

## Analysis I

### Übungsblatt 01

Bitte auch Seite 2 beachten!

**Aufgabe 1** Beweisen Sie die folgenden Äquivalenzen.

- (a)  $\neg(A \wedge B)$  ist äquivalent zu  $\neg A \vee \neg B$ .
- (b)  $A \Rightarrow B$  ist äquivalent zu  $\neg B \Rightarrow \neg A$ .
- (c)  $A \vee (B \wedge C)$  ist äquivalent zu  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .

**Aufgabe 2** Sei  $M$  eine Menge. Für jedes Element  $x \in M$  bezeichne  $A(x)$  eine gegebene Aussage. Zeigen Sie:

- (a)  $\neg(\forall x \in M : A(x)) \Leftrightarrow \exists x \in M : \neg A(x)$ .
- (b)  $\neg(\exists x \in M : A(x)) \Leftrightarrow \forall x \in M : \neg A(x)$ .

*Hinweis zu (b):* Mit Hilfe von Aufgabe 1(b) können Sie folgern, dass (b) direkt aus (a) folgt.

### Aufgabe 3

(a) Gegeben seien die folgenden Mengen:

$$\begin{aligned} X &= \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100\}, \\ A &= \{n \in X \mid 2(n-13)(n-3) < 0\}, \\ B &= \{n \in X \mid \text{es gibt ein } m \in \mathbb{N} \text{ mit } m^2 = n\}, \\ C &= \{n \in X \mid n \text{ ist durch 2 teilbar}\}. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Mengen  $(A \cup B) - C$ ,  $A \cup (B - C)$ ,  $(B \cap A) - C$  und  $B \cap (A - C)$ .

(b) Seien  $X, Y, Z$  Mengen. Beweisen Sie die *De Morganschen Regeln*:

- (i)  $X \setminus (Y \cap Z) = (X \setminus Y) \cup (X \setminus Z)$ ,
- (ii)  $X \setminus (Y \cup Z) = (X \setminus Y) \cap (X \setminus Z)$ .

### Aufgabe 4

Seien  $X, Y$  Mengen und  $f: X \rightarrow Y$  eine Abbildung.

- (i) Für  $A \subseteq X$  setzen wir  $f(A) := \{f(a) \mid a \in A\}$ .
- (ii) Für  $B \subseteq Y$  setzen wir  $f^{-1}(B) := \{x \in X \mid f(x) \in B\}$ .

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen oder widerlegen Sie.

- (a) Für alle  $A, B \subseteq Y$  gilt  $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$
- (b) Für alle  $A, B \subseteq Y$  gilt  $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$
- (c) Für alle  $A, B \subseteq X$  gilt  $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
- (d) Für alle  $A, B \subseteq X$  gilt  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

**Die Abgabe der Lösungen erfolgt bis Donnerstag 17.10.2023 08:00**

Bitte beachten Sie auch die Angebote des Learning Centers Mathematik. Es handelt sich hierbei um eine Anlaufstelle insbesondere für Studienanfängerinnen und -anfänger, um den Einstieg ins Mathematikstudium zu erleichtern:

