

TÀI LIỆU LÝ THUYẾT TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Chủ đề 7

LOGIC BẬC NHẤT

Giảng viên: ThS. Vũ Thanh Hưng

Email: vthung@fit.hcmus.edu.vn

Biên soạn: ThS. Nguyễn Ngọc Thảo

NỘI DUNG

- Giới thiệu Logic bậc nhất
 - Cú pháp và ngữ nghĩa
 - Lượng từ Với mọi (\forall) và Tồn tại (\exists)
 - Chứng minh và suy dẫn
- Hợp giải trên Logic bậc nhất
 - Phép thế và thuật giải đồng nhất
- Suy diễn tiến trên Logic bậc nhất
- Suy diễn lùi trên Logic bậc nhất
- Tài liệu tham khảo



GIỚI THIỆU LOGIC BẬC NHẤT

LOGIC BẬC NHẤT

- Logic mệnh đề chỉ xử lý trên các **sự kiện**, có giá trị đúng hoặc sai, ví dụ “trời mưa”, “Tuấn đi xem đá banh”... Ta không thể dùng các biến để đại diện cho nhiệt độ, con người,...
- Trong logic bậc nhất, các **biến** giúp ta tham chiếu đến các sự vật trong thế giới và ta còn có thể lượng hoá chúng: tức là xem xét toàn bộ hay một phần của sự vật.

LOGIC MỆNH ĐỀ

Ví dụ 1:

- Nếu hôm nay trời nắng, thì Tomas sẽ vui vẻ
- Hôm nay trời nắng

Hỏi: Tomas sẽ vui vẻ?

➤ Đặt:

P = “hôm nay trời nắng”, Q = “Tomas sẽ vui vẻ”

➤ Ta có:

$P \rightarrow Q$

P

LOGIC MỆNH ĐỀ

Ví dụ 2:

- Mọi người đều chết
- Socrates là người

Hỏi: Socrates chết?

➤ Phát biểu lại:

- Nếu ai đó là người thì người đó sẽ chết
- Socrates là người

Hỏi: Socrates chết?

➤ Đặt:

P = “ai đó là người”, Q = “người đó sẽ chết”

R = “Socrate là người”

➤ Ta có:

$P \rightarrow Q$

R

Suy luận như thế nào?

VÍ DỤ LOGIC BẬC NHẤT

- Các câu không thể biểu diễn bằng logic mệnh đề nhưng có thể bằng logic bậc nhất
 - Khi sơn một hộp với màu xanh, nó trở thành hộp xanh.
 - *Trong logic mệnh đề, ta cần một phát biểu cho mỗi hộp nhưng không thể tạo một phát biểu tổng quát cho mọi hộp.*
 - Khi tiệt trùng một cái hũ, mọi vi khuẩn đều chết.
 - *Trong logic bậc nhất, ta có thể đề cập đến mọi vi khuẩn mà không cần phải gọi đích danh chúng (vd E.Coli, Salmonella...)*
 - Một người được cho phép truy cập trang web nếu họ được cấp quyền chính thức hay quen biết với ai được phép truy cập

CÚ PHÁP LOGIC BẬC NHẤT

- Biểu thức (Term)
 - Ký hiệu hằng: Lan, Tuan, DHKHTN,...
 - Biến: x , y , a ,...
 - Ký hiệu hàm (function) áp dụng cho **một hay nhiều biểu thức** và trả về một đối tượng.
 - Ví dụ: $f(x)$, $\text{tuoi}(\text{Lan})$, $\text{anh-cua}(\text{Tuan})$...

CÚ PHÁP LOGIC BẬC NHẤT

- Câu (Sentence)
 - Kí hiệu vị từ (predicate) áp dụng cho **không hay nhiều biểu thức** và trả về chân trị true/false.
 - Ví dụ: $\text{Brother}(\text{Tuan}, \text{Lan})$, $\text{Friend}(\text{Brother}(\text{Tuan}), \text{Lan}), \dots$
 - $t_1 = t_2$
 - Nếu x là một biến và ϕ là một câu thì $\forall x. \phi$ và $\exists x. \phi$ là một câu.
 - Sử dụng toán tử nối câu: $\neg \wedge \vee \Leftarrow \Leftrightarrow \Rightarrow$ để tạo câu phức.

NGŨ NGHĨA LOGIC BẬC NHẤT

- Mô hình chứa các đối tượng (các thành phần) và quan hệ giữa chúng.
- Một thể hiện xác định các tham chiếu cho
 - các ký hiệu hằng → các đối tượng
 - các ký hiệu vị từ → các quan hệ
 - các ký hiệu hàm → các quan hệ hàm

NGŨ NGHĨA LOGIC BẬC NHẤT

- Các câu là đúng ứng với một mô hình và một thể hiện.
- Một câu nguyên tố $predicate(term_1, term_2, \dots, term_n)$ là đúng nếu và chỉ nếu các đối tượng được tham chiếu bởi $term_1, term_2, \dots, term_n$ nằm trong quan hệ được tham chiếu bởi $predicate$.

LƯỢNG TỪ VỚI MỌI

- \forall <biến> <câu>

Sinh viên CNTT thì thông minh:

$$\forall x. \text{Sinh-viên}(x, \text{CNTT}) \Rightarrow \text{Thông-minh}(x)$$

- $\forall x. P$ đúng trong một mô hình m nếu và chỉ nếu P đúng với x trong mọi đối tượng có thể của mô hình
- Nghĩa là, tương đương với phép **nối liền** của các **thể hiện** của P

$$\text{Sinh-viên}(\text{Lan}, \text{CNTT}) \Rightarrow \text{Thông-minh}(\text{Lan})$$

$$\wedge \text{Sinh-viên}(\text{Minh}, \text{CNTT}) \Rightarrow \text{Thông-minh}(\text{Minh})$$

$$\wedge \text{Sinh-viên}(\text{Tuấn}, \text{CNTT}) \Rightarrow \text{Thông-minh}(\text{Tuấn})$$

LỖI CẦN TRÁNH

- Thông thường, \Rightarrow là phép nối thường đi với \forall
- Lỗi thường gặp: dùng \wedge làm phép nối chính đi với lượng từ \forall :

$$\forall x. \text{Sinh-viên}(x, \text{CNTT}) \wedge \text{Thông-minh}(x)$$

nghĩa là “*Mọi người đều là sinh viên CNTT và mọi người đều thông minh*”.

LƯỢNG TỪ TỒN TẠI

- \exists <biến> <câu>

Có sinh viên CNTT thông minh:

$$\exists x. \text{Sinh-viên}(x, \text{CNTT}) \wedge \text{Thông-minh}(x)$$

- $\exists x. P$ đúng trong một mô hình m nếu và chỉ nếu P đúng với x trong một đối tượng có thể nào đó của mô hình
- Nghĩa là, tương đương với phép **nối rời** của các **thể hiện** của P
 - $\text{Sinh-viên}(\text{Lan}, \text{CNTT}) \wedge \text{Thông-minh}(\text{Lan})$
 - ✓ $\text{Sinh-viên}(\text{Minh}, \text{CNTT}) \wedge \text{Thông-minh}(\text{Minh})$
 - ✓ $\text{Sinh-viên}(\text{Tuấn}, \text{CNTT}) \wedge \text{Thông-minh}(\text{Tuấn})$

LỖI CẦN TRÁNH

- Thông thường, \wedge là phép nối chính với \exists
- Lỗi thường gặp: dùng \Rightarrow làm phép nối chính với \exists :
$$\exists x. \text{Sinh-viên}(x, \text{CNTT}) \Rightarrow \text{Thông-minh}(x)$$

đúng nếu có bất kỳ ai không là sinh viên CNTT!

CÂU LOGIC BẬC NHẤT

- Mèo là động vật có vú. [Mèo¹, Động-vật-có-vú¹]
$$\forall x. \text{Mèo}(x) \Rightarrow \text{Động-vật-có-vú}(x)$$
- Lan là sinh viên học giỏi. [Sinh-viên¹, Học-giỏi¹, Lan]
$$\text{Sinh-viên}(\text{Lan}) \wedge \text{Học-giỏi}(\text{Lan})$$
- Cháu là con của anh em. [Cháu², Anh-em², Con²]
$$\forall xy. [\text{Cháu}(x,y) \Leftrightarrow \exists z. [\text{Anh-em}(z,y) \wedge \text{Con}(x,z)]]$$
- Bà ngoại là mẹ của mẹ. [các hàm: bà-ngoại, mẹ]
$$\forall xy. x = \text{bà-ngoại}(y) \Leftrightarrow \exists z. x = \text{mẹ}(z) \wedge z = \text{mẹ}(y)$$
- Mọi người đều yêu ai đó. [Yêu²]
$$\forall x. \exists y. \text{Yêu}(x, y)$$

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Không ai yêu Lan.
- Ai cũng có một cha.
- Ai cũng có một cha và một mẹ.
- Bất kỳ ai có một cha cũng có một mẹ.

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Không ai yêu Lan.

$$\forall x. \neg \text{Yêu}(x, \text{Lan})$$

$$\neg \exists x. \text{Yêu}(x, \text{Lan})$$

- Ai cũng có một cha.

$$\forall x. \exists y. \text{Cha}(y, x)$$

- Ai cũng có một cha và một mẹ.

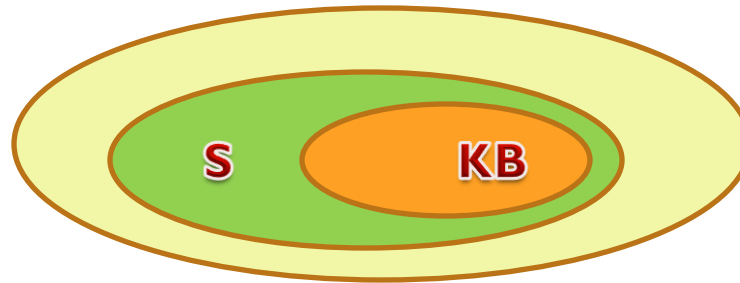
$$\forall x. \exists y, z. \text{Cha}(y, x) \wedge \text{Mẹ}(z, x)$$

- Bất kỳ ai có một cha cũng có một mẹ.

$$\forall x. [[\exists y. \text{Cha}(y, x)] \Rightarrow [\exists y. \text{Mẹ}(y, x)]]$$

SUY DẪN LOGIC BẬC NHẤT

- KB suy dẫn S : với mọi thể hiện I , nếu KB thoả trong I thì S cũng thoả trong I .



