

## TÀI LIỆU LÝ THUYẾT TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

### Chủ đề 3

# BÀI TOÁN THỎA MÃN RÀNG BUỘC

Giảng viên: ThS. Vũ Thanh Hưng

Email: [vthung@fit.hcmus.edu.vn](mailto:vthung@fit.hcmus.edu.vn)

Người soạn: ThS. Nguyễn Ngọc Thảo

# MỘT SỐ ỨNG DỤNG



**Bài toán lập lịch**

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

**Giải Sudoku**



**Bài toán tô màu đồ thị**

# NỘI DUNG

---

- Bài toán thỏa mãn ràng buộc
- Bài toán người bán hàng
  - Phát biểu bài toán
  - Thuật toán Greedy Traveling Salesman – GTS1 và GTS2
- Bài toán phân công công việc
  - Phát biểu bài toán
  - Nguyên lý sắp thứ tự
- Bài toán tô màu
  - Phát biểu bài toán
  - Các thuật toán tô màu

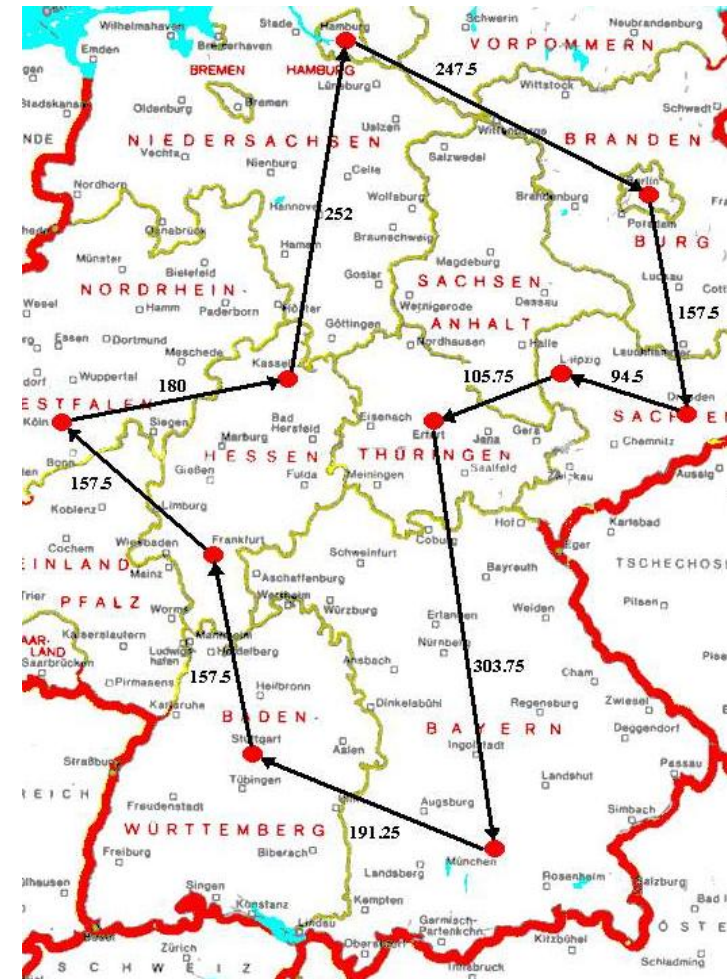


---

# BÀI TOÁN NGƯỜI BÁN HÀNG (Greedy Traveling Salesman)

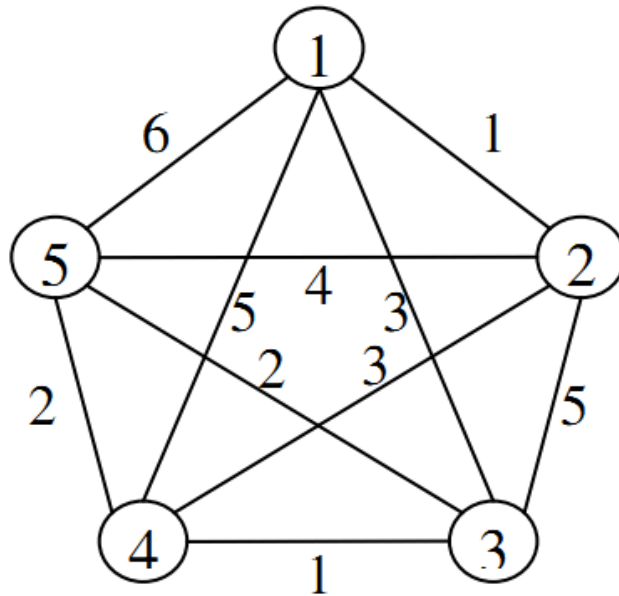
# PHÁT BIỂU BÀI TOÁN

- Cho  $N$  thành phố, trong đó hai thành phố bất kỳ đều có nối với nhau.
- Một người xuất phát tại một thành phố, đi qua tất cả các thành phố còn lại một lần duy nhất, và trở về thành phố xuất phát.
- Hãy xác định lộ trình cho người đó sao cho tổng chi phí là thấp nhất.



# BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ

- Ví dụ bài toán người du lịch với  $N = 5$
- Trong ma trận kề, ô  $[i, j]$  thể hiện chi phí đi từ thành phố  $i$  đến thành phố  $j$



**Biểu diễn dạng đồ thị**

$\infty$	1	3	5	6
1	$\infty$	5	3	4
3	5	$\infty$	1	2
5	3	1	$\infty$	2
6	4	2	2	$\infty$

**Ma trận kề**

# LỜI GIẢI CHO BÀI TOÁN

---

- Lời giải tốt nhất của bài toán có thể đạt được bằng cách so sánh tất cả các đường đi có thể có  $\Rightarrow$  Không gian tìm kiếm có kích thước  $N!$  lời giải.
- Việc tìm kiếm trên không gian lời giải không khả thi khi  $N$  tăng.
  - Ví dụ:  $N = 25 \Rightarrow N! = 25! \approx 10^{25}$  trạng thái
- Áp dụng heuristic giúp ta đạt được thuật giải đơn giản và cho lời giải đủ tốt.



