

$$(537)_{10} = \underbrace{1011}_5 \underbrace{0011}_3 \underbrace{1101}_7 \text{ Aiken}$$

⑤ 5'te 2 Kodu

Sayı	5'te 2 Kodu
0	7 4 2 1 0
1	1 1 0 0 0
2	0 0 0 1 1
3	0 0 1 0 1
4	0 0 1 1 0
5	0 1 0 0 1
6	0 1 0 1 0
7	0 1 1 0 0
8	1 0 0 0 1
9	1 0 0 1 0
	1 0 1 0 0

74210 şeklinde kodlanır.
Her bir rakam 5 bit ile gösterilir.

Bes bitin 2 tanesi 1, diğerleri 0 olmalıdır - 0 rakamı bu kurallu uymaz.

$$(508)_{10} = \underbrace{01010}_5 \underbrace{11000}_0 \underbrace{10010}_8 \text{ 5'te 2}$$

⑥ Gray Kodu

İkili sayının başına 0 konur. Sonra, bitler arasında değişime varsa 1, yoksa 0 yazılır.

değişme varsa 1, yoksa 0 yazılır.

(10110011)₂ ikili kodu Gray Koda çevriniz.

$$010110011 \Rightarrow 11101010 \text{ gray}$$

Tersi de mümkündür.

$$11101010 \text{ gray}$$

⑦ Bar Kodu

Onlu sayıların farklı genişlikte dizenlenmiş grublarda ifade edildiği kodlama sistemi dir.

Giriş, çıkış işlemlerinin özellikle kolay olması sebebiyle özellikle stoklama işlemlerinde ve marketlerde yaygın olarak kullanılır.

Boole Cebiri

Boole Kümesi = $\{0, 1\}$

İkili tabanındaki değişkenler sadece ya 0, ya da 1 değerini alırlar. İşlem sonucu da bir değişkendir.

$f = x'$, Tümleme (Değil) işlemi

$f = xy$, Ve (Karpma) işlemi

$f = x+y$, Veya (Toplama) işlemi

Diger tüm işlemler bu işlemlerden türetilir.

$a * e = e * a = a$ ise * işlemine göre
e etkisiz elemandır.

$a * y = y * a = y$ ise * işlemine göre
y yutan elemandır.

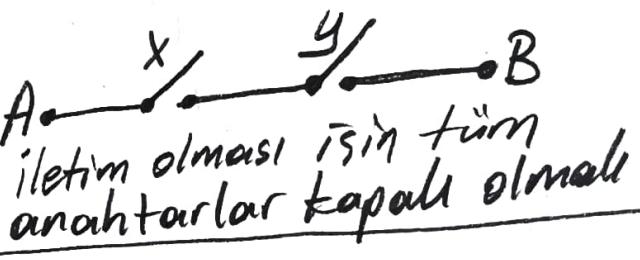
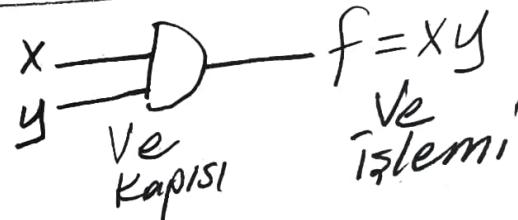
x	x'
0	1
1	0

Doğruluk Tablosu

$x \rightarrow D \rightarrow f = x'$
Değil Kapisi Tümleme işlemi

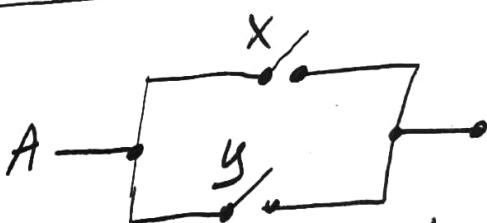
x	y	xy
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Doğruluk Tablosu



x	y	$x+y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Veya İşlemi
iletim olması işin sadece bir anahtar kapalı olmalı.



$x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$ Ve işlemine göre 0 Yutan Eleman
 $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ Ve işlemine göre 1 Etkisiz Eleman

$$x \cdot y = y \cdot x$$

$x+y = y+x$
Yer Değiştirme
Kuralı

$$x+0 = 0+x = x$$

Veya işlemine göre
0 etkisiz eleman

$$x+1 = 1+x = 1$$

Veya işlemine göre
1 yutan eleman

$$\begin{array}{l|l|l} x \cdot x = x & x \cdot x' = 0 & (x')' = x \\ x + x = x & x + x' = 1 & \end{array}$$

$$(xy)' = x' + y' \quad \text{DeMorgan}$$

$$(x+y)' = x' \cdot y' \quad \text{Kuralı}$$

Dağılma Kuralı

$$x(y+z) = xy + xz \quad \text{Sarpımlar Toplamı}$$

$$x+yz = (x+y)(x+z) \quad \text{Toplamlar Sarpımı}$$

$$(x+y)(z+w) = xz + xw + yz +yw$$

$$\left. \begin{array}{l} x + xy = x \\ x(x+y) = x \end{array} \right\} \text{Yutma}$$