- Nói chung suy dẫn liệt kê là không khả thi vì có nhiều vô số thể hiện có thể.
- Ngay cả việc tính toán tính thoả cũng không khả thi đối với các thể hiện có tập hợp vô hạn

CHỨNG MINH VÀ SUY DẪN

- Suy dẫn xuất phát từ khái niệm tổng quát của phép “kéo theo”.
- Không thể tính toán trực tiếp bằng cách liệt kê khái niệm do độ phức tạp quá cao. Do đó, ta sẽ làm theo cách chứng minh.
- Trong FOL, nếu KB suy dẫn được S thì có một tập hữu hạn các chứng minh cho S từ KB.



HỢP GIẢI TRÊN LOGIC BẬC NHẤT

HỢP GIẢI LOGIC BẬC NHẤT

$$\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$$
$$P(A)$$
$$Q(A)$$
$$\forall x, \neg P(x) \vee Q(x)$$
$$P(A)$$
$$Q(A)$$
$$\neg P(A) \vee Q(A)$$
$$P(A)$$
$$Q(A)$$

Tam đoạn luận:

Mọi người đều chết

Socrates là người

Socrates chết

Tương đương theo
định nghĩa của phép
Suy ra

Thay A vào x, vẫn đúng
khi đó Hợp giải Mệnh đề

Hai vấn đề mới:

- biến đổi FOL thành dạng mệnh đề (clausal form)
- hợp giải với biến

DẠNG MỆNH ĐỀ

- Dạng mệnh đề (Clausal form) có
 - cấu trúc ngoài giống CNF
 - không có lượng từ.

$$\forall x. \exists y. P(x) \Rightarrow R(x,y)$$



$$\neg P(x) \vee R(x,y)$$

BIẾN ĐỔI DẠNG MỆNH ĐỀ

1. Loại bỏ các dấu mũi tên

$$\alpha \leftrightarrow \beta \Rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$\alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \neg\alpha \vee \beta$$

2. Phân phối phủ định

$$\neg\neg\alpha \Rightarrow \alpha$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \Rightarrow \neg\alpha \wedge \neg\beta$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$$

$$\neg\forall x. \alpha \Rightarrow \exists x. \neg\alpha$$

$$\neg\exists x. \alpha \Rightarrow \forall x. \neg\alpha$$

3. Đổi tên các biến thành phần

$$\forall x. \exists y. (\neg P(x) \vee \exists x. Q(x, y)) \Rightarrow \forall x_1. \exists y_1. (\neg P(x_1) \vee \exists x_2. Q(x_2, y_1))$$

BIẾN ĐỔI DẠNG MỆNH ĐỀ

4. Skolem hoá (Skolemization)

- thay tên mới cho tất cả lượng từ tồn tại

$$\exists x. P(x) \Rightarrow P(\text{Lan})$$

$$\exists x, y. R(x, y) \Rightarrow R(\text{Thing1}, \text{Thing2})$$

$$\exists x. P(x) \wedge Q(x) \Rightarrow P(\text{Fleep}) \wedge Q(\text{Fleep})$$

$$\exists x. P(x) \wedge \exists x. Q(x) \Rightarrow P(\text{Frog}) \wedge Q(\text{Grog})$$

$$\exists y, \forall x. \text{Loves}(x, y) \Rightarrow \forall x. \text{Loves}(x, \text{Englebert})$$

- thay hàm mới cho tất cả các lượng từ tồn tại ở tầm vực với mọi

$$\forall x \exists y. \text{Loves}(x, y) \Rightarrow \forall x. \text{Loves}(x, \text{beloved}(x))$$

BIẾN ĐỔI DẠNG MỆNH ĐỀ

5. Bỏ các lượng từ với mọi

$$\forall x. \exists y \text{ Loves}(x,y) \Rightarrow \text{Loves}(x, \text{beloved}(x))$$

6. Phân phối *or* vào *and*; trả về các mệnh đề

$$P(z) \vee (Q(z,w) \wedge R(w,z)) \Rightarrow \{P(z) \vee Q(z,w), P(z) \vee Q(w,z)\}$$

7. Đổi tên các biến trong từng mệnh đề

$$\{P(z) \vee Q(z,w), P(z) \vee Q(w,z)\} \Rightarrow \\ \{P(z_1) \vee Q(z_1,w_1), P(z_2) \vee Q(w_2,z_2)\}$$

HỢP GIẢI LOGIC BẬC NHẤT

$$\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$$
$$P(A)$$
$$Q(A)$$
$$\forall x, \neg P(x) \vee Q(x)$$
$$P(A)$$
$$Q(A)$$
$$\neg P(A) \vee Q(A)$$
$$P(A)$$
$$Q(A)$$

Tam đoạn luận:

Mọi người đều chết

Socrates là người

Socrates chết

Tương đương theo
định nghĩa của phép
Suy ra

Thay A vào x, vẫn đúng
khi đó Hợp giải Mệnh đề

Điều chủ yếu là tìm
các phép thế đúng
dẫn cho các biến

PHÉP THẾ

- $P(x, f(y), B)$: một câu nguyên tố

Các thể hiện	Phép thế $\{v_1/t_1, v_2/t_2 \dots\}$	Ghi chú
$P(z, f(w), B)$	$\{x/z, y/w\}$	Đổi tên biến
$P(x, f(A), B)$	$\{y/A\}$	
$P(g(z), f(A), B)$	$\{x/g(z), y/A\}$	
$P(C, f(A), B)$	$\{x/C, y/A\}$	Phép thế cơ sở

- Áp dụng một phép thế

$$P(x, f(y), B) \{y/A\} = P(x, f(A), B)$$

$$P(x, f(y), B) \{y/A, x/y\} = P(A, f(A), B)$$

PHÉP ĐỒNG NHẤT

- Hai biểu thức ω_1 và ω_2 là đồng nhất được (**unifiable**) khi và chỉ khi tồn tại thế s sao cho

$$\omega_1 s = \omega_2 s$$

- Gọi $\omega_1 = x$ và $\omega_2 = y$, đây là các **phép đồng nhất**:

s	$\omega_1 s$	$\omega_2 s$
$\{y / x\}$	x	x
$\{x / y\}$	y	y
$\{x / f(f(A)), y / f(f(A))\}$	$f(f(A))$	$f(f(A))$
$\{x/A, y/A\}$	A	A

ĐỒNG NHẤT TỔNG QUÁT NHẤT

- Để đồng nhất $Knows(John, x)$ và $Knows(y, z)$, ta có các phép thế
 $\theta = \{y/John, x/z\}$ hay $\theta = \{y/John, x/John, z/John\}$
- Phép đồng nhất đầu tiên **tổng quát hơn** phép đồng nhất thứ hai.

ĐỒNG NHẤT TỔNG QUÁT NHẤT

- g là **phép đồng nhất tổng quát nhất (most general unifier - MGU)** của ω_1 và ω_2 khi và chỉ khi với mọi phép đồng nhất s , tồn tại s' sao cho $\omega_1.s = (\omega_1.g)s'$

ω_1	ω_2	MGU
$P(x)$	$P(A)$	$\{x/A\}$
$P(f(x), y, g(x))$	$P(f(x), x, g(x))$	$\{y/x\}$ hay $\{x/y\}$
$P(f(x), y, g(y))$	$P(f(x), z, g(x))$	$\{y/x, z/x\}$
$P(x, B, B)$	$P(A, y, z)$	$\{x/A, y/B, z/B\}$
$P(g(f(v)), g(u))$	$P(x, x)$	$\{x/g(f(v)), u/f(v)\}$
$P(x, f(x))$	$P(x, x)$	Không có MGU!

THUẬT TOÁN ĐỒNG NHẤT

```
unify(Expr x, Expr y, Subst s){  
    if s = fail, return fail  
    else if  $x = y$ , return s  
    else if x là một biến, return unify-var(x, y, s)  
    else if y là một biến, return unify-var(y, x, s)  
    else if x là một vị từ hay một hàm,  
        if y có cùng toán tử,  
            return unify(args(x), args(y), s)  
        else  
            return fail  
    else // x và y là các danh sách  
        return unify(rest(x), rest(y), unify(first(x), first(y), s))  
    return fail  
}
```


THỦ TỤC ĐỒNG NHẤT BIẾN

Thế vào *var* và *x* khi còn có thể, tiếp đó thêm vào ràng buộc mới.

```
unify-var(Variable var, Expr x, Subst s){  
    if var đã được gắn với giá trị val trong s,  
        return unify(val, x, s)  
    else if x được gắn với giá trị val trong s,  
        return unify(var, val, s)  
    else if var xuất hiện đâu đó trong x, return fail  
    else return add({var/x}, s)  
}
```

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Hãy tìm MGU cho các cặp câu sau

ω_1	ω_2	MGU
$A(B, C)$	$A(x, y)$?
$A(x, f(D, x))$	$A(E, f(D, y))$?
$A(x, y)$	$A(f(C, y), z)$?
$P(A, x, f(g(y)))$	$P(y, f(z), f(z))$?
$P(x, g(f(A)), f(x))$	$P(f(y), z, y)$?
$P(x, f(y))$	$P(z, g(w))$?

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Hãy tìm MGU cho các cặp câu sau

ω_1	ω_2	MGU
$A(B, C)$	$A(x, y)$	$\{x/B, y/C\}$
$A(x, f(D, x))$	$A(E, f(D, y))$	$\{x/E, y/E\}$
$A(x, y)$	$A(f(C, y), z)$	$\{x/f(C, y), y/z\}$
$P(A, x, f(g(y)))$	$P(y, f(z), f(z))$	$\{y/A, x/f(z), z/g(y)\}$
$P(x, g(f(A)), f(x))$	$P(f(y), z, y)$	Không có MGU
$P(x, f(y))$	$P(z, g(w))$	Không có MGU

HỢP GIẢI LOGIC BẬC NHẤT

- Hợp giải Robinson: để chứng minh một tập KB có suy dẫn logic được một câu α hay không, viết lại $KB \wedge \neg\alpha$ dưới dạng mệnh đề (clausal form) và cố gắng suy dẫn ra mệnh đề sai (hợp giải hai mệnh đề đối ngẫu)
- Phép đồng nhất: $\text{Unify}(P(x), P(A)) \rightarrow \theta = \{x/A\}$

