

TÀI LIỆU LÝ THUYẾT TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Chủ đề 6

CÁC HỆ CHỨNG MINH LOGIC

Giảng viên: ThS. Vũ Thanh Hưng

Email: vthung@fit.hcmus.edu.vn

Biên soạn: ThS. Nguyễn Ngọc Thảo

NỘI DUNG

- Hệ chứng minh suy diễn tiến
- Hệ chứng minh suy diễn lùi
- Hệ chứng minh bằng hợp giải mệnh đề
 - Cú pháp dạng hội chuẩn CNF (Conjunctive Normal Form)
 - Luật hợp giải
 - Thuật toán Robinson và thủ tục Davis Putnam
- Tài liệu tham khảo



HỆ CHỨNG MINH SUY DIỄN TIỀN

MỆNH ĐỀ HORN

- Literal là biến hay phủ định của biến. Ví dụ:
 - ❖ $\neg A$
 - ❖ B
 - ❖ $\neg C$
- Mệnh đề Horn là nối rời của các literal sao cho có **tối đa một literal là khẳng định**.
 - $\neg A \vee \neg B \vee C$ là mệnh đề horn,
 - $\neg A \vee B \vee C$ không phải là mệnh đề horn.
- Mệnh đề Horn thường được biểu diễn thành dạng luật có tiền đề là nối liền các literal dương và kết quả là một literal dương đơn.
 - $\neg A \vee \neg B \vee C \equiv A \wedge B \Rightarrow C$
- Mệnh đề Horn = (biến mệnh đề), hay, (nối liền các biến) \Rightarrow biến.
Ví dụ:
 - ❖ C
 - ❖ $\neg A \vee B$
 - ❖ $C \wedge D \Rightarrow D$

MỆNH ĐỀ HORN

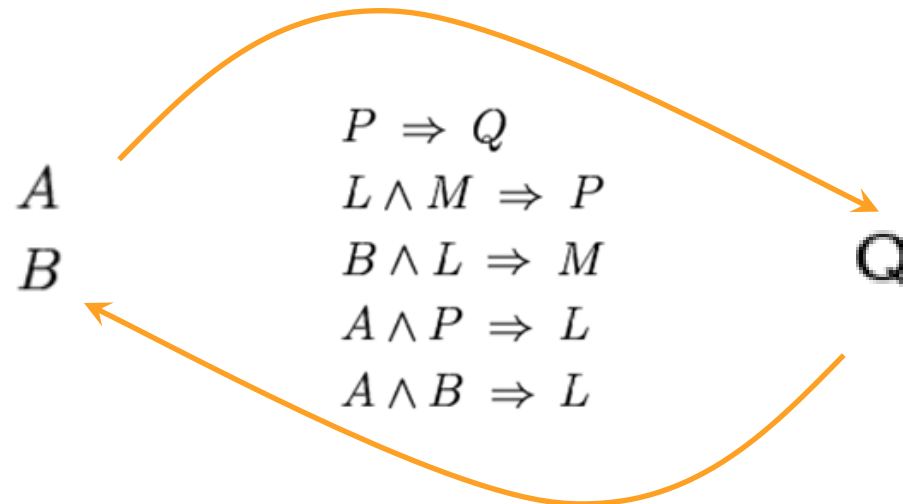
- KB dạng Horn = nối liền các mệnh đề Horn
- Quy tắc suy diễn: **Modus Ponens** – đầy đủ đối với KB dạng Horn

$$\begin{array}{c} \alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha \\ \hline \beta \end{array}$$

- Suy diễn trên mệnh đề Horn được thực hiện bằng phương pháp suy diễn tiến và suy diễn lùi.
- Các thuật toán này rất tự nhiên và chạy với thời gian tuyến tính.

SUY DIỄN TIẾN & LÙI

Suy diễn tiến



Suy diễn lùi

SUY DIỄN TIỀN

- Ý tưởng:
 - kích hoạt tất cả các luật mà tiền đề của nó thoả trong KB,
 - bổ sung kết quả suy diễn vào KB,
 - lặp cho đến khi tìm thấy kết luận

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

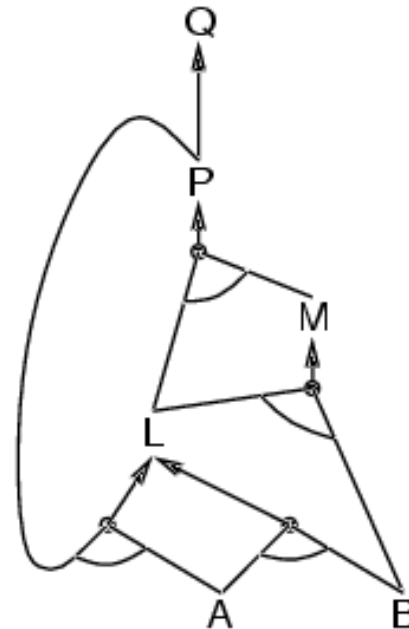
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

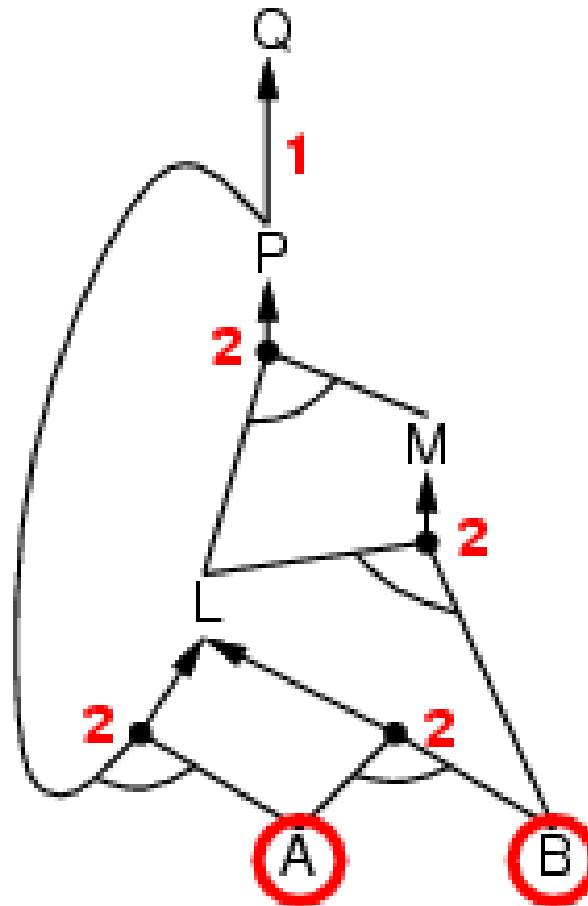
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

