

**Năm 2007****Bài 1. Dãy con không giảm dài nhất** (6 điểm)

Cho dãy số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Dãy số

$$a_i, a_{i+1}, \dots, a_j \text{ thỏa mãn } a_i \leq a_{i+1} \leq \dots \leq a_j,$$

với  $1 \leq i \leq j \leq n$  được gọi là *dãy con không giảm* của dãy số đã cho và khi đó số  $j-i+1$  được gọi là *độ dài* của dãy con này.

**Yêu cầu:** Trong số các dãy con không giảm của dãy số đã cho mà các phần tử của nó đều thuộc dãy số  $\{u_k\}$  xác định bởi  $u_1 = 1, u_k = u_{k-1} + k$  ( $k \geq 2$ ), hãy tìm dãy con có độ dài lớn nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản MAXISEQ.INP

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 10^4$ );
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo chứa một số nguyên dương  $a_i$  ( $a_i \leq 10^8$ ) là số hạng thứ  $i$  của dãy số đã cho,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản MAXISEQ.OUT số nguyên  $d$  là độ dài của dãy con không giảm tìm được (quy ước rằng nếu không có dãy con nào thỏa mãn điều kiện đặt ra thì  $d = 0$ ).

**Ví dụ:** Cho dãy số có 8 phần tử: 2, 2007, 6, 6, 15, 16, 3, 21. Các dãy con không giảm của dãy số đã cho mà các phần tử của nó đều thuộc dãy  $\{u_k\}$  là: 6, 6, 15 và 3, 21 (vì  $u_2 = 3, u_3 = 6, u_5 = 15, u_6 = 21$ ). Dãy cần tìm là 6, 6, 15 có độ dài là 3.

MAXISEQ.INP	MAXISEQ.OUT
8 2 2007 6 6 15 16 3 21	3

**Bài 2. Siêu thị may mắn** (7 điểm)

An được mời tham gia trò chơi “Siêu thị may mắn” do đài truyền hình ZTV tổ chức. Siêu thị được đặt trong trường quay truyền hình có  $n$  mặt hàng được đánh số từ 1 đến  $n$  và mặt hàng thứ  $i$  được niêm yết giá là  $c_i$  đồng,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Theo thể lệ của trò chơi, An được ban tổ chức tặng một thẻ mua hàng có giá trị là  $s$  đồng và phải dùng hết số tiền trong thẻ này để mua hàng trong siêu thị với điều kiện mặt hàng thứ  $i$  chỉ được mua với số lượng nhiều nhất là  $m_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . An sẽ là người thắng cuộc nếu tìm được tổng số cách mua hàng thỏa mãn yêu cầu đặt ra và chỉ ra một cách mua hàng nếu có.

**Yêu cầu:** Hãy giúp An trở thành người thắng cuộc khi cho bạn biết trước các giá trị  $n$ ,  $s$ ,  $c_i$  và  $m_i$  ( $1 \leq n \leq 500$ ;  $1 \leq s \leq 10^5$ ;  $1 \leq c_i \leq 10^4$ ;  $1 \leq m_i \leq 100$ ) với  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SMARKET.INP

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $s$  và  $n$ ;
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên dương  $c_i$  và  $m_i$  với  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SMARKET.OUT

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên  $d$  là tổng số cách mua hàng tìm được;
- Nếu  $d \geq 1$  thì dòng thứ hai ghi một cách mua hàng tìm được là một dãy  $n$  số nguyên, trong đó số hạng thứ  $i$  là số lượng mặt hàng thứ  $i$  mua được trong cách mua hàng này,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Hai số liên tiếp trên một dòng trong file dữ liệu và file kết quả cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Ví dụ:**

SMARKET . INP	SMARKET . OUT
12 3	2
4 1	0 2 0
6 2	
2 1	

**Bài 3. Robot cứu hoả** (7 điểm)

Trên một mạng lưới giao thông có  $n$  nút, các nút được đánh số từ 1 đến  $n$  và giữa hai nút bất kỳ có không quá một *đường nối trực tiếp* (đường nối trực tiếp là một đường hai chiều). Ta gọi *đường đi* từ nút  $s$  đến nút  $t$  là một dãy các nút và các đường nối trực tiếp có dạng:

$$s = u_1, e_1, u_2, \dots, u_i, e_i, u_{i+1}, \dots, u_{k-1}, e_{k-1}, u_k = t,$$

trong đó  $u_1, u_2, \dots, u_k$  là các nút trong mạng lưới giao thông,  $e_i$  là đường nối trực tiếp giữa nút  $u_i$  và  $u_{i+1}$  (không có nút  $u_j$  nào xuất hiện nhiều hơn một lần trong dãy trên,  $j = 1, 2, \dots, k$ ).

Biết rằng mạng lưới giao thông được xét luôn có ít nhất một đường đi từ nút 1 đến nút  $n$ .

Một robot chứa đầy bình với  $w$  đơn vị năng lượng, cần đi từ trạm cứu hoả đặt tại nút 1 đến nơi xảy ra hoả hoạn ở nút  $n$ , trong thời gian ít nhất có thể. Thời gian và chi phí năng lượng để robot đi trên đường nối trực tiếp từ nút  $i$  đến nút  $j$  tương ứng là  $t_{ij}$  và  $c_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq n$ ). Robot chỉ có thể đi được trên đường nối trực tiếp từ nút  $i$  đến nút  $j$  nếu năng lượng còn lại trong bình chứa không ít hơn  $c_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq n$ ). Nếu robot đi đến một nút có trạm tiếp năng lượng (một nút có thể có hoặc không có trạm tiếp năng lượng) thì nó tự động được nạp đầy năng lượng vào bình chứa với thời gian nạp coi như không đáng kể.

**Yêu cầu:** Hãy xác định giá trị  $w$  nhỏ nhất để robot đi được trên một đường đi từ nút 1 đến nút  $n$  trong thời gian ít nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản ROBOT.INP

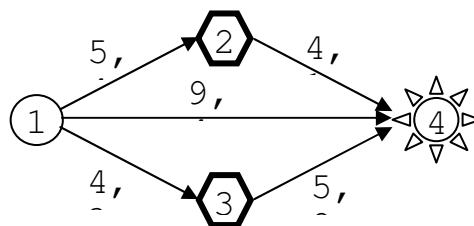
- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương  $n$  ( $2 \leq n \leq 500$ );
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số, trong đó số thứ  $j$  bằng 1 hoặc 0 tương ứng ở nút  $j$  có hoặc không có trạm tiếp năng lượng ( $j = 1, 2, \dots, n$ );
- Dòng thứ ba chứa số nguyên dương  $m$  ( $m \leq 30000$ ) là số đường nối trực tiếp có trong mạng lưới giao thông;
- Dòng thứ  $k$  trong số  $m$  dòng tiếp theo chứa 4 số nguyên dương  $i, j, t_{ij}, c_{ij}$  ( $t_{ij}, c_{ij} \leq 10^4$ ) mô tả đường nối trực tiếp từ nút  $i$  đến nút  $j$ , thời gian và chi phí năng lượng tương ứng.

Hai số liên tiếp trên một dòng trong file dữ liệu cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản ROBOT.OUT một số nguyên dương  $w$  tìm được.

**Ví dụ:**

ROBOT.INP	ROBOT.OUT
4	3
0 1 1 0	
5	
1 2 5 4	
1 3 4 3	
1 4 9 4	
2 4 4 1	
3 4 5 2	



Nút 2 và nút 3 có trạm tiếp năng lượng

## Năm 2007

### Bài 1. Kiểm soát giao thông

Để kiểm soát chặt chẽ việc chấp hành luật giao thông trong đường hầm trên đường cao tốc Bắc – Nam (hình 1), người ta đặt các camera ở trước đường vào và sau đường ra của đường hầm. Các camera này ghi nhận biển số xe đi vào và biển số xe đi ra. Thông tin các xe đi vào hầm theo chiều Bắc – Nam được ghi vào file văn bản NS1.INP, thông tin các xe đi ra khỏi hầm theo chiều Bắc – Nam được ghi vào file văn bản NS2.INP. Các file này định kỳ được truyền tới trạm kiểm soát, nơi mọi ô tô đi ra khỏi đường hầm đều sẽ qua.