VÍ DỤ HỢP GIẢI BẬC NHẤT

- Chứng minh rằng $(P(x) \Rightarrow Q(x))$ và $P(A)$ suy dẫn logic $\exists z. Q(z)$

1.	$\neg P(x) \vee Q(x)$	Tiền đề	
2.	$P(A)$	Tiền đề	
3.	$\neg Q(z)$	Kết luận	
4.	$\neg P(z)$	1, 3	$\theta = \{x/z\}$
5.	False	2, 4	$\theta = \{x/z, z/A\}$

VÍ DỤ HỢP GIẢI BẠC NHẤT

- Cho trước $(P(x) \Rightarrow Q(x))$ và $P(A)$ và $P(B)$, tìm z sao cho $Q(z)$ là đúng

1.	$\neg P(x) \vee Q(x)$	Tiền đề	
2.	$P(A)$	Tiền đề	
3.	$P(B)$	Tiền đề	
4.	$\neg Q(z)$	Kết luận	
5.	$\neg P(z)$	1, 4	$\theta = \{x/z\}$
6.	False	2, 5	$\theta = \{x/z, z/A\}$
7.	False	3, 5	$\theta = \{x/z, z/B\}$

VÍ DỤ QUAN HỆ HỌ HÀNG

Art là cha của Bob và Bud.

Bob là cha của Cal và Coe.

Ông nội là cha của cha.

$F(\text{Art}, \text{Bob})$

$F(\text{Art}, \text{Bud})$

$F(\text{Bob}, \text{Cal})$

$F(\text{Bob}, \text{Coe})$

$F(x, y) \wedge F(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

ART LÀ ÔNG CỦA COE?

1.	$F(\text{Art}, \text{Bob})$	Tiền đề
2.	$F(\text{Art}, \text{Bud})$	Tiền đề
3.	$F(\text{Bob}, \text{Cal})$	Tiền đề
4.	$F(\text{Bob}, \text{Coe})$	Tiền đề
5.	$\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$	Tiền đề
6.	$\neg G(\text{Art}, \text{Coe})$	Kết luận
7.	$\neg F(\text{Art}, y) \vee \neg F(y, \text{Coe})$	5, 6 $\theta = \{x/\text{Art}, z/\text{Coe}\}$
8.	$\neg F(\text{Art}, \text{Bob})$	4, 7 $\theta = \{x/\text{Art}, z/\text{Coe}, y/\text{Bob}\}$
9.	False	1, 8 $\theta = \{x/\text{Art}, z/\text{Coe}, y/\text{Bob}\}$

AI LÀ ÔNG CỦA COE?

- | | | |
|----|---|---|
| 1. | $F(\text{Art}, \text{Bob})$ | Tiền đề |
| 2. | $F(\text{Art}, \text{Bud})$ | Tiền đề |
| 3. | $F(\text{Bob}, \text{Cal})$ | Tiền đề |
| 4. | $F(\text{Bob}, \text{Coe})$ | Tiền đề |
| 5. | $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$ | Tiền đề |
| 6. | $\neg G(x_2, \text{Coe})$ | Kết luận |
| 7. | $\neg F(x_2, y) \vee \neg F(y, \text{Coe})$ | 5, 6 $\theta = \{z/\text{Coe}, x/x_2\}$ |
| 8. | $\neg F(\text{Bob}, \text{Coe})$ | 1, 7 $\theta = \{z/\text{Coe}, x/x_2, \underline{x_2}/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$ |
| 9. | False | 4, 8 $\theta = \{z/\text{Coe}, x/x_2, \underline{x_2}/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$ |

AI LÀ CHÁU CỦA ART?

1.	$F(\text{Art}, \text{Bob})$	Tiền đề
2.	$F(\text{Art}, \text{Bud})$	Tiền đề
3.	$F(\text{Bob}, \text{Cal})$	Tiền đề
4.	$F(\text{Bob}, \text{Coe})$	Tiền đề
5.	$\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$	Tiền đề
6.	$\neg G(\text{Art}, z_2)$	Kết luận
7.	$\neg F(\text{Art}, y) \vee \neg F(y, z_2)$	5, 6 $\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2\}$
8.	$\neg F(\text{Bob}, z_2)$	1, 7 $\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bob}\}$
9.	$\neg F(\text{Bud}, z_2)$	2, 7 $\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bud}\}$
10.	False	3, 8 $\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bob}, \underline{z_2/\text{Cal}}\}$
11.	False	4, 8 $\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bob}, \underline{z_2/\text{Coe}}\}$

CÁC CẶP ÔNG VÀ CHÁU?

1.	$F(\text{Art}, \text{Bob})$	Tiền đề
2.	$F(\text{Art}, \text{Bud})$	Tiền đề
3.	$F(\text{Bob}, \text{Cal})$	Tiền đề
4.	$F(\text{Bob}, \text{Coe})$	Tiền đề
5.	$\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$	Tiền đề
6.	$\neg G(x, z)$	Kết luận
7.	$\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z)$	5, 6 $\theta = \{\}$
8.	$\neg F(\text{Bob}, z)$	1, 7 $\theta = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$
9.	$\neg F(\text{Bud}, z)$	2, 7 $\theta = \{x/\text{Art}, y/\text{Bud}\}$
10.	False	3, 8 $\theta = \{\underline{x}/\text{Art}, y/\text{Bob}, \underline{z}/\text{Cal}\}$
11.	False	4, 8 $\theta = \{\underline{x}/\text{Art}, y/\text{Bob}, \underline{z}/\text{Coe}\}$

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Cho các câu sau:
 1. Jack sở hữu một con chó.
 2. Ai sở hữu một con chó là người yêu động vật.
 3. Người nào yêu động vật thì không giết động vật.
 4. Jack giết Tuna hoặc Curiosity giết Tuna
 5. Tuna là một con mèo.
 6. Mọi con mèo đều là động vật.
- Hãy sử dụng các vị từ sau đây biểu diễn các câu trên về dạng logic bậc nhất.