# THUẬT TOÁN GTS1

- Ý tưởng: cố gắng đạt được lời giải tốt nhất ở mỗi bước thực hiện bằng cách chọn đường đi có chi phí **thấp nhất** tại đường đi **hiện tại** và tiếp tục đi.

B1: {Khởi tạo}

Tour :=  $\emptyset$ , Cost := 0,  $V := U$  { $U$  là đỉnh xuất phát}

B2: {Thăm tất cả các thành phố}

for  $i = 1, \dots, n-1$

Tìm  $W$  sao cho  $(V, W)$  là cạnh có chi phí nhỏ nhất và  $W$  chưa gán nhãn.

Tour := Tour +  $\{(V, W)\}$ , Cost := Cost + Cost( $V, W$ )

Gán nhãn cho  $W$

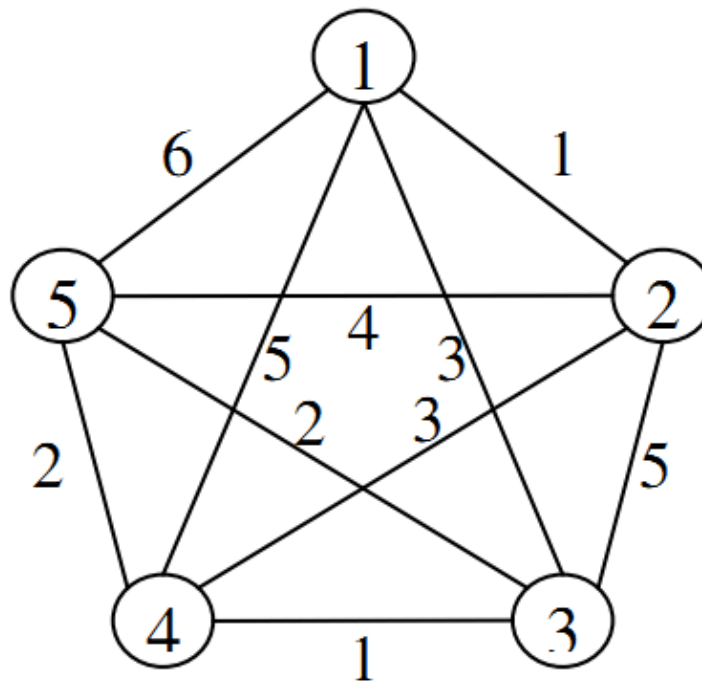
Đặt  $V := W$

B3: Gán Tour := Tour +  $\{(V, U)\}$ , Cost := Cost + Cost( $V, U$ )



# BÀI TẬP VÍ DỤ

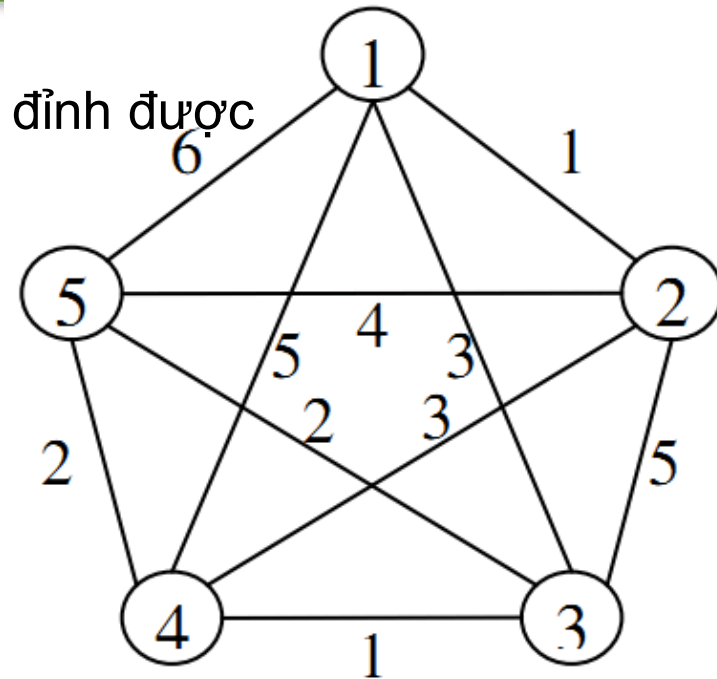
- Hãy xác định lộ trình cho người du lịch đi qua 5 thành phố như đồ thị bên dưới bằng thuật toán GTS1.



# Kiểm tra 15'

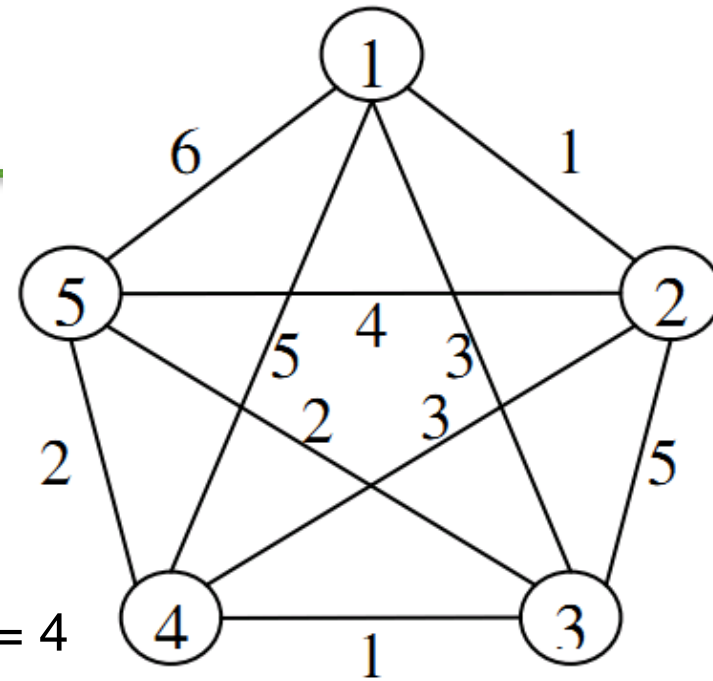
Dùng thuật toán GTS 1. Yêu cầu xuất ra đỉnh được chọn để đi tiếp tại mỗi đỉnh và chuỗi đường đi cuối cùng.

- Đề 1: Xuất phát từ đỉnh 1
- Đề 2: Xuất phát từ đỉnh 2
- Đề 3: Xuất phát từ đỉnh 3
- Đề 4: Xuất phát từ đỉnh 4



# BÀI TẬP VÍ DỤ

- Khởi đầu: Tour :=  $\emptyset$ , Cost := 0, V := 1
- Chọn W = 2: Tour = {(1,2)}, Cost = 1
- Chọn W = 4: Tour = {(1,2), (2,4)}, Cost = 4
- Chọn W = 3: Tour = {(1,2), (2,4), (4,3)}, Cost = 5
- Chọn W = 5: Tour = {(1,2), (2,4), (4,3), (3,5)}, Cost = 7
- Trở về: Tour = {(1,2), (2,4), (4,3), (3,5), (5,1)}, Cost = 13
- Chu trình:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$ , chi phí là 13.



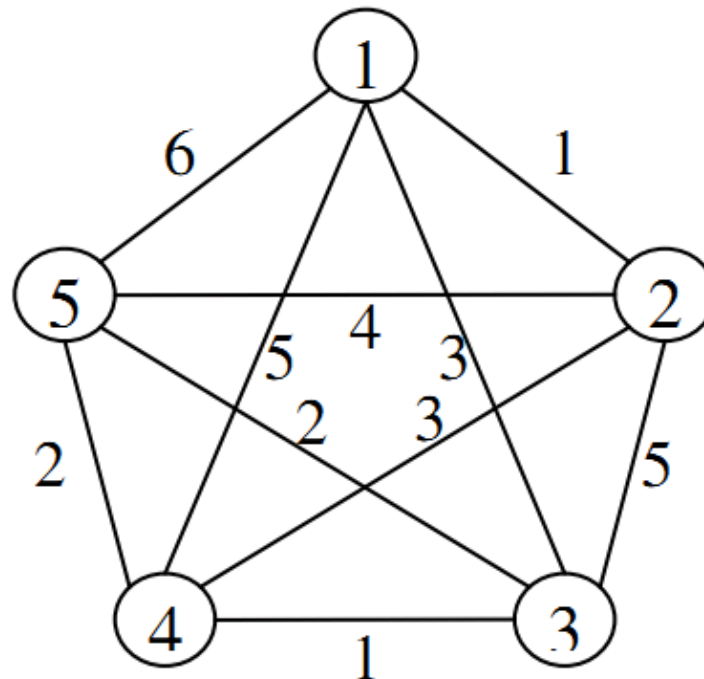
# THUẬT TOÁN GTS2

---

- GTS1 không đảm bảo tìm được lộ trình ngắn nhất.
- Nếu không bị ràng buộc bởi đỉnh xuất phát, GTS2 lựa chọn  $P$  ( $P \ll N$ ) đỉnh bắt đầu khác nhau và áp dụng GTS1 lên từng đỉnh xuất phát. Kết quả tốt nhất trong  $P$  chu trình là lời giải cuối cùng của bài toán.

# BÀI TẬP VÍ DỤ

- Hãy xác định lộ trình cho người du lịch đi qua 5 thành phố như đồ thị bên dưới bằng thuật toán GTS2 với  $P = 3$  (chọn đỉnh 1, 2, 4).



# BÀI TẬP VÍ DỤ

---

- Chọn  $P = 3$  đỉnh xuất phát khác nhau, kết quả thực hiện của thuật toán là:
  - Chọn xuất phát từ thành phố 1:
    - Chu trình:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$ , chi phí là 13.
  - Chọn xuất phát từ thành phố 2:
    - Chu trình:  $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$ , chi phí là 11.
  - Chọn xuất phát từ thành phố 4:
    - Chu trình:  $4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$ , chi phí là 13.
- Vậy lời giải tốt nhất là xuất phát từ thành phố 2 với chi phí là 11.



---

# BÀI TOÁN PHÂN CÔNG CÔNG VIỆC



# PHÁT BIỂU BÀI TOÁN

---

- Trong bài toán phân công công việc, ta có
  - $N$  máy giống nhau  $M_1, M_2, \dots, M_n$
  - $M$  công việc  $V_1, V_2, \dots, V_m$  độc lập với nhau. Công việc  $V_i$  cần thực hiện trong  $T_i$  giờ mới hoàn thành.
- Hãy lập kế hoạch phân phối các công việc vào từng máy sao cho thời gian cần để hoàn tất  $M$  công việc là nhỏ nhất.

# NGUYÊN LÝ SẮP THỨ TỰ

---

- Lời giải của bài toán theo *Nguyên lý sắp thứ tự*: Sắp xếp các công việc theo thứ tự giảm dần về thời gian và lần lượt phân công công việc cho máy nào còn dư thời gian nhiều nhất.

# BÀI TẬP VÍ DỤ

---

- Cho 3 máy  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  và 6 công việc với thời gian thực hiện tương ứng  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 5$ ,  $T_3 = 8$ ,  $T_4 = 1$ ,  $T_5 = 5$ ,  $T_6 = 1$ .
- Hãy bố trí công việc vào các máy sao cho thời gian thực hiện là thấp nhất.

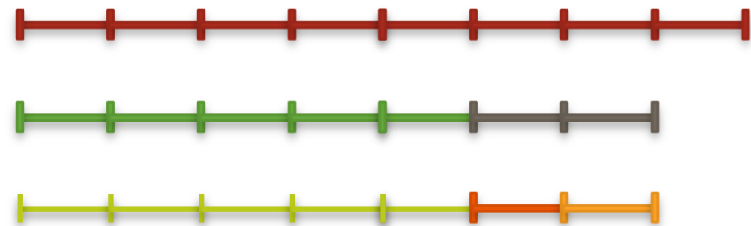
# BÀI TẬP VÍ DỤ

- Thứ tự các công việc sắp xếp theo thời gian

Công việc	$T_3$	$T_2$	$T_5$	$T_1$	$T_4$	$T_6$
Thời gian	8	5	5	2	1	1

- Phân công:

- $M_1: T_3$
- $M_2: T_2, T_1$
- $M_3: T_5, T_4, T_6$



# VÍ DỤ KHÔNG TỐI ƯU

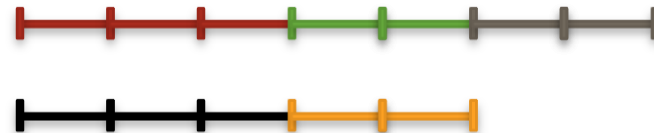
- $T_1 = 3, T_2 = 3, T_3 = 2, T_4 = 2, T_5 = 2$ . 3 máy.
- Thứ tự các công việc sắp xếp theo thời gian

Công việc	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
Thời gian	3	3	2	2	2

- Phân công:

- $M_1: T_1, T_3, T_5$

- $M_2: T_2, T_4$



---

# BÀI TOÁN THỎA MÃN RÀNG BUỘC

# THUẬT TOÁN TÔ MÀU

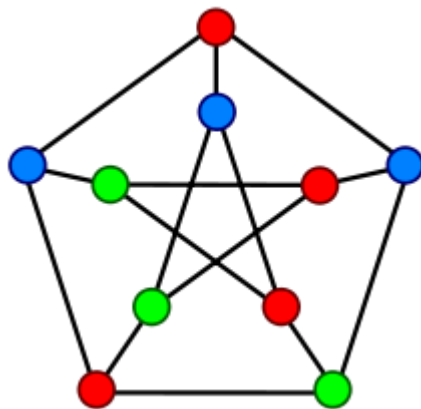
---

- Ý tưởng: tô màu cho các phần tử của đồ thị thỏa mãn ràng buộc cho trước.
- Một số ràng buộc thông dụng
  - Đối tượng tô màu
    - Tô màu sao cho hai đỉnh kề nhau không cùng màu
    - Tô màu sao cho 2 cạnh kề nhau không cùng màu
    - Tô màu bề mặt (miền) của một *đồ thị phẳng* sao cho hai mặt có cùng đường biên không cùng màu.
  - Số màu sử dụng là tối thiểu

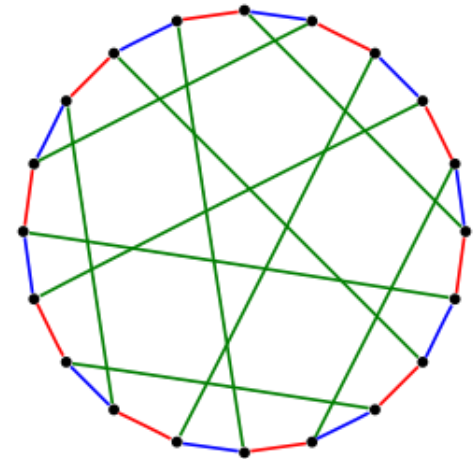


# THUẬT TOÁN TÔ MÀU

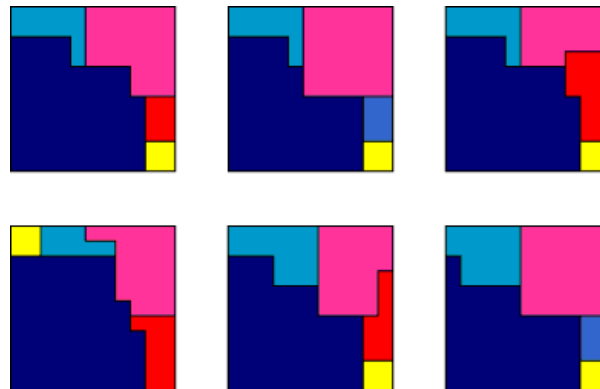
- Ví dụ về tô màu cho các đối tượng



Tô màu đỉnh



Tô màu cạnh



Tô màu bề mặt

# TÔ MÀU DỰA TRÊN BẬC

- Thuật toán heuristic dựa trên ràng buộc: đỉnh nào có nhiều ràng buộc nhất – bậc cao nhất – sẽ được tô trước.

Đếm bậc các đỉnh và lặp lại các bước sau cho đến khi bậc của tất cả các đỉnh bằng 0 và các đỉnh đã được tô màu.