Dựa vào thông tin ghi trong hai file này người ta có thể xác định chính xác các xe phạm luật “*tuyệt đối cấm vượt nhau trong đường hầm*”. Các xe đều chạy liên tục, không có xe nào dừng lại trong đường hầm. Độ dài đường hầm cho phép chứa tối đa  $K$  xe ( $1 \leq K \leq 10000$ ).

Hãy xác định số lượng các xe vi phạm.

**Dữ liệu** vào từ 2 file văn bản NS1.INP và NS2.INP mỗi file có nội dung:

- Dòng đầu chứa số  $K$ ,
- Mỗi dòng tiếp theo của file chứa một biển số xe là một chuỗi gồm không quá 10 ký tự và không có 2 biển số nào trùng nhau trong file này.

Trong mỗi file có không quá 500000 dòng.



**Hình**

**Kết quả:** ghi ra file văn bản NS.OUT một số nguyên duy nhất cho biết số lượng xe vi phạm tìm được.

**Ví dụ:**

NS1 . INP
3
29A3642
53B1234
NG6677-
58
SH09-456
15C6688

NS2 . INP
3
53B1234
29A3642
15C6688
NG6677-58
SH09-456

NS . OUT
2

## Bài 2. Phương án phòng thủ

Để phòng vệ cho một trận địa có dạng lưới ô vuông  $m \times n$ , Bộ chỉ huy quân sự đã tính toán về việc thiết lập các chốt phòng thủ theo khu vực, mỗi chốt sẽ được đặt tại một trong các ô vuông trên trận địa và mỗi ô vuông có không quá một chốt. Giả sử các hàng ngang được đánh số từ 1 đến  $m$  theo trình tự từ trên xuống dưới và hàng dọc được đánh số từ 1 đến  $n$  theo trình tự từ trái sang phải. Ô nằm trên giao của hàng ngang  $i$  và hàng dọc  $j$  được gọi là ô  $(i, j)$ .

Hệ thống phòng thủ cần phải bảo đảm mỗi hàng ngang, hàng dọc đều có đủ số lượng chốt cần thiết. Bên cạnh đó, dựa vào thông tin tình báo, các chuyên gia cũng tính toán được khả năng đánh phá của địch  $p_{ij}$  ( $p_{ij} < 1000$ ) vào từng ô  $(i, j)$  trên trận địa ( $p_{ij}$  càng lớn nghĩa là khả năng địch đánh phá ô  $(i, j)$  càng cao). Căn cứ vào đó, người chỉ huy sẽ bố trí các chốt phòng thủ.

Bạn được mời làm cố vấn quân sự, hãy xác định phương án đặt vị trí các chốt phòng thủ trên trận địa đảm bảo được các yêu cầu về số lượng chốt phòng thủ đồng thời sao cho tổng khả năng đánh phá của địch vào các vị trí được chọn là nhỏ nhất.

	1	2	3	4	Số lượng chốt
1					2
2					2
3					2
4					2
Số lượng chốt	2	2	2	2	

Hình 2.

**Dữ liệu** vào từ file văn bản DEFEND.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương  $m, n$  ( $m, n \leq 100$ ),
- Dòng thứ 2 chứa  $m$  số nguyên không âm lần lượt là số lượng chốt cần có từ hàng ngang thứ 1 đến hàng ngang thứ  $m$ ,
- Dòng thứ 3 chứa  $n$  số nguyên không âm lần lượt là số lượng chốt cần có từ hàng dọc thứ 1 đến hàng dọc thứ  $n$ ,
- $m$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa  $n$  số nguyên không âm mô tả các giá trị  $p_{ij}$ .