$D(x)$: “x là con chó”	$O(x, y)$: “x sở hữu y”
$L(x)$: “x là người yêu động vật”	$A(x)$: “x là động vật”
$K(x, y)$: “x giết y”	$C(x)$: “x là con mèo”
- Từ các câu trên, hãy chứng minh xem Curiosity có giết Tuna hay không?

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Biến đổi thành câu logic bậc nhất
 1. Jack sở hữu một con chó.
 $\exists x. D(x) \wedge O(\text{Jack}, x)$
 2. Ai sở hữu một con chó là người yêu động vật.
 $\forall x. (\exists y. D(y) \wedge O(x, y)) \rightarrow L(x)$
 3. Người nào yêu động vật thì không giết động vật.
 $\forall x. L(x) \rightarrow (\forall y. A(y) \rightarrow \neg K(x, y))$
 4. Jack giết Tuna hoặc Curiosity giết Tuna.
 $K(\text{Jack}, \text{Tuna}) \vee K(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$
 5. Tuna là một con mèo.
 $C(\text{Tuna})$
 6. Mọi con mèo đều là động vật.
 $\forall x. C(x) \rightarrow A(x)$

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Biến đổi từ câu logic bậc nhất thành dạng chuẩn

1. $\exists x. D(x) \wedge O(\text{Jack}, x)$
 $D(A) \wedge O(\text{Jack}, A)$

2. $\forall x. (\exists y. D(y) \wedge O(x, y)) \rightarrow L(x)$
 $\forall x. (\neg \exists y. D(y) \wedge O(x, y)) \vee L(x)$
 $\forall x. \forall y. \neg(D(y) \wedge O(x, y)) \vee L(x)$
 $\forall x. \forall y. \neg D(y) \vee \neg O(x, y) \vee L(x)$
 $\neg D(y) \vee \neg O(x, y) \vee L(x)$

3. $\forall x. L(x) \rightarrow (\forall y. A(y) \rightarrow \neg K(x, y))$
 $\forall x. \neg L(x) \vee (\forall y. \neg A(y) \vee \neg K(x, y))$
 $\neg L(x) \vee \neg A(y) \vee \neg K(x, y)$

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Chứng minh bằng hợp giải

STT	Mệnh đề	Ghi chú
1	$D(A)$	
2	$O(\text{Jack}, A)$	
3	$\neg D(y) \vee \neg O(x, y) \vee L(x)$	
4	$\neg L(x) \vee \neg A(y) \vee \neg K(x, y)$	
5	$K(\text{Jack}, \text{Tuna}) \vee K(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$	
6	$C(\text{Tuna})$	
7	$\neg C(x) \vee A(x)$	
8	$\neg K(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$	Phủ định kết luận

BÀI TẬP VÍ DỤ

- Chứng minh bằng hợp giải

STT	Mệnh đề	Ghi chú
1	$D(A)$	
2	$O(\text{Jack}, A)$	
3	$\neg D(y) \vee \neg O(x, y) \vee L(x)$	
4	$\neg L(x) \vee \neg A(y) \vee \neg K(x, y)$	
5	$K(\text{Jack}, \text{Tuna}) \vee K(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$	
6	$C(\text{Tuna})$	
7	$\neg C(x) \vee A(x)$	
8	$\neg K(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$	Phủ định kết luận
9	$K(\text{Jack}, \text{Tuna})$	5, 8
10	$A(\text{Tuna})$	6, 7 $\{x/\text{Tuna}\}$
11	$\neg L(\text{Jack}) \vee \neg A(\text{Tuna})$	4, 9 $\{x/\text{Jack}, y/\text{Tuna}\}$
12	$\neg L(\text{Jack})$	10, 11
13	$\neg D(y) \vee \neg O(\text{Jack}, y)$	3, 12 $\{x/\text{Jack}\}$
14	$\neg D(A)$	2, 13 $\{y/A\}$
15	•	14, 1



SUY DIỄN TIẾN TRÊN LOGIC BẬC NHẤT

SUY DIỄN TIỀN

- Suy diễn tiến (Forward chaining) và suy diễn lùi (Backward chaining) được áp dụng lên các biểu thức dạng Horn
- Biểu thức dạng Horn: trong biểu thức có nhiều nhất một literal khẳng định

$$p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3 \vee \dots \vee \neg p_n$$

