

Môn: TIN HỌC

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: 08/01/2015

(Đề thi có 04 trang, gồm 03 bài)



TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ NHẤT

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
Bài 1	Ruộng bậc thang	TFIELD.*	TFIELD.INP	TFIELD.OUT
Bài 2	Chìa khóa mã hóa	CRYPTKEY.*	CRYPTKEY.INP	CRYPTKEY.OUT
Bài 3	Kế hoạch cải tạo	REFORM.*	REFORM.INP	REFORM.OUT

Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Ruộng bậc thang (6 điểm)

Ở các vùng cao hiểm đất cùng mặt bằng dễ canh tác, khi tiến hành trồng trọt trên các sườn đồi núi có đất màu, người ta phải bạt tam cấp để tạo thành những vạt đất bằng. Khu vực đất dốc dùng để canh tác như vậy gọi là ruộng bậc thang. Hình ảnh các khu ruộng bậc thang vẫn luôn là một hình ảnh đẹp ở các vùng cao khiến du khách và các nhà nhiếp ảnh đam mê và tốn không ít phim ảnh. Gia đình Hoàng có một khu ruộng bậc thang bao quanh một ngọn đồi được chia thành các khoang bậc thang, mỗi khoang trồng một loại cây. Khi nhìn từ trên cao xuống, ta thấy các khoang bậc thang này có hình dạng của các đa giác lồng nhau. Ngoại trừ khoang chứa đỉnh đồi có biên là một đa giác lồng chứa đỉnh đồi, mỗi khoang còn lại được xác định bởi hai đa giác lồng nhau: đa giác có diện tích lớn hơn được gọi là biên ngoài của khoang còn đa giác có diện tích nhỏ hơn được gọi là biên trong của khoang. Mỗi khoang có màu đặc trưng của loại cây được trồng ở khoang đó. Vốn là một người say mê chụp ảnh, muốn có một bức ảnh đẹp, Hoàng tìm cách thay đổi không quá k loại cây được trồng ở k khoang để khi nhìn từ trên cao xuống sẽ thấy một vùng cùng màu có diện tích lớn nhất. Hoàng đã ghi nhận được danh sách m đa giác lồng mô tả biên ngoài của m khoang và màu tương ứng của chúng. Do sơ xuất, Hoàng đã để các thông tin về các khoang trong danh sách bị xáo trộn, không còn được liệt kê theo đúng trình tự từ khoang trong đến khoang ngoài.

Yêu cầu: Cho biết thông tin về danh sách mà Hoàng đã ghi nhận và số nguyên k , hãy tìm cách thay đổi không quá k loại cây được trồng ở k khoang để khi nhìn từ trên cao xuống sẽ thấy một vùng cùng màu có diện tích lớn nhất.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản TFIELD.INP

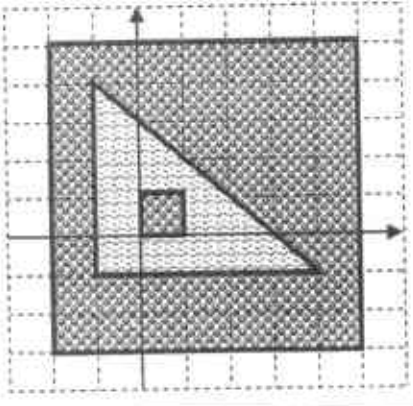
- Dòng đầu chứa hai số nguyên dương m, k ($k \leq m$);
- Dòng thứ i trong số m dòng tiếp theo chứa thông tin về khoang thứ i trong danh sách mà Hoàng ghi nhận bao gồm:
 - Đầu tiên là số nguyên n_i là số đỉnh của đa giác lồng mô tả biên ngoài của khoang;

- Tiếp theo là số nguyên c_i thể hiện màu của khoang ($1 \leq c_i \leq m$);
- Cuối cùng là n_i cặp số nguyên, mỗi số có trị tuyệt đối không quá 10^9 , là tọa độ của một đỉnh của đa giác. Các đỉnh của đa giác được liệt kê theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ.

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản TFIELD.OUT một số thực là diện tích vùng cùng màu lớn nhất sau khi thay đổi không quá k loại cây được trồng ở k khoang (kết quả đưa ra với độ chính xác 1 chữ số sau dấu chấm thập phân).