Bước 1: Tô màu  $i$  cho đỉnh có bậc lớn nhất

Bước 2: Hạ bậc

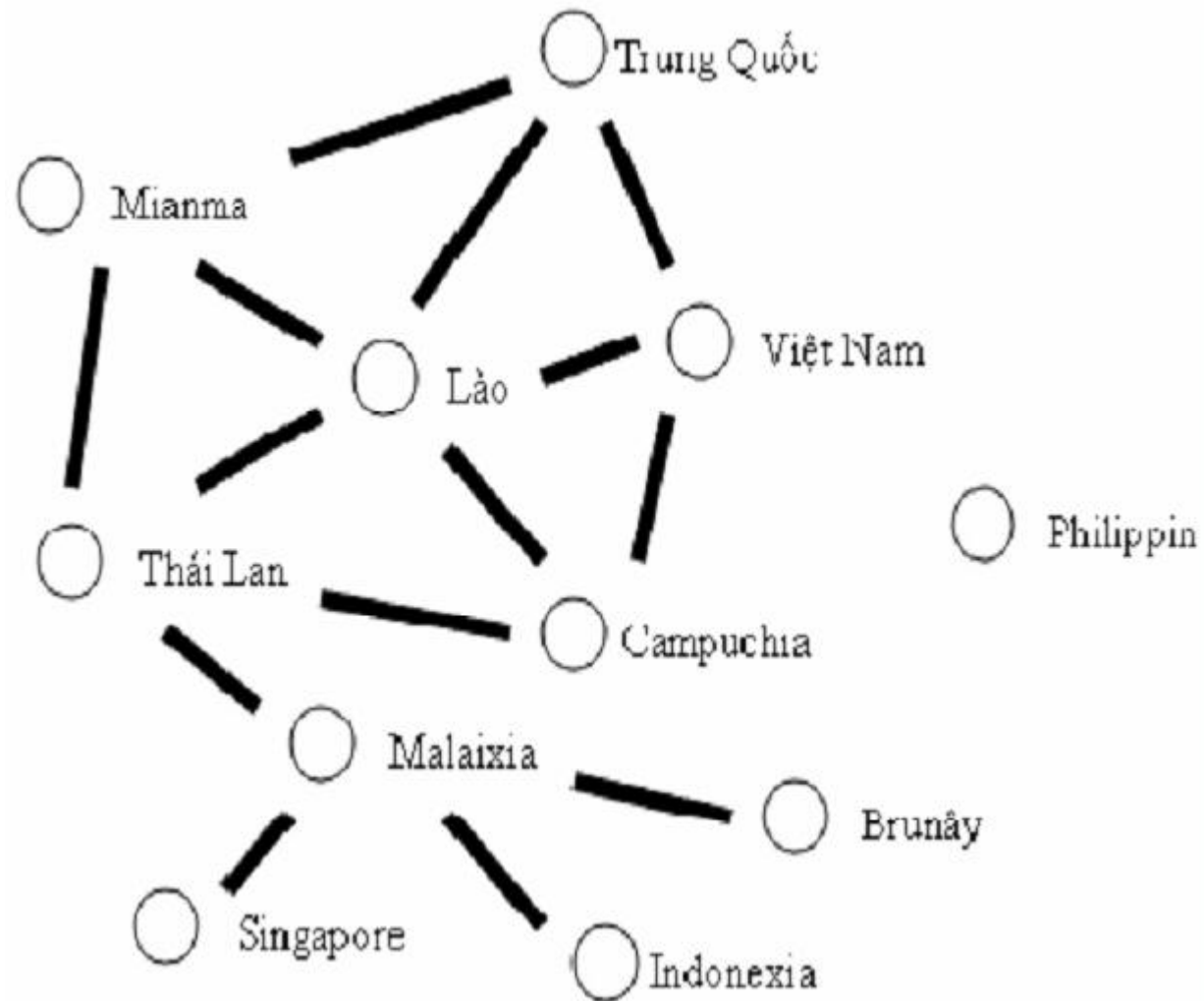
Đỉnh được tô màu  $i$ :  $Bậc = 0$

Các đỉnh có liên hệ với đỉnh được tô màu  $i$ :  $Bậc = Bậc - 1$

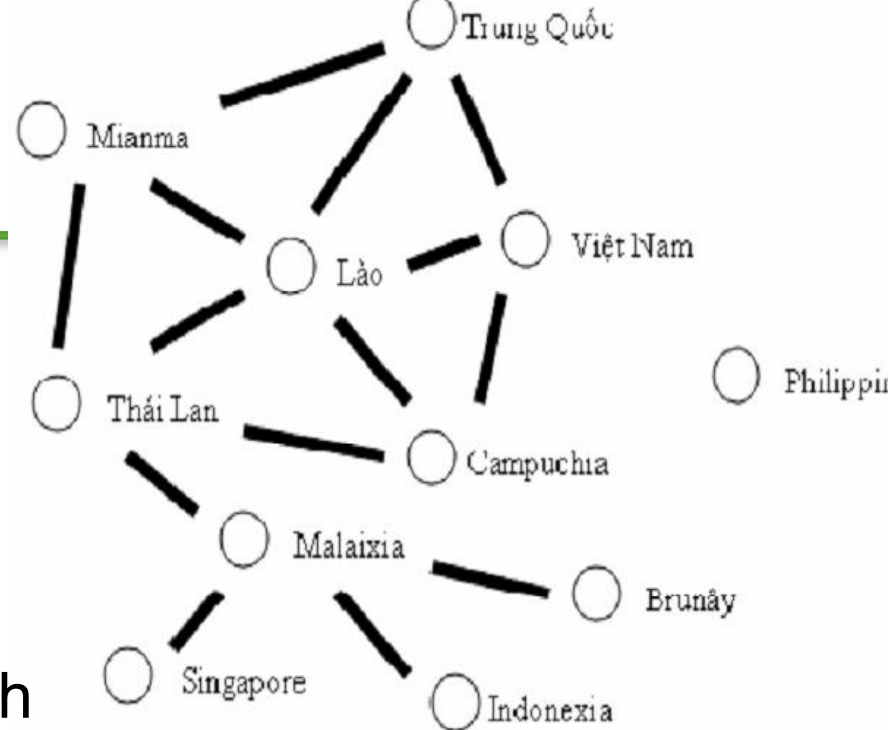
Bước 3: Cấm tô màu  $i$  cho các đỉnh vừa bị hạ bậc