- Hay dạng luật (luật sinh)

$$p_2 \wedge p_3 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow p_1$$

THUẬT TOÁN SUY DIỄN TIẾN

```
FOL-FC-Ask(KB,  $\alpha$ ) {  
  repeat until new là rỗng  
    new  $\leftarrow \{\}$   
    for each câu r trong KB // r ở dạng chuẩn hóa  $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)$   
      for each phép thế  $\theta$  sao cho  $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n)\theta = (p'_1 \wedge \dots \wedge p'_n)\theta$   
        với  $p'_1, \dots, p'_n$  nào đó trong KB  
           $q' \leftarrow \text{Subst}(\theta, q)$   
          if  $q'$  không phải là một câu đã có trong KB hay new then  
            thêm  $q'$  vào new  
             $\phi \leftarrow \text{Unify}(q', \alpha)$  // nếu đạt tới kết luận  $\alpha$   
            if  $\phi$  thành công then return  $\phi$   
          thêm new vào KB  
  return false  
}
```

VÍ DỤ SUY DIỄN TIỀN

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$
5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$
6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$
7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$
8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$
9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$
10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

VÍ DỤ SUY DIỄN TIỀN

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$
5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$
6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$
7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$
8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$
9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$
10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$

$$\theta_1 = \{x/\text{Ave}, y/\text{Bee}\} \qquad M(\text{Ave}, \text{Bee})$$

$$q' = P(\text{Ave}, \text{Bee})$$

$$\theta_2 = \{x/\text{Bee}, y/\text{Cal}\} \qquad M(\text{Bee}, \text{Cal})$$

$$q' = P(\text{Bee}, \text{Cal})$$

$$\theta_3 = \{x/\text{Bee}, y/\text{Coe}\} \qquad M(\text{Bee}, \text{Coe})$$

$$q' = P(\text{Bee}, \text{Coe})$$

VÍ DỤ SUY DIỄN TIỀN

- | | | |
|--------------------------------|--|---------------------------------|
| 1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$ | 6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$ | 11. $P(\text{Ave}, \text{Bee})$ |
| 2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$ | 7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$ | 12. $P(\text{Bee}, \text{Cal})$ |
| 3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$ | 8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ | 13. $P(\text{Bee}, \text{Coe})$ |
| 4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$ | 9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ | |
| 5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$ | 10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$ | |

9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$

$$\theta_1 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$$

$$F(\text{Art}, \text{Bob})$$

$$q' = P(\text{Art}, \text{Bob})$$

$$\theta_2 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bud}\}$$

$$F(\text{Art}, \text{Bud})$$

$$q' = P(\text{Art}, \text{Bud})$$

$$\theta_3 = \{x/\text{Bob}, y/\text{Cal}\}$$

$$F(\text{Bob}, \text{Cal})$$

$$q' = P(\text{Bob}, \text{Cal})$$

$$\theta_4 = \{x/\text{Bob}, y/\text{Coe}\}$$

$$F(\text{Bob}, \text{Coe})$$

$$q' = P(\text{Bob}, \text{Coe})$$

VÍ DỤ SUY DIỄN TIỀN

- | | | | |
|----------------|--|-----------------|-----------------|
| 1. F(Art, Bob) | 6. M(Bee, Coe) | 11. P(Ave, Bee) | 16. P(Bob, Cal) |
| 2. F(Art, Bud) | 7. M(Bee, Cal) | 12. P(Bee, Cal) | 17. P(Bob, Coe) |
| 3. F(Bob, Cal) | 8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ | 13. P(Bee, Coe) | |
| 4. F(Bob, Coe) | 9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ | 14. P(Art, Bob) | |
| 5. M(Ave, Bee) | 10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$ | 15. P(Art, Bud) | |

10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

$\theta_1 = \{x/\text{Ave}, y/\text{Bee}, z/\text{Cal}\} \quad P(\text{Ave}, \text{Bee}) \wedge P(\text{Bee}, \text{Cal})$

$q' = G(\text{Ave}, \text{Cal})$

$\theta_2 = \{x/\text{Ave}, y/\text{Bee}, z/\text{Coe}\} \quad P(\text{Ave}, \text{Bee}) \wedge P(\text{Bee}, \text{Coe})$

$q' = G(\text{Ave}, \text{Coe})$

$\theta_3 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}, z/\text{Cal}\} \quad P(\text{Art}, \text{Bob}) \wedge P(\text{Bob}, \text{Cal})$

$q' = G(\text{Art}, \text{Cal})$

$\theta_4 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}, z/\text{Coe}\} \quad P(\text{Art}, \text{Bob}) \wedge P(\text{Bob}, \text{Coe})$

$q' = G(\text{Art}, \text{Coe})$



SUY DIỄN LÙI TRÊN LOGIC BẬC NHẤT

THUẬT TOÁN SUY DIỄN LÙI

FOL-BC-ASK(KB, goals, θ) {

Inputs: *KB*, cơ sở tri thức

goals, danh sách dưới dạng nối liền của một câu truy vấn

θ , phép thế hiện tại, được khởi tạo rỗng { }

biến cục bộ: *ans*, một tập các phép thế, được khởi tạo rỗng

if *goals* rỗng **then return** { θ }

$q' \leftarrow \text{SUBST}(\theta, \text{first}(\text{goals}))$

for each *r* trong *KB* mà *r* có dạng chuẩn $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)$

và $\theta' \leftarrow \text{UNIFY}(q, q')$ thành công

$\text{ans} \leftarrow \text{FOL-BC-ASK}(\text{KB}, [p_1, \dots, p_n \mid \text{REST}(\text{goals})], \theta \cup \theta') \cup \text{ans}$

return *ans*

}

VÍ DỤ SUY DIỄN LÙI

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$ | 6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$ |
| 2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$ | 7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$ |
| 3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$ | 8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ |
| 4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$ | 9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ |
| 5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$ | 10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$ |