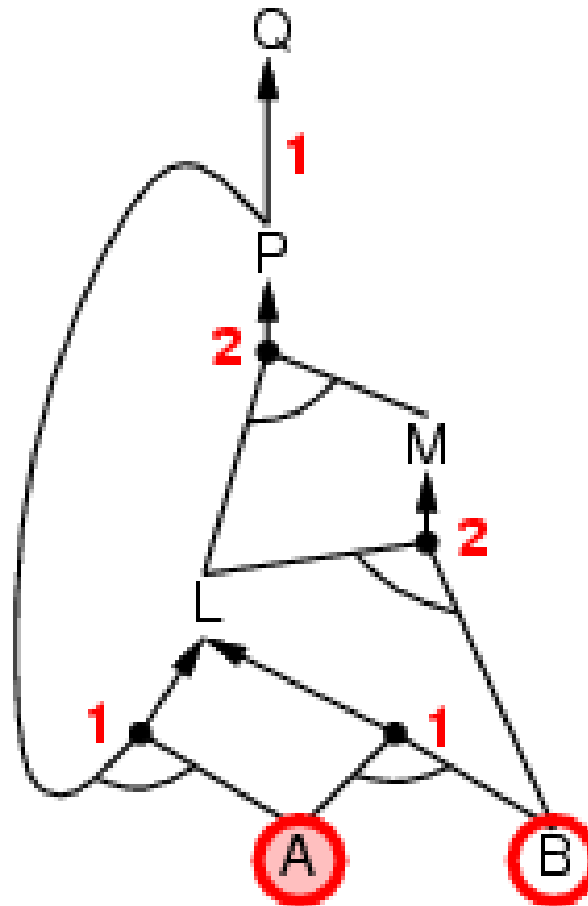
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

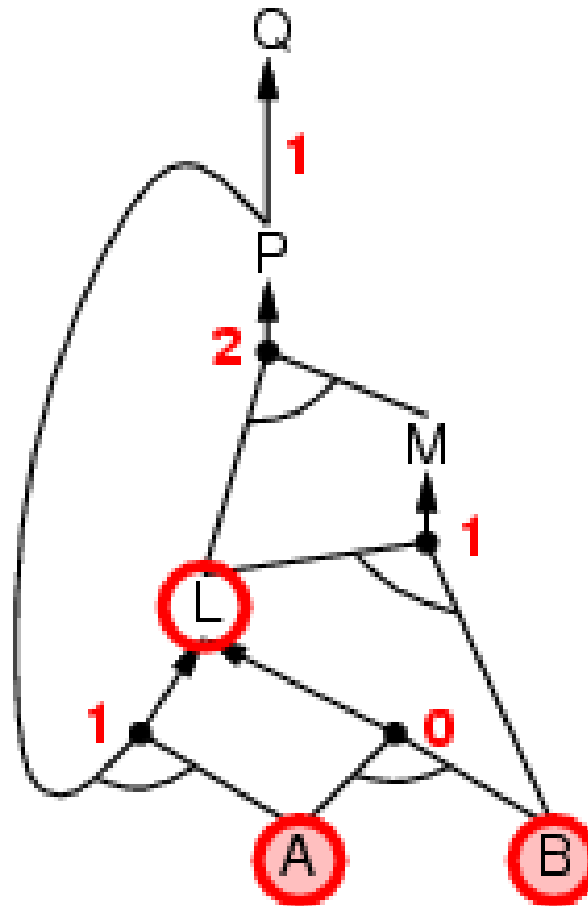
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

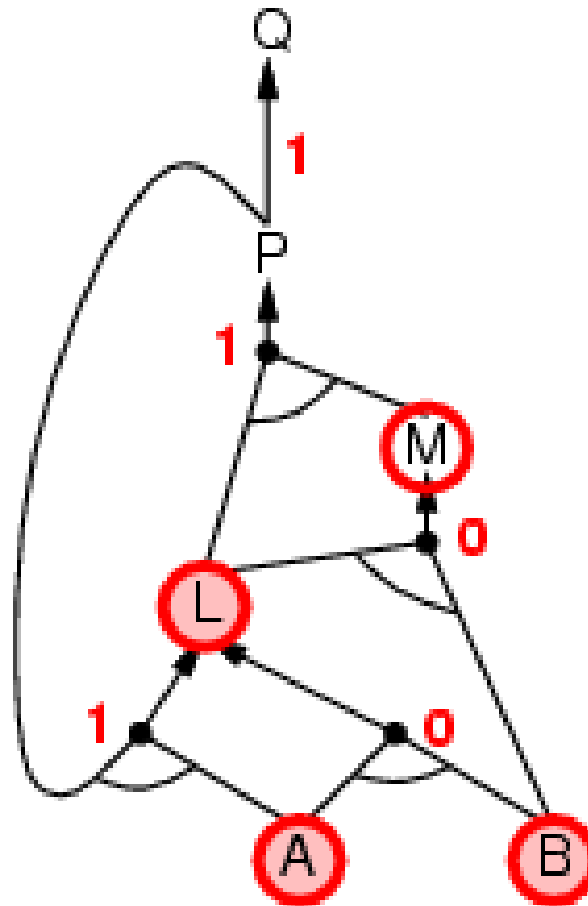
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

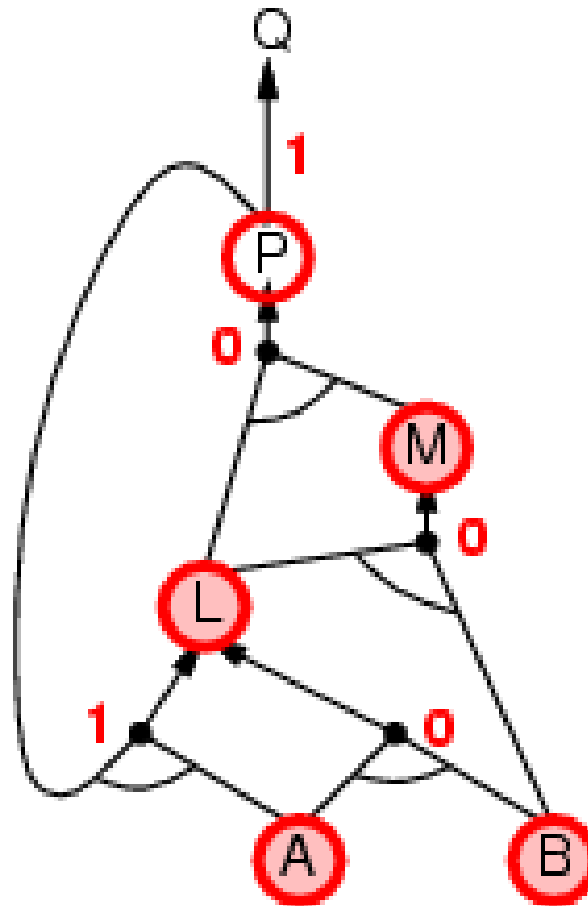
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