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi một dấu cách.

**Kết quả:** ghi ra file văn bản DEFEND.OUT duy nhất số -1 trong trường hợp không có phương án lập hệ thống chốt phòng thủ. Ngược lại, ghi ra số nguyên là tổng khả năng đánh phá của địch vào các vị trí được chọn tương ứng với phương án tìm được.

**Ví dụ:**

DEFEND . INP	DEFEND . OUT
4 4 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 8 8 9 1 10 2 5 5 2 3 2 4 10 10	22

Hình 2 minh họa cho ví dụ, trong đó chỉ ra cách chọn vị trí đặt chốt phòng thủ đảm bảo các yêu cầu về số lượng chốt phòng thủ với tổng khả năng đánh phá của địch là 22.

### Bài 3. Tư vấn

Có  $N$  trung tâm tư vấn (đánh số từ 1 đến  $N$ ), mỗi trung tâm có khả năng tư vấn về một số vấn đề. Trong một ngày làm việc, mỗi trung tâm chỉ tiếp được một số lượng khách nhất định. Một ngày cuối năm, có  $M$  khách (đánh số từ 1 đến  $M$ ), mỗi khách cần tư vấn về một vấn đề. Khách chỉ có thể đến trung tâm có khả năng tư vấn về vấn đề của mình.

Bạn hãy xác định giúp cần ít nhất bao nhiêu trung tâm hoạt động để có thể tư vấn cho tất cả các khách trong ngày cuối năm?

**Dữ liệu** vào từ file văn bản `ADVICE.INP` gồm:

- Dòng đầu ghi 2 số  $M$  ( $1 \leq M \leq 500$ ),  $N$  ( $1 \leq N \leq 50$ ),
- Dòng tiếp ghi  $M$  chữ cái in hoa liên tiếp, trong đó chữ thứ  $i$  mô tả vấn đề cần tư vấn của khách  $i$ ,
- Dòng thứ  $j$  trong  $N$  dòng tiếp theo, ghi thông tin của trung tâm  $j$ , gồm một số nguyên là lượng khách cho phép tư vấn trong ngày (không quá 50), sau đó là một dấu cách, tiếp sau là một dãy các chữ cái in hoa liền nhau mô tả dãy vấn đề mà trung tâm có thể tư vấn.

Các số trên một dòng cách nhau bởi một dấu cách. Dữ liệu vào luôn đảm bảo tất cả các khách đều được tư vấn.

**Kết quả:** ghi ra file `ADVICE.OUT` một số nguyên dương là số trung tâm ít nhất tìm được.

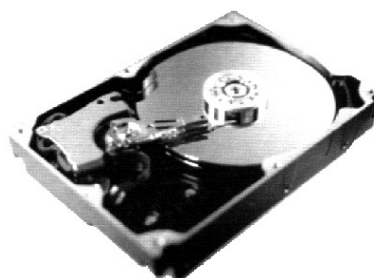
**Ví dụ:**

ADVICE . INP	ADVICE . OUT
8 4 BNFQISNS 40 QIC 35 UPSF 45 FPHBU 15 WPSCNG	3

## Bài 4: Điều khiển HDD

Xét bài toán tìm hành trình di chuyển của đầu đọc đĩa cứng (hình 3). Đầu đọc của đĩa di chuyển dọc theo đường thẳng  $L$ . Để thực hiện các yêu cầu đọc đĩa, đầu đọc cần di chuyển đến các vị trí được xác định bởi tập gồm  $n$  điểm trên  $L$ . Thời gian di chuyển của đầu đọc tỷ lệ với khoảng cách di chuyển. Khi đầu đọc đến đúng điểm đọc, thời gian đọc có thể bỏ qua (bởi độ quay của đĩa là nhanh hơn rất nhiều so với tốc độ di chuyển của đầu đọc).