# VÍ DỤ TÔ MÀU THEO BẬC

---



# VÍ DỤ



- Xác định bậc của các đỉnh

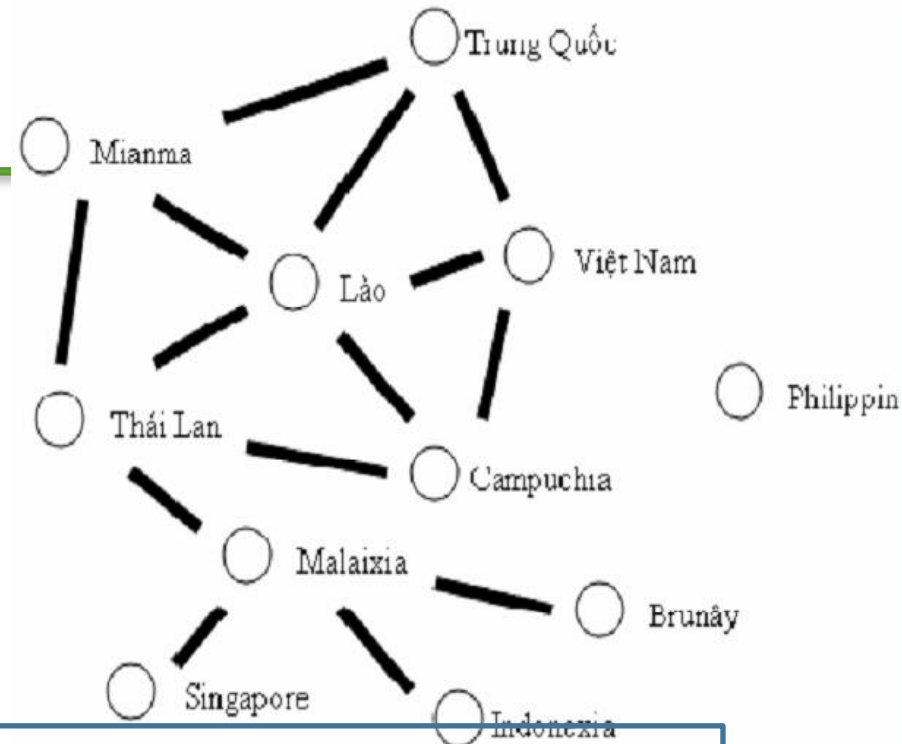
Đỉnh	TQ	VN	LAO	MIA	THAI	CAM	PHI	MAL	BRU	SING	INDO
Bậc	3	3	5	3	4	3	0	4	1	1	1

- Tô màu

Đỉnh	TQ	VN	LAO	MIA	THAI	CAM	PHI	MAL	BRU	SING	INDO
Lớp 1 Bậc Màu	<u>2</u>	<u>2</u>	0	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	0	4	1	1	1
	4	4	1	4	4	4					
Lớp 2 Bậc Màu	<u>2</u>	<u>2</u>	0	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	0	0	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
	4	4	1	4	4	4		1	4	4	4

# Bài tập:

- Thực hiện tiếp cho những lần lặp tiếp theo



Đếm bậc các đỉnh và lặp lại các bước sau cho đến khi bậc của tất cả các đỉnh bằng 0 và các đỉnh đã được tô màu.

Bước 1: Tô màu *i* cho đỉnh có bậc lớn nhất

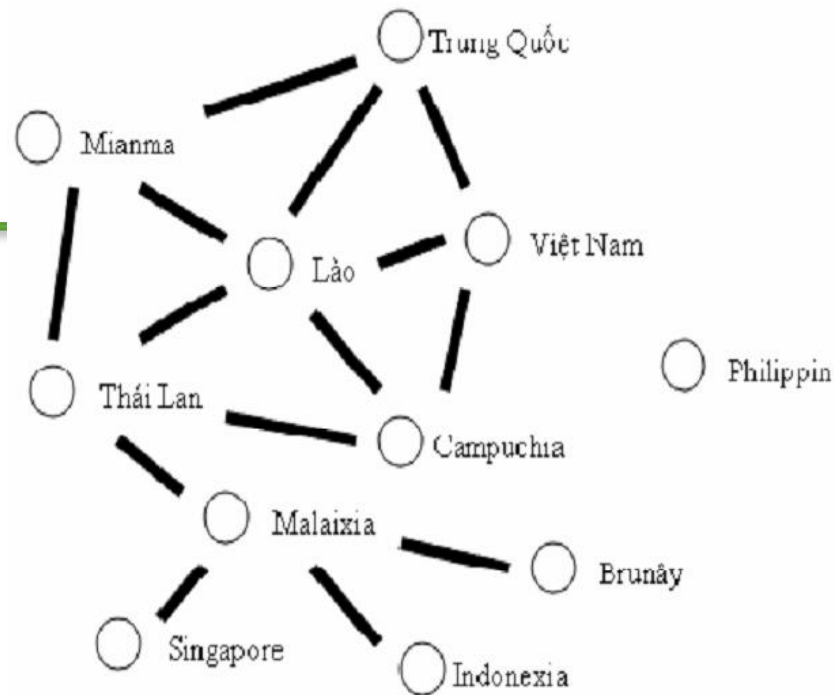
Bước 2: Hạ bậc

Đỉnh được tô màu *i*: Bậc = 0

Các đỉnh có liên hệ với đỉnh được tô màu *i*: Bậc = Bậc - 1

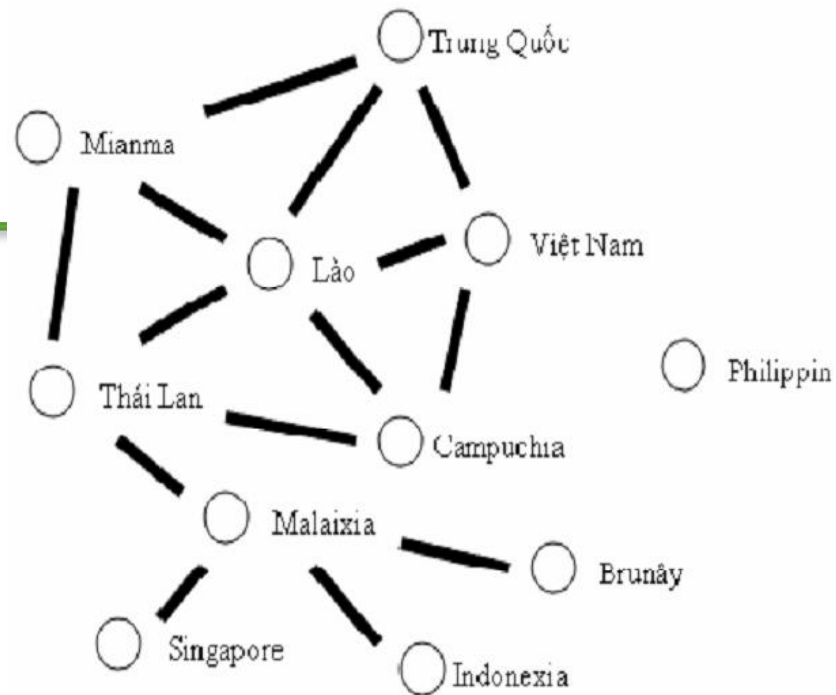
Bước 3: Cấm tô màu *i* cho các đỉnh vừa bị hạ bậc