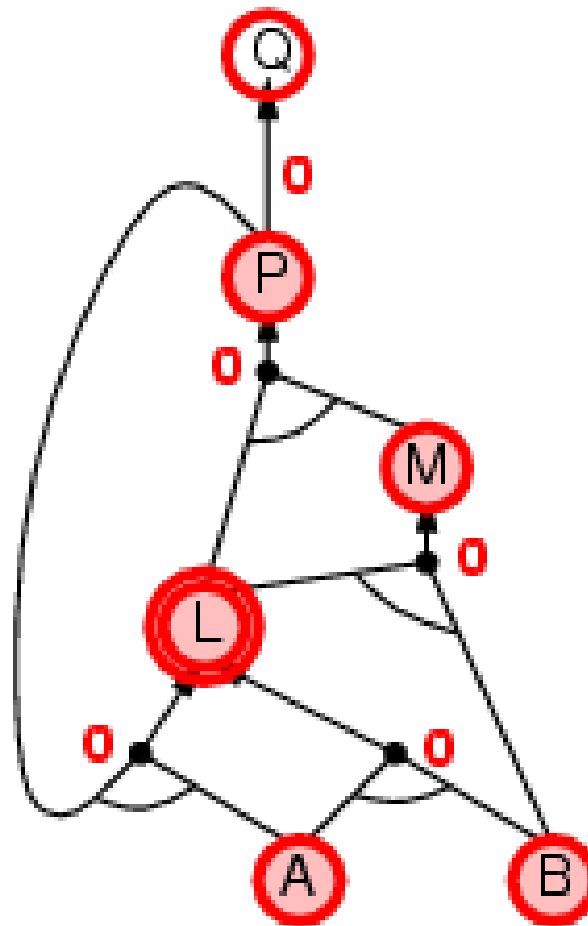
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

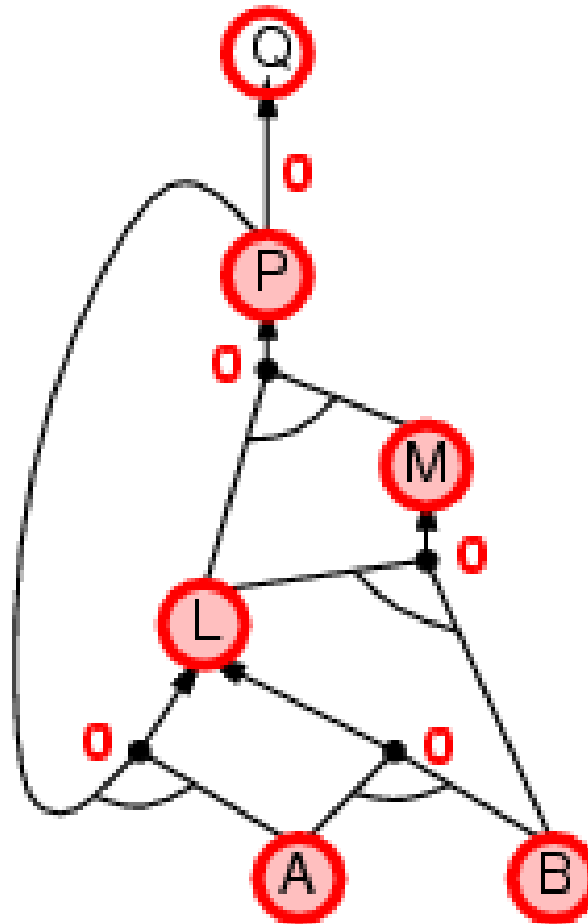
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN TIỀN

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

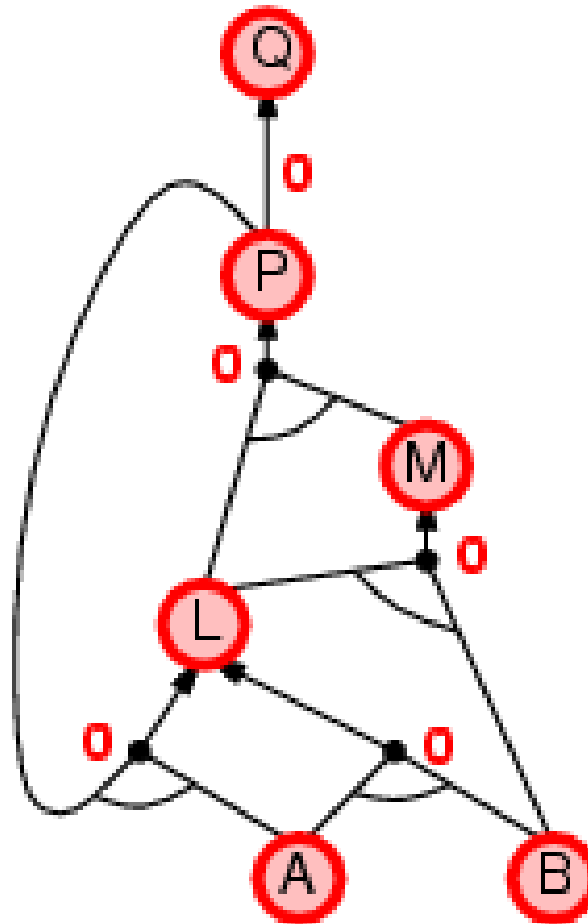
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B