Ví dụ:

TFIELD.INP	TFIELD.OUT	Hình vẽ minh họa
<pre> 3 1 4 1 0 0 1 0 1 1 0 1 4 1 -2 -3 5 -3 5 5 -2 5 3 2 -1 -1 4 -1 -1 4 </pre>	56.0	

Ràng buộc:

- Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $m \leq 10$; $k = 1$; các đa giác mô tả biên ngoài của các khoang là hình chữ nhật;
- Có 40% số test khác ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $m \leq 10$; các đa giác mô tả biên ngoài của các khoang là tam giác;
- Có 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $m, n_i \leq 1000$.

Bài 2. Chia khóa mã hóa (7 điểm)

Duy vừa xây dựng hệ thống mã hóa bảo mật dữ liệu cho cơ quan dựa trên cơ sở hệ mã hóa với khóa công khai. Biết rằng, trong hệ thống này khóa được sử dụng để mã hóa là một số nguyên dương thuộc tập S gồm các khóa mã hóa được xây dựng dựa trên tập gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n . Theo định nghĩa, tập S là tập chỉ gồm các số được xác định theo 2 qui tắc sau đây:

Qui tắc 1. Các số a_1, a_2, \dots, a_n là thuộc vào S .

Qui tắc 2. Nếu x và y thuộc tập S , thì cả ước số chung lớn nhất lẫn bội số chung nhỏ nhất của chúng cũng đều thuộc tập S .

Vấn đề đặt ra cho Duy bây giờ là: Kiểm tra xem một số nguyên dương k có thuộc vào tập các khóa S hay không?

Yêu cầu: Cho n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n và một số nguyên dương k , hãy kiểm tra xem k có thuộc vào tập các khóa xây dựng theo các qui tắc đã nêu hay không.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CRYPTKEY.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương T ($T \leq 5$) là số lượng bộ dữ liệu;
- Mỗi nhóm trong số T nhóm dòng tiếp theo mô tả một bộ dữ liệu gồm 3 dòng:
 - Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương n ;
 - Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \leq 10^{12}$);
 - Dòng thứ ba chứa số nguyên dương k ($k \leq 10^{12}$).

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra T dòng của file văn bản CRYPTKEY.OUT, mỗi dòng ghi câu trả lời cho một bộ dữ liệu tương ứng trong file dữ liệu vào: ghi 'YES' nếu như k thuộc vào tập khóa và ghi 'NO' nếu như trái lại.

Ví dụ:

CRYPTKEY . INP	CRYPTKEY . OUT
2	YES
2	NO
45 75	
15	
2	
45 75	
9	

Ràng buộc:

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có $n \leq 10$.
- Có 50% số test còn lại ứng với 50% số điểm của bài có $n \leq 50000$.

Bài 3. Kế hoạch cải tổ (7 điểm)

Mạng giao thông của thành phố NB có n nút giao thông và m đoạn đường phố hai chiều nối các nút giao thông. Các nút giao thông được đánh số từ 1 đến n . Các đoạn đường phố được đánh số từ 1 đến m . Mạng giao thông của thành phố có tính chất sau đây:

- Giữa hai nút giao thông bất kỳ có không quá một đoạn đường phố nối chúng;
- Không có đoạn đường phố nào nối một nút giao thông với chính nó.

Vấn đề giao thông là thách thức với chính quyền thành phố từ nhiều năm. Với mong muốn đảm bảo việc đi lại thuận lợi hơn cho người dân, chính quyền thành phố quyết định tiến hành cải tổ mạng giao thông, trước hết nhằm đảm bảo có thể đi từ một nút giao thông bất kỳ đến tất cả các nút còn lại. (Lưu ý là mạng giao thông trước khi cải tổ có thể không đảm bảo yêu cầu này.) Tuy nhiên, do hạn hẹp về nguồn kinh phí, trước mắt kế hoạch cải tổ chỉ có thể bao gồm 2 công việc:

- Loại bỏ một đoạn đường phố hiện có khỏi mạng giao thông;
- Xây dựng một đoạn đường chưa từng có trước đó nối hai nút giao thông khác nhau.

Đồng thời, sau khi thực hiện cải tổ, mạng giao thông phải đảm bảo có thể đi từ một nút giao thông bất kỳ đến tất cả các nút còn lại.

Yêu cầu: Giúp chính quyền thành phố xác định xem có bao nhiêu cách khác nhau để thực hiện kế hoạch cải tổ thỏa mãn các yêu cầu đặt ra. (Hai kế hoạch cải tổ là khác nhau nếu có ít nhất một trong hai đoạn đường được lựa chọn loại bỏ hay xây dựng mới là khác nhau.)