$$x > y \text{ ise } f = xy'$$

$$x < y \text{ ise } f = x'y$$

$$x \neq y \text{ ise } f = xy' + x'y = x \oplus y \quad \text{Exor İşlemi}$$

$$x = y \text{ ise } f = xy + x'y' = x \odot y \quad \text{Exnor İşlemi}$$

$$x \geq y \text{ ise } f = xy' + xy + x'y' = (x'y)' = x + y'$$

$$x \leq y \text{ ise } f = x'y + xy + x'y' = (xy')' = x' + y$$

Boole Fonksiyonlarının Sadeleştirilmesi

$$f = x + x'y = (\underbrace{x+x'}_1)(x+y) = x+y$$

$$f = x(x'+y) = \underbrace{xx'}_0 + xy = xy$$

$$f = x'y'z + x'yz + xy' = x'z(\underbrace{y+y'}_1) + xy' = x'z + xy'$$

$$f = xy + x'z + yz = xy + x'z + (x+x')yz$$

$$= \underbrace{xy}_0 + x'z + \underbrace{xyz}_0 + x'yz$$

$$= xy(\underbrace{1+z}_1) + x'z(\underbrace{1+y}_1) = xy + x'z$$

Birlesme Kuralı

$$xyz = x \cdot (yz)$$

$$= (xy) \cdot z$$

$$x+y+z = x+(y+z)$$

$$= (x+y) + z$$

$f = xy + xz + x'w + y'z + z'w$ Boole fonksiyonunu sadeleştir. (13)

$$\begin{aligned}
 f &= xy(w+w') + xz(w+w') + x'w + y'z + z'w \\
 &= \underline{xyw} + \underline{xyw'} + \underline{xzw} + \underline{xzw'} + \underline{x'w} + \underline{y'z} + \underline{z'w} \\
 &= w(xy+x') + w(xz+z') + xyw' + xzw' + y'z \\
 &= w\underbrace{(x+x')}_{1}(y+x') + w(x+z')(z+z') + xyw' + xzw' + y'z \\
 &= \underline{yw} + \underline{x'w} + \underline{xw} + \underline{z'w} + \underline{xyw'} + \underline{xzw'} + \underline{y'z} \\
 &= y(w+xw') + (\underline{x'+x})w + z'w + xzw' + y'z \\
 &= \underline{w} + y(w+x)(w+w') + \underline{z'w} + xzw' + y'z \\
 &= yw + xy + w(\underline{1+z'}) + xzw' + y'z \\
 &= w + yw + xy + xzw' + y'z = w(\underline{1+y}) + xy + xzw' + y'z \\
 &= w + xzw' + xy + y'z = (w+xz)(w+w') + xy + y'z \\
 &= w + xz + xy + y'z = w + xz(y+y') + xy + y'z \\
 &= w + \underline{xyz} + \underline{xy'z} + \underline{xy} + \underline{y'z} = w + xy\underbrace{(z+1)}_{1} + y'z\underbrace{(x+1)}_{1} \\
 &= w + xy + y'z
 \end{aligned}$$

$\bar{f} = z'w + \underline{x'y'z} + \underline{y'zw} + \underline{xyzw}$ Boole fonksiyonunu sadeleştir.

$$\begin{aligned}
 \bar{f} &= z'w + \underline{x'y'z} + \underline{y'zw} + \underline{xyzw} = w(z'+y')(z+z) + yz(\underline{x'+x})(x'+w) \\
 f &= w(z'+y'z) + yz(x'+xw) = w(z'+yz) + y'w + x'y'z \\
 &= \underline{z'w} + y'w + x'y'z + \underline{yzw} = w(z'+yz) + y'w + x'y'z \\
 &= w(z'+y)(z+z) + y'w + x'y'z \\
 &= z'w + yw + y'w + x'y'z = z'w + \underline{(y+y')w} + x'y'z \\
 &= z'w + w + x'y'z = w(\underline{z'+1}) + x'y'z \\
 &= w + x'y'z
 \end{aligned}$$

ör $f = (x+y)(y+z)(x'+z)$ Boole fonksiyonunu sadeleştir

$$\begin{aligned} f' &= x'y' + y'z' + xz' = x'y' + (x+x')y'z' + xz' \\ &= \underline{x'y'} + \underline{xy'z'} + \underline{x'y'z'} + \underline{xz'} \\ &= x'y'\underbrace{(1+z')}_{\text{1+1=1}} + xz'\underbrace{(y'+1)}_{\text{1+1=1}} = x'y' + xz' \end{aligned}$$

$$f = (f')' = (x'y' + xz')' = (x+y)(x'+z)$$

ör $f = abd' + abc + bc'd + a'cd + b'cd$

Boole fonksiyonunu sadeleştiriniz.

$$\begin{aligned} f &= \underline{abd'} + \underline{abc} + bc'd + \underline{a'cd} + \underline{b'cd} \\ &= ab(c+d') + bc'd + (a'+b')cd \\ &= ab(c'd')' + bc'd + (ab)'cd \\ &= b(a(c'd')' + c'd) + (ab)'cd \\ &= b(a+c'd)\underbrace{(c'd')' + c'd}_{\text{1+1=1}} + (ab)'cd \\ &= \underline{ab} + bc'd + \underline{(ab)'cd} \\ &= (\underline{ab} + \underline{(ab)'}) (ab + cd) + bc'd \\ &= ab + cd + bc'd \\ &= ab + (c + bc')d \\ &= ab + (c+b)\underbrace{(c+c')}_{\text{1+1=1}} d \\ &= ab + (b+c)d \\ &= ab + bd + cd \end{aligned}$$