HỆ CHỨNG MINH SUY DIỄN LÙI

SUY DIỄN LÙI

- Ý tưởng: quay lùi từ câu hỏi ***q***
 - kiểm tra xem ***q*** đã biết chưa, hay
 - chứng minh bằng cách suy diễn lùi tất cả tiền đề của một luật nào đó rút ra ***q***
- Tránh loop: kiểm tra xem một mục tiêu phụ đã nằm trong ngăn xếp mục tiêu hay chưa
- Tránh lặp lại công việc: kiểm tra xem một mục tiêu phụ mới
 - đã được chứng minh đúng, hay
 - đã thất bại

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

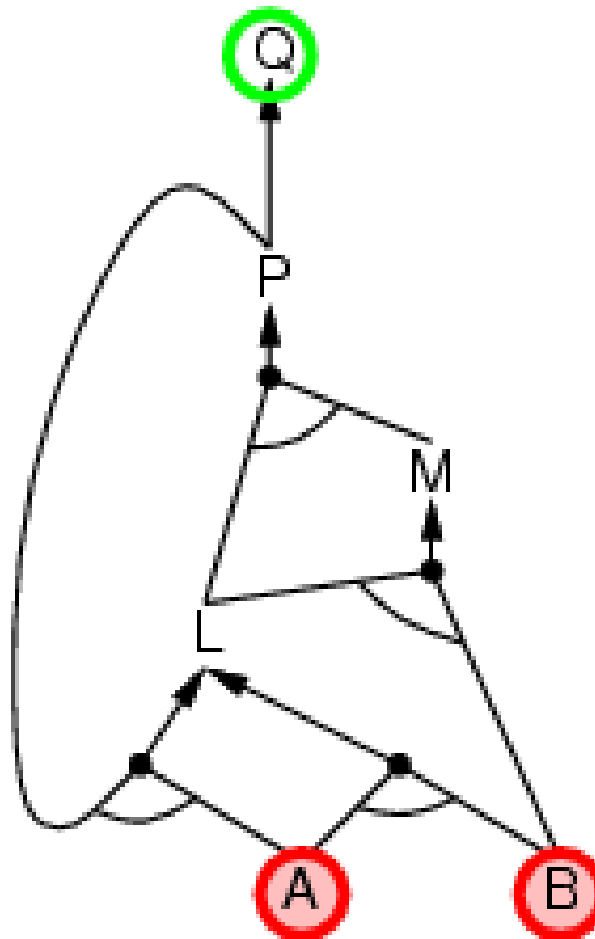
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

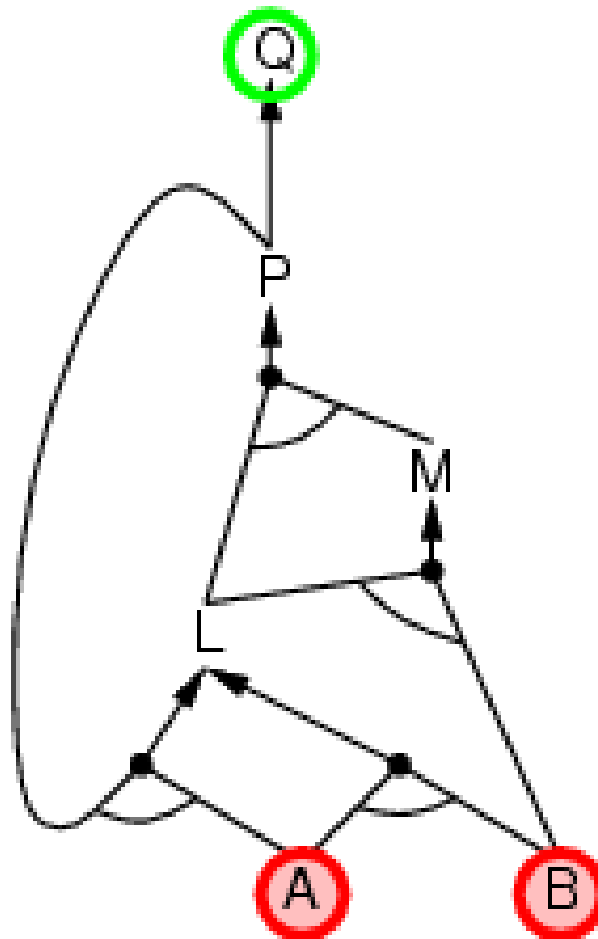
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?
P?

$P \Rightarrow Q$

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

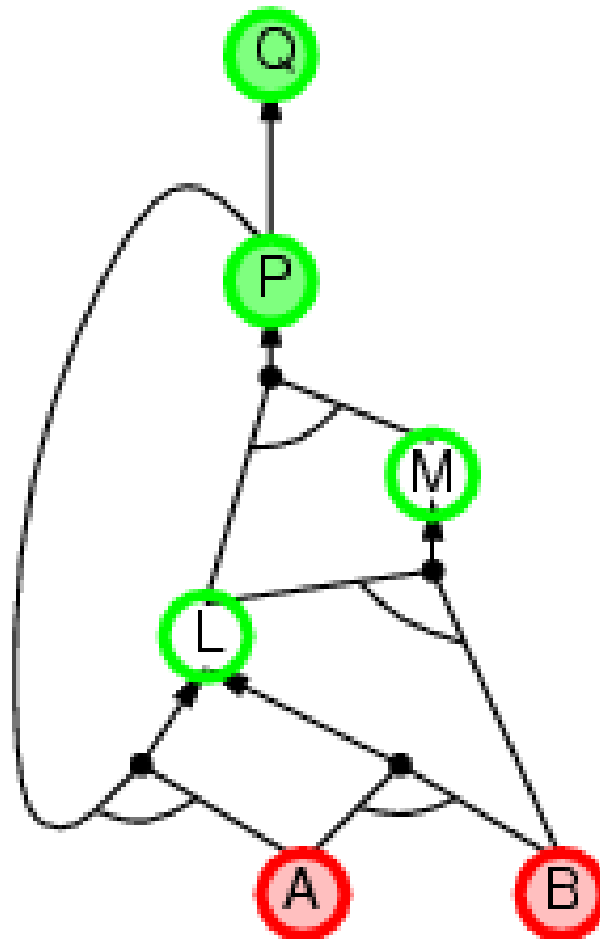
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