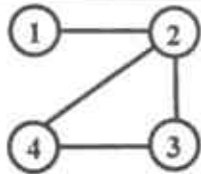
Dữ liệu: Vào từ file văn bản REFORM.INP:

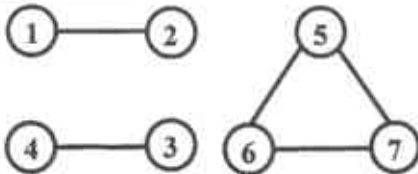
- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n và m ;
- Dòng thứ i trong số m dòng tiếp theo chứa hai số nguyên u_i và v_i ($1 \leq u_i, v_i \leq n, u_i \neq v_i$) là chỉ số của hai nút giao thông được nối bởi đoạn đường i ($i = 1, 2, \dots, m$).

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản REFORM.OUT một số nguyên là số cách thực hiện kế hoạch cải tổ mạng giao thông thỏa mãn các yêu cầu đặt ra.

Ví dụ:

REFORM. INP	REFORM. OUT
4 4 1 2 2 3 2 4 3 4	8
Hình vẽ minh họa	
	

REFORM. INP	REFORM. OUT
7 5 1 2 3 4 5 6 5 7 6 7	0
Hình vẽ minh họa	
	

Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có $1 \leq n \leq 20$.
- Có 70% số test ứng với 70% số điểm của bài có $1 \leq n \leq 100000, 0 \leq m \leq 200000$.

Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.



Môn: TIN HỌC

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ hai: 09/01/2015

(Đề thi có 04 trang, gồm 03 bài)

TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ HAI

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
Bài 4	Cắt hình	MINCUT.*	MINCUT.INP	MINCUT.OUT
Bài 5	Chia phần	DIVIDE.*	DIVIDE.INP	DIVIDE.OUT
Bài 6	Cây hoán vị	TSORT.*	TSORT.INP	TSORT.OUT

Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 4. Cắt hình (6 điểm)

Cho A là lưới ô vuông gồm m dòng và n cột. Các dòng của lưới được đánh số từ 1 đến m , từ trên xuống dưới. Các cột của lưới được đánh số từ 1 đến n , từ trái sang phải. Ô nằm trên giao của dòng i và cột j của lưới, được gọi là ô (i, j) , chứa số nguyên không âm $a_{i,j}$ có giá trị không vượt quá 10^6 .

Các lưới ô vuông như vậy luôn là đối tượng cho nhiều nghiên cứu thú vị. Vừa qua, trong giờ học ôn luyện cho kỳ thi học sinh giỏi Tin học, Hùng được cô giáo giao cho giải quyết bài toán trả lời truy vấn sau đây đối với bảng đã cho:

Cho một hình chữ nhật con có ô trái trên là ô (x, y) và ô phải dưới là ô (u, v) , cần đưa ra chênh lệch nhỏ nhất trong số các chênh lệch giữa hai tổng các số trong hai hình chữ nhật thu được bằng việc cắt ngang hoặc cắt dọc hình chữ nhật đã cho dọc theo đường kẻ của lưới. Giả thiết (x, y) và (u, v) là hai ô khác nhau trên lưới.

Bạn hãy giúp Hùng giải quyết bài toán đặt ra.

Yêu cầu: Cho lưới A và k bộ x_q, y_q, u_q, v_q ($q = 1, 2, \dots, k$) tương ứng với k truy vấn, hãy đưa ra các câu trả lời cho k truy vấn.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản MINCUT.INP:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên m, n, k ($k \leq m \times n$);
- m dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa n số nguyên không âm $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$;
- Dòng thứ q trong số k dòng tiếp theo chứa 4 số nguyên x_q, y_q, u_q, v_q ($q = 1, 2, \dots, k$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản MINCUT.OUT gồm k dòng, mỗi dòng chứa một số là câu trả lời cho một truy vấn theo thứ tự xuất hiện trong file dữ liệu vào.

Ví dụ:

MINCUT . INP	MINCUT . OUT
3 3 2	3
1 1 1	0
1 1 1	
1 1 1	
1 1 3 3	
1 1 3 2	

Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có $m, n \leq 10$.
- Có 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài có $m, n \leq 100$.
- Có 40% số test ứng với 40% số điểm còn lại của bài có $m, n \leq 1000$.