Bài toán có thể phát biểu như sau: Cho  $n$  điểm khác nhau trên trục  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ( $x_i \neq 0$ ). Đầu đọc bắt đầu di chuyển từ điểm gọi **hành trình** là một cách di chuyển đầu đọc đi qua tất cả điểm  $x_i$ . **Độ trễ** của điểm  $x_i$  trên hành trình được định nghĩa là khoảng cách mà đầu đọc phải di chuyển trên hành trình để lần đầu tiên đạt đến  $x_i$ .



Hình 3

vì tốc độ chuyển trực số 0. Ta các tổng đầu

Hãy xác định hành trình với tổng độ trễ của tất cả các điểm  $x_1, \dots, x_n$  **càng nhỏ càng tốt**.

**Dữ liệu** vào từ file văn bản HDD.INP:

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên  $n$  ( $1 \leq n \leq 100$ );
- Dòng thứ hai chứa các số nguyên  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (từng đôi một khác nhau và khác 0).

Hai số liên tiếp trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách. Mỗi số  $x_i$  có trị tuyệt đối không vượt quá 32000.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản HDD.OUT một dòng gồm  $n$  số nguyên (cách nhau bởi 1 dấu cách) mô tả lần lượt các vị trí đầu đọc đi qua trong hành trình tìm được.

**Ví dụ:**

HDD.INP
3
2 1 -1

HDD.OUT
-1 1 2

Gọi độ trễ của điểm  $x$  là  $dt(x)$ .

Hành trình tìm được trong ví dụ có tổng độ trễ là  $dt(-1) + dt(1) + dt(2) = 1 + 3 + 4 = 8$

## Bài 5: Cụm số không

Số 0 có vai trò rất quan trọng. Tuy vậy, trong các chữ số, số 0 có tuổi đời trẻ nhất. Lần đầu tiên số 0 như một chữ số độc lập được dùng trong lịch của người Maia vào khoảng năm 36 trước công nguyên. Trước đó, khoảng năm 1500 trước công nguyên, người Ba-bi-lon đã sáng tạo ra hệ đếm cơ số 60 nhưng ở đó số 0 chỉ dùng trong khung cảnh nhất định chứ chưa phải là một chữ số độc lập. Lịch sử ra đời đầy huyền bí và hấp dẫn của số 0 đã được chọn làm đề tài trong một cuộc thi hùng biện tiếng Anh.

Trong báo cáo của mình, một thí sinh nói đến vai trò các dãy số 0 trong biểu diễn nhị phân của các số nguyên dương. Dãy bit 0 liên tiếp nằm giữa hai bit 1 hoặc dãy bit 0 ở cuối được gọi là cụm số 0. Ví dụ, số  $10100_2$  chứa 3 số 0 và chúng được chia thành 2 cụm: một cụm chỉ chứa một số 0, còn cụm kia chứa hai số 0; số  $1010010_2$  chứa bốn số 0 và chúng được chia thành 3 cụm: hai cụm một số 0 và một cụm hai số 0.

Với hai số nguyên  $m$  và  $n$  ( $0 < m \leq n < 2^{31}$ ), gọi  $B(m, n)$  là tập các biểu diễn nhị phân của tất cả các số nguyên  $k$  (biểu diễn của mỗi số chỉ gồm các chữ số có nghĩa của nó) thỏa mãn điều kiện:  $m \leq k \leq n$ . Ví dụ, với  $m = 5$  và  $n = 14$  ta có tập  $B(5, 14)$  gồm các phần tử sau:

101	1010
110	1011
111	1100
1000	1101
1001	1110

Gọi  $S_i$  là số lượng cụm có  $i$  số 0. Với tập  $B(5, 14)$  ta có thể thống kê số lượng các cụm 0 của các phần tử trong nó và được kết quả  $S_1 = 7$ ,  $S_2 = 2$ ,  $S_3 = 1$  và  $S_i = 0$  với mọi  $i > 3$ .