$Q?$

$P?$

$L?$

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

SUY DIỄN LÙÌ

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

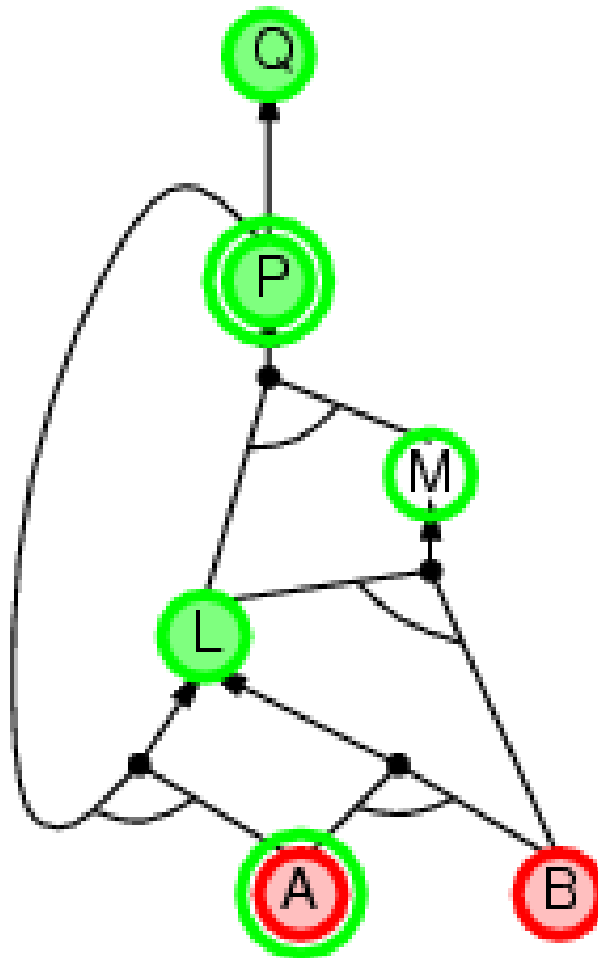
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

P?

L? $A \wedge B \Rightarrow L$

A?

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

✓

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

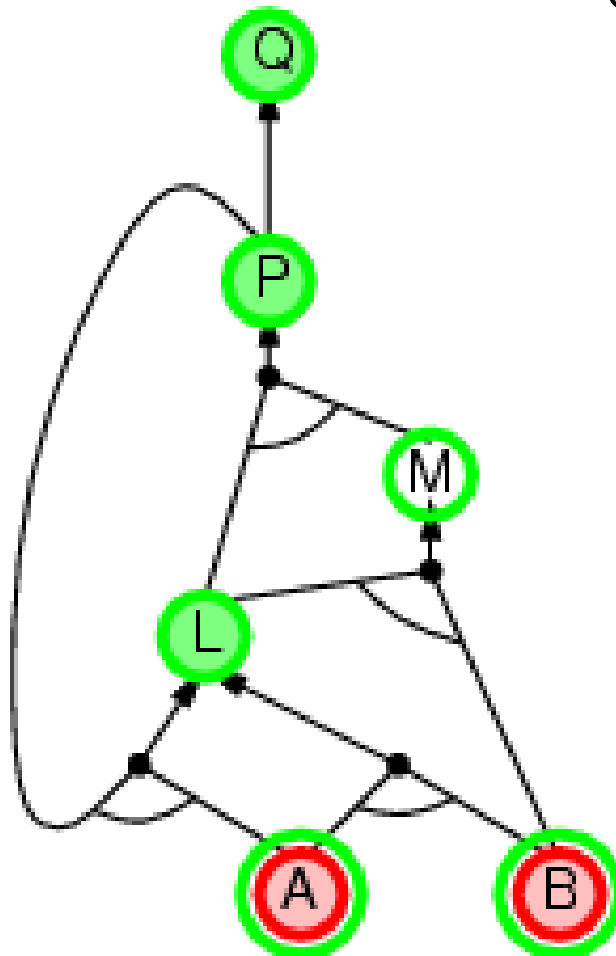
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

P?

L? $A \wedge B \Rightarrow L$

A?

B?

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

✓

✓

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

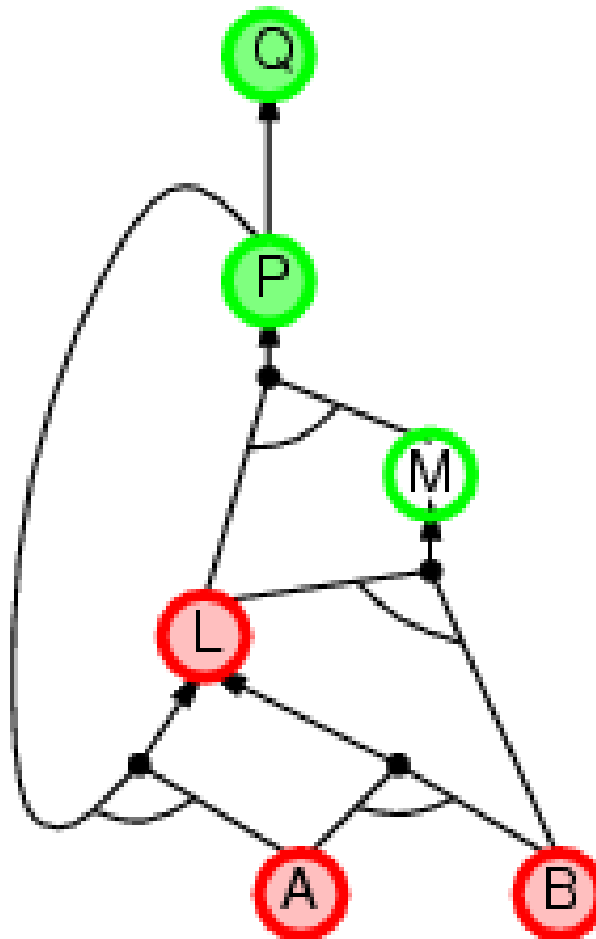
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

P?

L? ✓

A?

B?