# VÍ DỤ



Đỉnh	TQ	VN	LAO	MIA	THAI	CAM	PHI	MAL	BRU	SING	INDO
Lớp 2 Bậc Màu	<u>2</u>	2	0	2	<u>2</u>	2	0	0	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
	4	4	1	4	4	4		1	4	4	4
Lớp 3 Bậc Màu	0	<u>1</u>	0	<u>1</u>	<u>2</u>	2	0	0	0	0	0
	2	4,2	1	4,2	4	4		1	4	4	4
Lớp 4 Bậc Màu	0	1	0	<u>0</u>	0	<u>1</u>	0	0	0	0	0
	2	4,2	1	4,2	2	4,2		1	4	4	4
Lớp 5 Bậc Màu	0	<u>0</u>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	4,2,3	1	4,2	2	3		1	4	4	4

# VÍ DỤ



Đỉnh	TQ	VN	LAO	MIA	THAI	CAM	PHI	MAL	BRU	SING	INDO
Lớp 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1, 2, 3	1	1, 2	2	3		1	4	4	4
Lớp 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	4	1	1, 2	2	3		1	4	4	4
Lớp 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	4	1	3	2	3		1	4	4	4
Lớp 8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	4	1	3	2	3	1	1	2	2	2 30



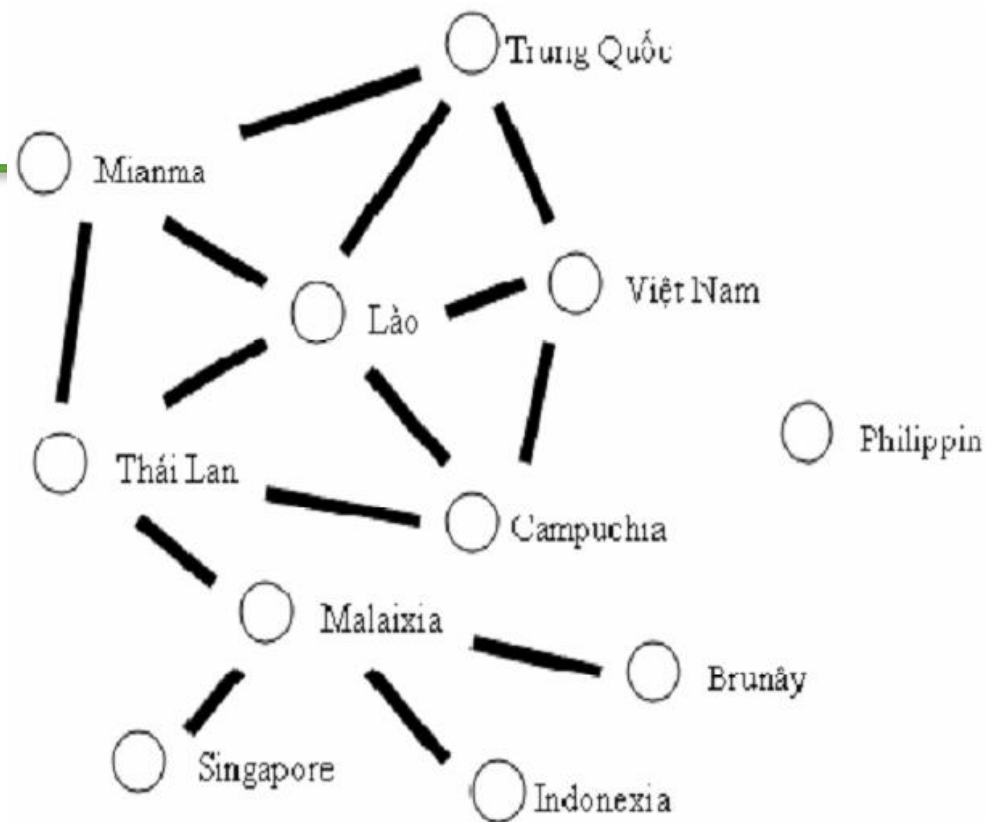
# TÔ MÀU THAM LAM

---

- Thuật toán tô màu theo giá trị

Dùng màu thứ nhất tô cho một đỉnh bất kỳ và tất cả các đỉnh khác có thể tô được. Sau đó dùng màu thứ hai tiếp tục tô cho các đỉnh còn lại theo cùng nguyên tắc ... cho đến khi tất cả các đỉnh của đồ thị đã được tô màu.