Kết thúc báo cáo của mình, thí sinh đề xuất với các bạn một bài toán nhỏ:

Cho biết  $m$  và  $p$  giá trị  $S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_p}$  ( $1 \leq i_j \leq 30, j = 1, 2, \dots, p; 1 \leq p \leq 30$ ). Hãy xác định giá trị  $n$  nhỏ nhất, lớn hơn hoặc bằng  $m$  sao cho tập  $B(m, n)$  cho kết quả thống kê số lượng cụm có  $i_j$  số 0 bằng  $S_{i_j}$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) đã cho.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản ZGROUP.INP gồm nhiều test, mỗi test cho trên một nhóm dòng:

- Dòng thứ nhất trong nhóm chứa hai số nguyên  $m$  và  $p$ ,
- Dòng thứ  $j$  trong  $p$  dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên  $i_j$  và  $S_{i_j}$ .

Các số trên một dòng cách nhau bởi một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản ZGROUP.OUT, kết quả mỗi test đưa ra trên một dòng chứa số nguyên  $n$  tìm được tương ứng với test.

**Ví dụ:**

ZGROUP . INP	
5	1
2	2
5	2
1	7
2	2

ZGROUP . OUT
12
14



## Bài 6. $\alpha$ -DNA

Khi khám phá ra sự sống trên hành tinh Alpha, các nhà khoa học bắt đầu tiến hành nghiên cứu cấu trúc của các cơ thể sống. Họ ngạc nhiên khi thấy chúng có nhiều điểm khác với sự sống trên Trái đất.

Các cơ thể sống có cấu thành từ các phần tử cơ bản được các nhà đặt tên là  $\alpha$ -DNA (hình 4). Có rất nhiều loại  $\alpha$ -DNA, mỗi  $\alpha$ -DNA là các thành tố cơ bản gọi là mã  $\beta$ . Chiều dài của một  $\alpha$ -DNA là một số dương tương ứng với số lượng mã  $\beta$  trong chuỗi. Trong quá trình của một loài sinh vật, chiều dài  $\alpha$ -DNA của loài đó có thể sẽ lớn lên số của chiều dài ban đầu. Như vậy, hai  $\alpha$ -DNA được gọi là có quan tiếp nếu chiều dài của  $\alpha$ -DNA này là bội số của chiều dài  $\alpha$ -DNA

Các nhà khoa học đã thu thập được một tập mẫu  $\alpha$ -DNA để phục vụ nghiên cứu.

Hãy giúp các nhà khoa học chọn ra từ tập mẫu đã cho một số lượng các  $\alpha$ -DNA sao cho không có hai  $\alpha$ -DNA nào được chọn ra có quan tiếp với nhau.

**Dữ liệu** vào từ file văn bản ADNA.INP:

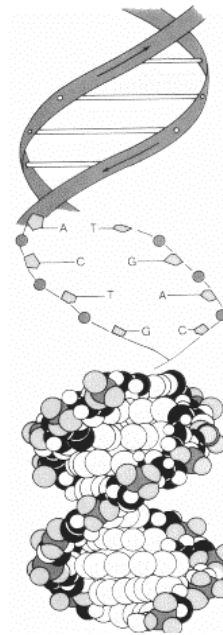
- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $n$ , là số lượng các  $\alpha$ -DNA trên hành tinh Alpha mà các nhà khoa học đã thu thập được ( $1 \leq n \leq 200$ ).
- Dòng 2: chứa  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  cho biết chiều dài của các  $\alpha$ -DNA tương ứng ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi một dấu cách.

**Kết quả:** ghi ra file văn bản ADNA.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng  $\alpha$ -DNA chọn được.

**Ví dụ:**

ADNA . INP	ADNA . OUT
8 1 2 3 5 6 8 7 9	5



**Hình 4.**

khoa học  
một chuỗi  
nguyên  
phát triển  
bằng bội  
hệ trực  
kia.

cho việc

nhiều nhất  
hệ trực