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

✓

✓

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

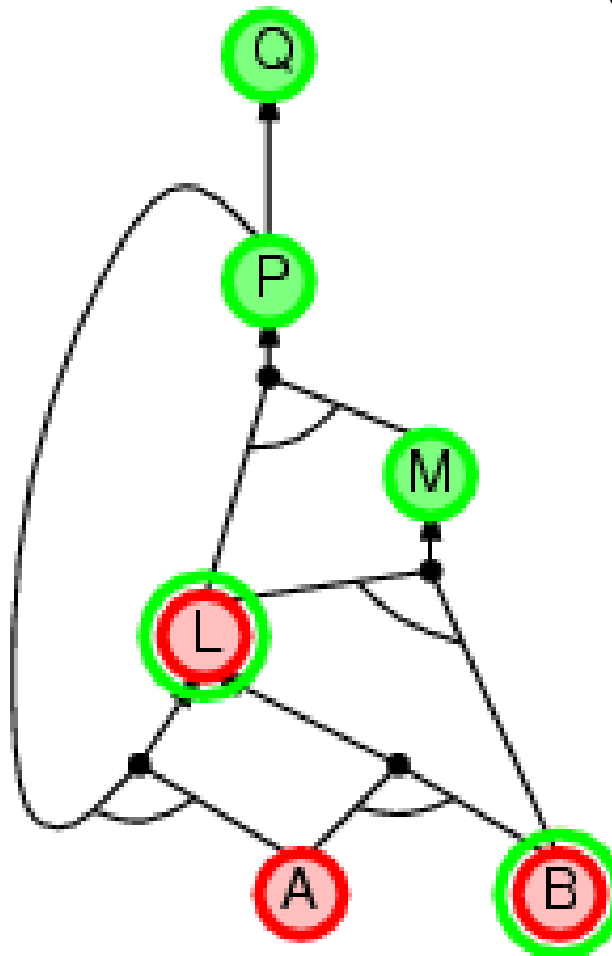
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

P?

L? ✓

A?

B?

M? $L \wedge B \Rightarrow M$

L?

B?

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

✓

✓

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

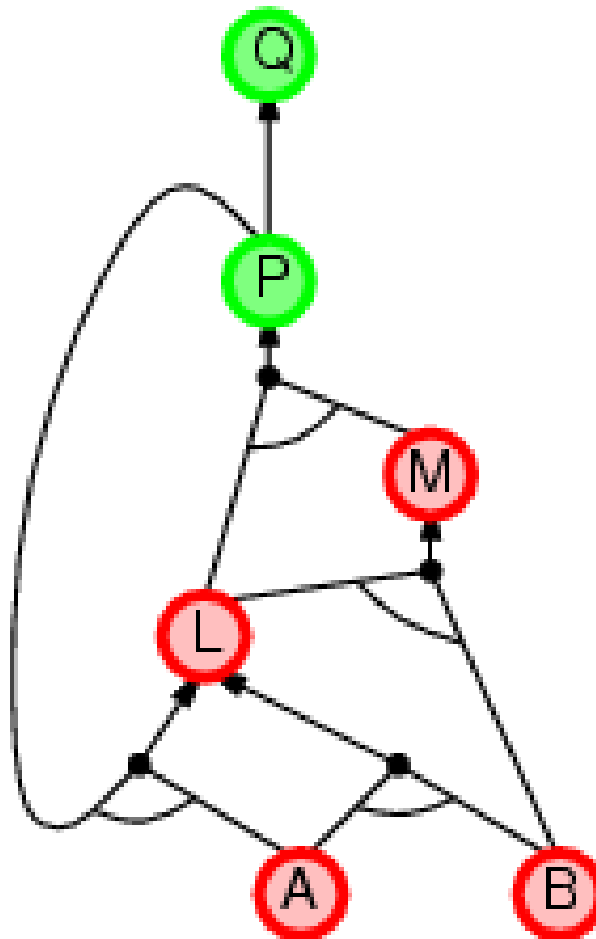
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

P?

L? ✓

A?

B?

M? ✓

L?

B?

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

✓

✓

✓

✓

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

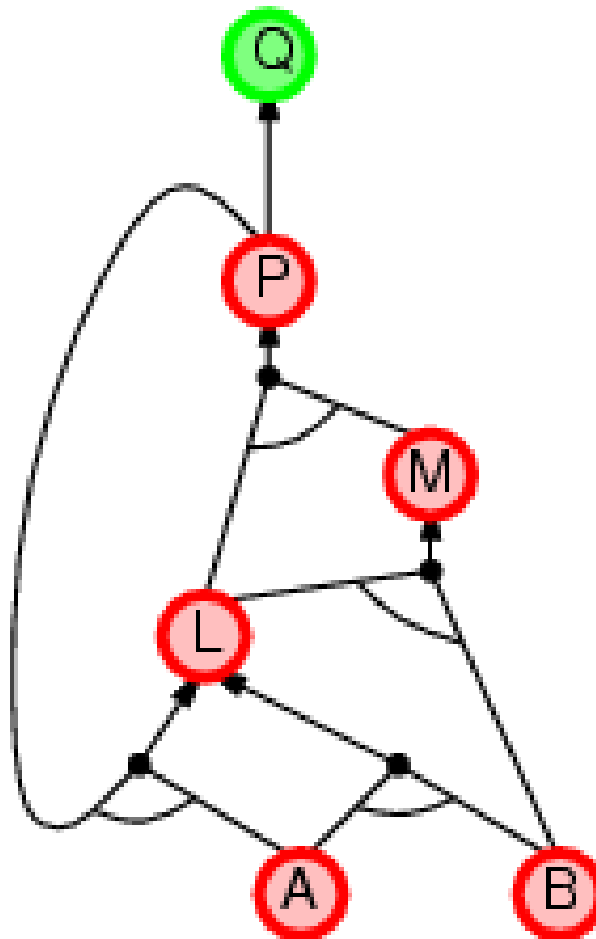
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

✓

P?

✓

L? ✓

A?

✓

B?

✓

M? ✓

L?

✓

B?

✓

SUY DIỄN LÙI

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

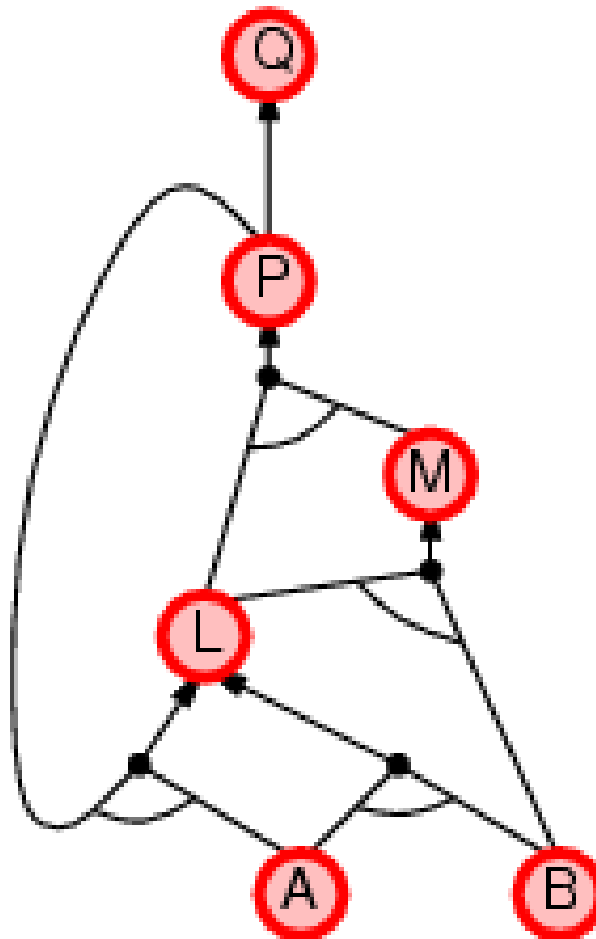
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Q?