Bài 5. Chia phần (7 điểm)

Vinh và Sơn là hai người bạn thân rất mê sưu tập các đồng tiền cổ. Họ vừa cùng nhau lùng mua được một thùng tiền cổ từ những người công nhân làm đường và muốn phân chia nó. Thùng chứa một số chẵn đồng tiền cổ (để thuận tiện cho việc trình bày tiếp theo, các đồng tiền sẽ được đánh số từ 1 đến N). Vinh đánh giá đồng tiền thứ i có giá trị là a_i , còn Sơn cho rằng nó có giá trị b_i . Giả thiết rằng các số a_1, a_2, \dots, a_N là khác nhau từng đôi.

Bây giờ, hai người bạn quyết định chia phần theo qui tắc sau: Thực hiện $N/2$ bước, ở mỗi bước, Sơn lấy ra từ thùng hai đồng tiền, Vinh lấy đồng tiền mà nó cho là có giá trị lớn hơn trong hai đồng tiền được lấy ra, đồng tiền còn lại thuộc về phần của Sơn.

Sơn biết tất cả các số a_i và b_i , ($i = 1, 2, \dots, N$) và ở mỗi bước được quyền chọn ra hai đồng tiền tùy theo ý thích của mình.

Yêu cầu: Hãy giúp Sơn tiến hành thực hiện phân chia theo qui tắc đã nêu để phần mà Sơn nhận được có tổng giá trị lớn nhất (tức là tổng giá trị theo Sơn đánh giá của các đồng tiền mà Sơn nhận được là lớn nhất).

Giá trị của chiếc thùng là không đáng kể khi đem so sánh với giá trị của đồng tiền rẻ nhất, vì vậy, bạn không cần quan tâm nó là thuộc về ai trong hai người bạn, Sơn hay Vinh.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản DIVIDE.INP:

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương chẵn N là số lượng đồng tiền trong thùng;
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_N , mỗi số không vượt quá 400000;
- Dòng thứ ba chứa N số nguyên dương b_1, b_2, \dots, b_N , mỗi số không vượt quá 400000.

Kết quả: Ghi ra file văn bản DIVIDE.OUT:

- Dòng đầu tiên ghi tổng giá trị các đồng tiền mà Sơn nhận được theo cách chia phần tìm được;
- Tiếp đến là $N/2$ dòng, mỗi dòng chứa một cặp hai chỉ số của hai đồng tiền theo đúng thứ tự mà Sơn cần lấy ra khỏi thùng ở mỗi bước thực hiện chia phần. Nếu có nhiều phương án cùng đem lại giá trị lớn nhất, hãy đưa ra một phương án tùy ý trong số chúng.

Ví dụ:

DIVIDE . INP	DIVIDE . OUT
6	28
6 10 11 18 5 14	5 1
1 7 6 12 15 1	2 6
	3 4
6	53
6 44 2 43 7 48	3 1
6 44 2 43 7 48	5 4
	2 6

Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có $N \leq 5000$ và $a_i = b_i, i = 1, 2, \dots, N$.
- Có 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài có $N \leq 20$.
- Có 40% số test còn lại ứng với 40% số điểm còn lại của bài có $N \leq 5000$.

Bài 6. Cây hoán vị (7 điểm)

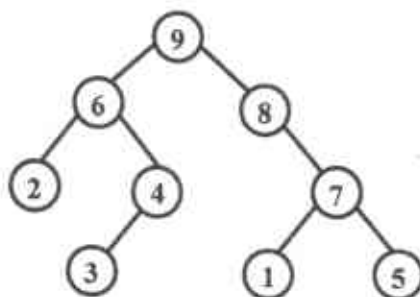
Mùa Giáng Sinh năm nay âm áp, đôi bạn Đông và Bắc rủ nhau ở nhà cùng nghiên cứu một thuật toán sắp xếp tổ hợp có cấu trúc đặc biệt. Ban đầu Đông chuẩn bị một hoán vị $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ của n số nguyên dương $1, 2, \dots, n$ rồi đưa cho Bắc. Tiếp theo, Đông tìm hoán vị đi ngay sau hoán vị π trong thứ tự từ điển rồi đưa cho Bắc, và cứ tiếp tục như vậy. Nhắc lại là: Hoán vị $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$ được gọi là đi trước hoán vị $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ theo thứ tự từ điển nếu như tồn tại một chỉ số i ($1 \leq i \leq n$) sao cho:

- nếu $i = 1$ thì $\rho_i < \sigma_i$;
- nếu $1 < i \leq n$ thì $\rho_j = \sigma_j$ với $j < i$ và $\rho_i < \sigma_i$.