# VÍ DỤ

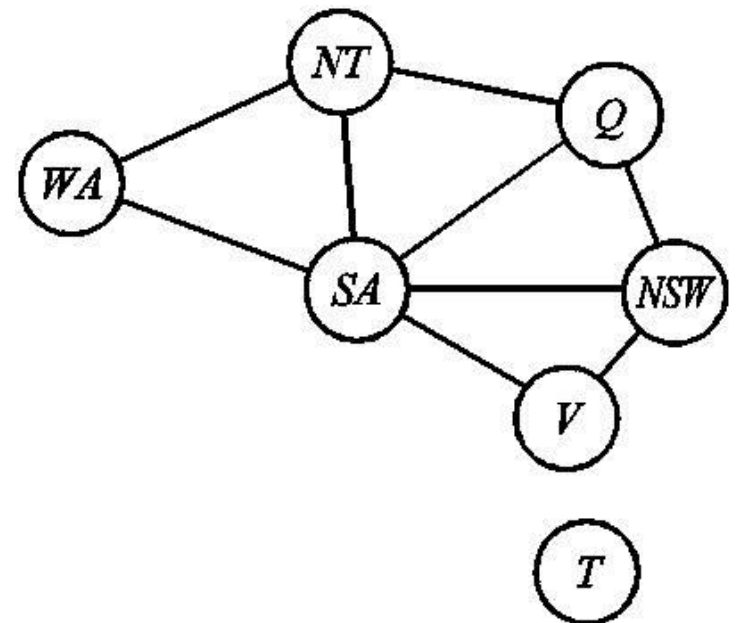


- Tô màu

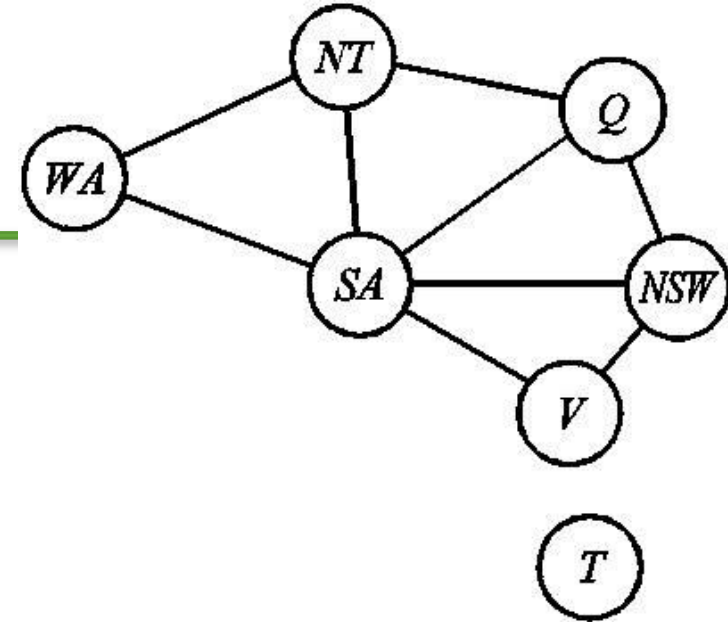
	TQ	VN	LAO	MIA	THAI	CAM	PHI	MAL	BRU	SING	INDO
$i = 1$	1				1		1		1	1	1
$i = 2$	1	2		2	1		1	2	1	1	1
$i = 3$	1	2	3	2	1		1	2	1	1	1
$i = 4$	1	2	3	2	1	4	1	2	1	1	1 <sup>32</sup>

# BÀI TẬP VÍ DỤ

- Hãy áp dụng lần lượt hai thuật toán tô màu để tô bản đồ nước Australia như bên dưới sao cho các tỉnh kề nhau không được tô trùng màu.



# BÀI TẬP VÍ DỤ



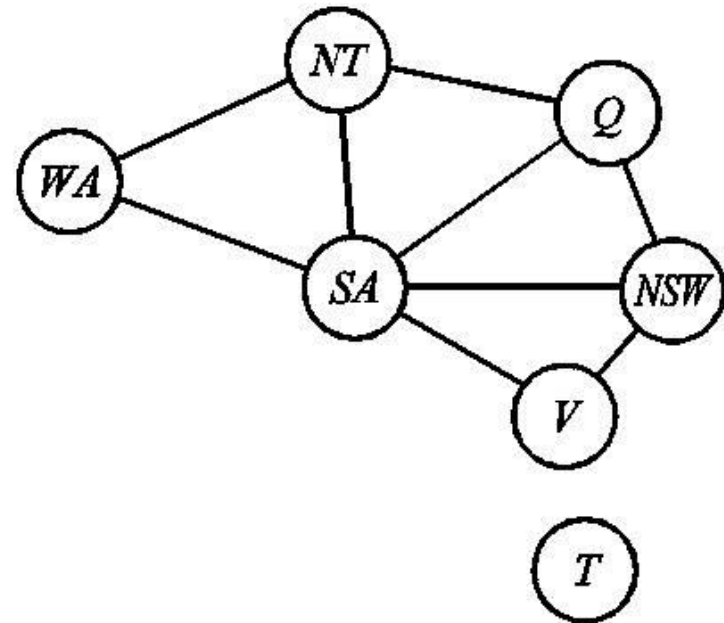
- Tô màu theo bậc

Đỉnh	SA	NT	Q	NSW	V	WA	T
Bậc	5	3	3	3	2	2	0
Bậc Màu	0	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	0
	1	4	4	4	4	4	
Bậc Màu	0	0	<u>1</u>	2	1	<u>0</u>	0
	1	2	1,2	4	4	1,2	
Bậc Màu	0	0	<u>0</u>	0	<u>0</u>	0	0
	1	2	1,2	2	1,2	1,2	
Bậc Màu	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	2	3	3	1

# BÀI TẬP VÍ DỤ

- Tô màu theo đỉnh

	SA	NT	Q	NSW	V	WA	T
$i = 1$	1						1
$i = 2$	1	2		2			1
$i = 3$	1	2	3	2	3	3	1



# TỔNG KẾT

---

- Nắm vững yêu cầu và hướng giải quyết của từng dạng bài toán.
- Ghi nhớ các bước thực hiện của thuật toán GTS1, GTS2, Tô màu theo bậc, Tô màu tham lam, và Nguyên lý sắp thứ tự.
- Vận dụng linh hoạt các dạng bài toán vào một số ứng dụng thực tiễn.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

---

- Tài liệu bài giảng môn học
- Chapter 6. S. Russel and P.Norvig, *Artificial Intelligence – A Modern Approach. Third Edition. 2010*





---

# KẾT THÚC CHỦ ĐỀ