✓

P?

✓

L? ✓

A?

✓

B?

✓

M? ✓

L?

✓

B?

✓

THẢO LUẬN

- Suy diễn tiến là **hướng dữ liệu**, xử lý tự động, không ý thức, có thể làm nhiều việc không liên quan đến đích
 - Ví dụ: nhận dạng mẫu, quyết định lộ trình
- Suy diễn lùi là **hướng đích**, thích hợp với giải quyết vấn đề. Độ phức tạp của BC có thể **ít hơn nhiều** so với tuyến tính theo kích thước của KB



HỆ CHỨNG MINH BẢNG HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

- Hợp giải mệnh đề là phương pháp suy diễn dựa trên **luật hợp giải**

$$\frac{\alpha \vee \beta \quad \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$$

- Phát biểu một cách tổng quát, ta có

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

với l_i và m_j là 2 literal đối ngẫu

HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

- Chỉ sử dụng một mình hợp giải mệnh đề (không cần sử dụng các luật khác) có thể xây dựng một chương trình chứng minh lý thuyết đúng và đủ cho tất cả logic mệnh đề
- Mệnh đề kết quả chỉ chứa một bản sao cho mỗi literal. Việc loại bỏ literal trùng gọi là **Factoring**.
- Đòi hỏi tất cả các câu được chuyển sang dạng hội chuẩn CNF (Conjunctive Normal Form)

DẠNG HỘI CHUẨN CNF

- Biểu thức Dạng hội Chuẩn (CNF) có dạng:

$$(A \vee B \vee \neg C) \wedge (B \vee D) \wedge (\neg A) \wedge (B \vee C)$$

- $(A \vee B \vee \neg C)$ là một mệnh đề
- $A, B, \neg C$ là literal – biến hay phủ định của biến
- Mỗi mệnh đề phải được thoả và có thể được thoả theo nhiều cách
- Mọi câu trong logic mệnh đề đều có thể viết dưới dạng CNF

DẠNG HỘI CHUẨN CNF

1. Loại bỏ các dấu mũi tên (\Leftarrow , \Leftrightarrow , \Rightarrow) bằng định nghĩa
2. Đưa dấu phủ định vào dùng luật De Morgan

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

3. Phân phối **or** vào **and**

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

- Mọi câu đều có thể được biến đổi thành CNF, nhưng kích thước có thể tăng lên theo lũy thừa.

VÍ DỤ BIẾN ĐỔI CNF

$$(A \vee B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

1. Loại bỏ dấu mũi tên

$$\neg(A \vee B) \vee (\neg C \vee D)$$

2. Đưa phủ định vào

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \vee D)$$

3. Phân phối

$$(\neg A \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee D)$$

THUẬT GIẢI ROBINSON

- Hợp giải Robinson là phương pháp chứng minh phản chứng:

Muốn chứng minh $KB \Rightarrow \alpha$ đúng, ta chứng minh điều ngược lại $KB \wedge \neg\alpha$ sai.

- Hợp giải Robinson đúng và đủ cho logic mệnh đề

THUẬT GIẢI ROBINSON

1. Biến đổi tất cả các câu thành dạng CNF
2. Lấy phủ định kết luận, đưa vào KB
3. Lặp
 - a. Nếu trong KB có chứa hai mệnh đề phủ định nhau (p và $\neg p$) thì trả về **false** //trả về false \rightarrow vô lý
 - b. Nếu có hai mệnh đề chứa các literal phủ định nhau thì áp dụng hợp giải.
 - c. Lặp cho đến khi không thể áp dụng tiếp luật hợp giải.
4. Trả về **true**

VÍ DỤ HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

Chứng minh R

1	$P \vee Q$
2	$P \Rightarrow R$
3	$Q \Rightarrow R$

Bước	Công thức	Suy dẫn
1	$P \vee Q$	Cho trước
2	$\neg P \vee R$	Cho trước
3	$\neg Q \vee R$	Cho trước

VÍ DỤ HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

Chứng minh R

1	$P \vee Q$
2	$P \Rightarrow R$
3	$Q \Rightarrow R$

Bước	Công thức	Suy dẫn
1	$P \vee Q$	Cho trước
2	$\neg P \vee R$	Cho trước
3	$\neg Q \vee R$	Cho trước
4	$\neg R$	Phủ định kết luận
5	$Q \vee R$	1, 2
6	$\neg P$	2, 4
7	$\neg Q$	3, 4
8	R	5, 7
9	•	4, 8

VÍ DỤ HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

Chứng minh R

1	$P \vee Q$
2	$P \Rightarrow R$
3	$Q \Rightarrow R$

Bước	Công thức	Suy dẫn
1	$P \vee Q$	Cho trước
2	$\neg P \vee R$	Cho trước
3	$\neg Q \vee R$	Cho trước
4	$\neg R$	Phủ định kết luận
5	$P \vee R$	1, 3
6	R	2, 5
7	•	4, 6

THỦ TỤC DAVIS PUTNAM

function dp(KB)

{**với mọi** ϕ trong các literal của KB

do {var KB' \leftarrow {};

với mọi Φ_1 trong KB **với mọi** Φ_2 trong KB

 sao cho $\phi \in \Phi_1, \neg\phi \in \Phi_2$

do {var $\Phi' \leftarrow \Phi_1 - \{\phi\} \cup \Phi_2 - \{\neg\phi\}$;

if not tautology(Φ') **then** KB' \leftarrow KB' $\cup \{\Phi'\}$;

 KB \leftarrow KB - { $\Phi \in$ KB | $\phi \in \Phi$ hay $\neg\phi \in \Phi$ } \cup KB'};

if False \in KB **then** return false; **else** return true;}

function tautology(Φ)

