Ta gọi: x, y lần lượt là kết quả cần tìm.

Để tồn tại nghiệm

$$x \times y = gcd(x, y) \times lcm(x, y)$$

Vì:

$$lcm(x, y) = \frac{x \times y}{lcm(x, y)}$$

Vậy ta có:

$$x \times y = a \times b \ (1)$$

Vì: $gcd(x, y) = a$ nên x, y có thể phân tích thành dạng:

$$x = a \times u$$

$$y = a \times v$$

Vậy phương trình (1) giờ chuyển thành:

$$a \times u \times a \times v = a \times b$$

$$a \times u \times v = b$$

$$u \times v = \frac{b}{a}$$

Vậy: Để tồn tại nghiệm bắt buộc b phải là một số chia hết cho a.

Phân tích tính chất của u, v

Ta có: $\frac{b}{a}$ là một hằng số.

Và thực tế thì tối đa $\frac{b}{a}$ chỉ có thể là 10^4 với $b = 10^4, a = 1$.

Ta hoàn toàn có thể cố định và duyệt tuần tự u và $v = \frac{k}{u}$ với $k = \frac{b}{a}$.

Bài này vì các số được cho tương đối gần với giới hạn 1 giây nếu duyệt tuần tự nên chúng ta sẽ làm một chút tối ưu hóa.

Dễ thấy u và v là cặp số đối xứng với nhau, tức nếu cặp (u, v) hợp lệ chắc chắn cặp (v, u) cũng hợp lệ vậy chúng ta cần xác định giá trị tối đa để u cần duyệt mà không phải duyệt lại các cặp đối xứng của u.

Giả sử: $u \times v = k$. Với mỗi cặp (u, v) thỏa mãn thì cặp (v, u) cũng thỏa mãn và cho cùng kết quả là $u + v$. Do đó các cặp nghiệm là đối xứng qua $\sqrt{k}$. Vì vậy, chỉ cần duyệt $u \leq \sqrt{k}$ là đầy đủ các cặp cần xét.

Điều kiện để nhận (u, v) là:

- $gcd(u, v) = 1$ vì $gcd(x, y) = a$ tức có thể phân tích $x = a \times u$ và $y = a \times v$ nếu $gcd(u, v) \neq 1$ thì chắc chắn $gcd(x, y) \neq a \rightarrow$ sai với giả thuyết.

Solution mẫu