Ask($G(\text{Art}, \text{Cal})$, $\{\}$)

$q' = G(\text{Art}, \text{Cal})$

$\theta' = \{x/\text{Art}, z/\text{Cal}\}$

// $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

Ask($\{P(x, y), P(y, z)\}, \{x/\text{Art}, z/\text{Cal}\}$)

$q' = P(\text{Art}, y)$

$\theta' = \{x_2/\text{Art}, y/y_2\}$

// $F(x_2, y_2) \Rightarrow P(x_2, y_2)$

Ask($\{F(x_2, y_2), P(y, z)\}, \{x/\text{Art}, z/\text{Cal}, x_2/\text{Art}, y/y_2\}$)

$q' = F(\text{Art}, y_2)$

$\theta' = \{y_2/\text{Bob}\}$

// $F(\text{Art}, \text{Bob})$

Ask($\{P(y, z)\}, \{x/\text{Art}, z/\text{Cal}, x_2/\text{Art}, y_2/\text{Bob}, y/y_2\}$)

$q' = P(\text{Bob}, \text{Cal})$

$\theta' = \{x_3/\text{Bob}, y_3/\text{Cal}\}$ // $F(x_3, y_3) \Rightarrow P(x_3, y_3)$

Ask($\{F(x_3, y_3)\}, \{\dots x_3/\text{Bob}, y_3/\text{Cal}\}$)

→ ans

VÍ DỤ SUY DIỄN LÙI

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$ | 6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$ |
| 2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$ | 7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$ |
| 3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$ | 8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ |
| 4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$ | 9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ |
| 5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$ | 10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$ |

Ask($G(\text{Art}, z)$, $\{\}$)

$q' = G(\text{Art}, z)$

$\theta' = \{x/\text{Art}\}$

// $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

Ask($\{P(x, y), P(y, z)\}, \{x/\text{Art}\}$)

$q' = P(\text{Art}, y)$

$\theta' = \{x/\text{Art}\}$

// $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$

Ask($\{F(x, y), P(y, z)\}, \{x/\text{Art}\}$)

$q' = F(\text{Art}, y)$

$\theta' = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$

// $F(\text{Art}, \text{Bob})$

Ask($\{P(y, z)\}, \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$)

$q' = P(\text{Bob}, z)$

$\theta' = \{x_2/\text{Bob}, y_2/z\}$

// $F(x_2, y_2) \Rightarrow P(x_2, y_2)$

VÍ DỤ SUY DIỄN LÙI

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$ | 6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$ |
| 2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$ | 7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$ |
| 3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$ | 8. $M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ |
| 4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$ | 9. $F(x, y) \Rightarrow P(x, y)$ |
| 5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$ | 10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$ |

$\text{Ask}(G(\text{Art}, z), \{\})$

.....
 $\text{Ask}(\{F(x_2, y_2)\}, \{\dots x_2/\text{Bob}, y_2/z\})$

$q' = F(\text{Bob}, z)$

$\theta' = \{z/\text{Cal}\}$

// $F(\text{Bob}, \text{Cal})$

$\text{Ask}(\{\}, \{\dots z/\text{Cal}\}) \rightarrow \text{ans}$

$\theta' = \{z/\text{Coe}\}$

// $F(\text{Bob}, \text{Coe})$

$\text{Ask}(\{\}, \{\dots z/\text{Coe}\}) \rightarrow \text{ans}$

$\theta' = \{x/\text{Art}\} \quad // M(x, y) \Rightarrow P(x, y)$

$\text{Ask}(\{M(x, y), P(y, z)\}, \{x/\text{Art}\})$

$q' = M(\text{Art}, y)$

$\rightarrow \text{false}$

ĐẶC ĐIỂM CỦA SUY DIỄN LÙI

- Tìm kiếm chứng minh bằng cách đệ qui theo chiều sâu: không gian tuyến tính theo kích thước của chứng minh
- Không đầy đủ do lặp vô tận
 - Giải pháp: Kiểm tra trạng thái hiện tại với mọi trạng thái đang có trong stack
- Không hiệu quả do các mục tiêu con bị lặp lại (cả khi thất bại cũng như thành công)
 - Giải pháp: dùng bộ nhớ tạm lưu các mục tiêu con đã duyệt
- Được dùng nhiều trong **lập trình logic** (ngôn ngữ Prolog)

TỔNG KẾT

- Nắm vững các khái niệm về logic bậc nhất: cú pháp, ngữ nghĩa, các lượng từ, suy diễn và chứng minh.
- Có khả năng phát biểu bài toán dưới dạng câu logic bậc nhất.
- Có khả năng áp dụng thành thạo các phương pháp chứng minh trên logic bậc nhất, đặc biệt là hợp giải.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Tài liệu bài giảng môn học
- Chapter 9, 10 – MIT OpenCourseWare:
<http://ocw.mit.edu/>
- Chapter 8, 9. S. Russel and P. Norvig,
Artificial Intelligence – A Modern Approach.
Third Edition. 2010



KẾT THÚC CHỦ ĐỀ