 {**if** tồn tại : $\alpha \in \Phi$ và $\neg\alpha \in \Phi$ **then** return true;

else return false}

THỦ TỤC DAVIS PUTNAM

Input: KB và conclusion, trả về False nếu vô lý

1 $KB = KB \wedge \neg \text{conclusion}$

2 $dsbien = \{\text{các biến có trong sentence}\}$

3. với mọi ϕ trong $dsbien$

4. $KB' = \{\}$

5. $C_1 = \text{tập các clause chứa } \phi$

$C_2 = \text{tập các clause chứa } \neg\phi$

6. Với mọi cặp b_1 trong C_1 và b_2 trong C_2

7. $b = b_1$ hợp giải b_2

8. Nếu b là False

return False

Ngược lại

$KB' = KB' \cup \{b\}$

VÍ DỤ HỢP GIẢI MỆNH ĐỀ

Chứng minh R

1	$P \vee Q$
2	$P \Rightarrow R$
3	$Q \Rightarrow R$

$dsbien = \{P, Q, R\}$

- $\underline{P \vee Q}, \underline{\neg P \vee R}, \neg Q \vee R, \neg R$ Ngược lại
- $\underline{Q \vee R}, \underline{\neg Q \vee R}, \neg R$ (Hợp giải biến P) $KB' = KB' \cup \{b\}$
- $R, \neg R$ (Hợp giải biến Q)
- False (Hợp giải biến R)

Chứng minh được vì có chứa hai mệnh đề phủ định nhau

1 $KB = KB \wedge \neg \text{conclusion}$

2 $dsbien = \{\text{các biến có trong sentence}\}$

3. với mọi ϕ trong $dsbien$

4. $KB' = \{\}$

5. $C_1 = \text{tập các clause chứa } \phi$

$C_2 = \text{tập các clause chứa } \neg \phi$

6. Với mọi cặp b_1 trong C_1 và b_2 trong C_2

7. $b = b_1$ hợp giải b_2

8. Nếu b là False

return False

BÀI TẬP VÍ DỤ 1

Chứng minh $A \Rightarrow F$

1	$A \Rightarrow (B \vee C)$
2	$B \Rightarrow (D \vee F)$
3	$A \wedge D \Rightarrow F$
4	$C \Rightarrow F$

- $\neg A \vee B \vee C, \neg B \vee D \vee F, \neg A \vee \neg D \vee F, \neg C \vee F, A, \neg F$
- ?

BÀI TẬP VÍ DỤ 1

Chứng minh $A \Rightarrow F$

1	$A \Rightarrow (B \vee C)$
2	$B \Rightarrow (D \vee F)$
3	$A \wedge D \Rightarrow F$
4	$C \Rightarrow F$

$dsbien = \{A, B, C, D, F\}$

- $\neg A \vee B \vee C, \neg B \vee D \vee F, \neg A \vee \neg D \vee F, \neg C \vee F, \underline{A}, \neg F$
- $\underline{B \vee C}, \neg B \vee D \vee F, \neg D \vee F, \neg C \vee F, \neg F$ (Hợp giải biến A)
- $\underline{C \vee D \vee F}, \neg D \vee F, \neg C \vee cF, \neg F$ (Hợp giải biến B)
- $\underline{D \vee F}, \neg D \vee F, \neg F$ (Hợp giải biến C)
- $F, \neg F$ (Hợp giải biến D)
- False (Hợp giải biến F)

Chứng minh được vì có chứa hai mệnh đề phủ định nhau

SỨC MẠNH CỦA FALSE

Chứng minh Z

1	P
2	$\neg P$

Bước	Công thức	Suy dẫn
1	P	Cho trước
2	$\neg P$	Cho trước
3	$\neg Z$	Phủ định kết luận
4	•	1, 2

- $(P \wedge \neg P) \rightarrow Z$ là **hợp lệ**
- Có thể rút ra bất kì kết luận nào từ phản chứng \Rightarrow các hệ thống logic nghiêm ngặt dễ sai

CHIẾN LƯỢC CHỨNG MINH

- **Ưu tiên đơn vị:** ưu tiên bước hợp giải có liên quan đến mệnh đề đơn vị (có một literal)
 - Tạo ra mệnh đề ngắn hơn – điều này tốt vì ta đang tìm cách tạo ra mệnh đề rỗng, tức là, sự mâu thuẫn
- **Tập hỗ trợ:** Chọn bước hợp giải liên quan đến đích phủ định hay bất kì mệnh đề nào rút ra từ đích phủ định.
 - Ta đang cố tạo ra mâu thuẫn đến từ đích phủ định.
 - Nếu tồn tại mâu thuẫn, ta có thể tìm được mâu thuẫn này bằng chiến lược tập hỗ trợ.

BÀI TẬP VÍ DỤ 2

Chứng minh R

1	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$
2	$R \Rightarrow (R \Rightarrow \neg P)$
3	$(R \Rightarrow S) \Rightarrow \neg(S \Rightarrow Q)$

• ?

BÀI TẬP VÍ DỤ 2

Chứng minh R

1	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$
2	$R \Rightarrow (R \Rightarrow \neg P)$
3	$(R \Rightarrow S) \Rightarrow \neg(S \Rightarrow Q)$

- $P \vee Q, \neg P \vee \neg R, R \vee S, R \vee \neg Q, \neg S \vee \neg Q, \neg R$
- $P \vee Q, \neg P \vee S, \neg P \vee \neg Q, S, \neg Q, \neg S \vee \neg Q$ (Hợp giải biến R)
- $P \vee Q, \neg P \vee \neg Q, \neg Q$ (Hợp giải biến S)
- $\neg Q$ (Hợp giải biến P)

Không chứng minh được vì không có hai mệnh đề phủ định nhau

TỔNG KẾT

- Nắm vững cơ chế suy diễn tiến và suy diễn lùi trên logic mệnh đề dạng Horn.
- Có khả năng vận dụng thành thạo thuật toán Robinson và thủ tục Davis Putnam để hợp giải trên logic mệnh đề.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Tài liệu bài giảng môn học
- Chapter 9, 10 – MIT OpenCourseWare:
<http://ocw.mit.edu/>
- Chapter 7. S. Russel and P. Norvig, *Artificial Intelligence – A Modern Approach. Third Edition. 2010*



KẾT THÚC CHỦ ĐỀ