Với mỗi hoán vị π nhận được từ Đông, Bắc tiến hành dựng cây nhị phân $T(\pi)$ có cấu trúc như sau:

- Nút gốc của $T(\pi)$ được gán nhãn n là số lớn nhất của π ;
- Giả sử π^{left} và π^{right} lần lượt là dãy con bên trái và bên phải của n trong π . Gọi a là số lớn nhất của dãy π^{left} và b là số lớn nhất của dãy π^{right} . Khi đó nút gốc của $T(\pi)$ sẽ có hai cây con: cây con trái $T(\pi^{left})$ với gốc được gán nhãn a và cây con phải $T(\pi^{right})$ với gốc được gán nhãn b . Nếu dãy π^{left} là rỗng thì nút gốc của $T(\pi)$ không có con trái. Nếu dãy π^{right} là rỗng thì nút gốc của $T(\pi)$ không có con phải;
- Nếu dãy π^{left} là khác rỗng thì cây con $T(\pi^{left})$ gốc tại a được xây dựng một cách đệ qui đối với dãy con π^{left} giống như việc xây dựng cây $T(\pi)$;
- Nếu dãy π^{right} là khác rỗng thì cây con $T(\pi^{right})$ gốc tại b được xây dựng một cách đệ qui đối với dãy con π^{right} giống như việc xây dựng cây $T(\pi)$.

Ví dụ: Với $\pi = (2, 6, 3, 4, 9, 8, 1, 7, 5)$ thì cây $T(\pi)$ được mô tả như trong hình 1.



Hình 1. Cây $T(\pi)$ tương ứng với hoán vị $\pi = (2, 6, 3, 4, 9, 8, 1, 7, 5)$

Cây $T(\pi)$ xây dựng theo qui tắc nêu trên được gọi là *cây nhị phân tương ứng với hoán vị π* .

Tiếp theo Bắc tiến hành liệt kê các nút của cây $T(\pi)$ theo thứ tự sau và thu được một hoán vị mới gồm các nhãn của các nút được sắp xếp theo trình tự các nút được liệt kê. Nhắc lại là: Việc liệt kê các nút của cây $T(\pi)$ theo thứ tự sau được định nghĩa một cách đệ qui như sau:

- Nếu cây $T(\pi)$ chỉ có một nút thì danh sách gồm một nút duy nhất đó là danh sách các nút của cây $T(\pi)$ được liệt kê theo thứ tự sau;
- Nếu cây $T(\pi)$ có nhiều hơn một nút thì danh sách các nút của cây $T(\pi)$ được liệt kê theo thứ tự sau là: đầu tiên là các nút của cây con trái của $T(\pi)$ được liệt kê theo thứ tự sau, tiếp đến là các nút của cây con phải của $T(\pi)$ được liệt kê theo thứ tự sau, cuối cùng là nút gốc.

Ví dụ: Với hoán vị trong ví dụ trên, hoán vị thu được bởi việc liệt kê các nút của cây nhị phân tương ứng với nó $T(\pi)$ theo thứ tự sau là (2, 3, 4, 6, 1, 5, 7, 8, 9).

Đôi bạn xét tính chất TSort sau đây trên tập các hoán vị của các số nguyên dương từ 1 đến n : "*Hoán vị π được nói là có tính chất TSort nếu việc liệt kê các nút của cây nhị phân tương ứng với nó $T(\pi)$ theo thứ tự sau cho ta hoán vị đơn vị, nghĩa là hoán vị có dạng $(1, 2, \dots, n)$* ". Đồng và Bắc muốn khảo sát xem những hoán vị như vậy có phải là thường gặp hay không.

Yêu cầu: Cho π là một hoán vị của các số $1, 2, \dots, n$, hãy viết chương trình giúp đôi bạn xác định số lượng hoán vị trong số k hoán vị liên tiếp theo thứ tự từ điển bắt đầu từ π (kể cả π) thoả mãn tính chất TSort.

Dữ liệu: Vào từ file TSORT.INP bao gồm:

- Dòng đầu gồm hai số nguyên dương n và k ;
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên dương $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ là các thành phần của hoán vị π .

Hai số liên tiếp trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file TSORT.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng hoán vị trong số k hoán vị liên tiếp theo thứ tự từ điển bắt đầu từ π (kể cả π) thoả mãn tính chất TSort.

Ví dụ:

TSORT . INP	TSORT . OUT
4 6 1 3 4 2	4

Ràng buộc:

- Có 30% số test tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn $n, k \leq 100$;
- Có 30% số test khác tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn $n, k \leq 10^3$;
- Có 40% số test còn lại tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn $n \leq 10^3, k \leq 10^6$.

Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.