Lời giải 1 – Đảo gốc

Dễ dàng thấy khoảng cách xa nhất đến một đỉnh hoặc là ở trong cây con gốc u hoặc là không ở trong cây con gốc u.

Nhưng nếu chỉ xử lý một chiều là cây con gốc u chúng ta sẽ không thể nào tính được khoảng cách đến các đỉnh không nằm trong cây con gốc u.

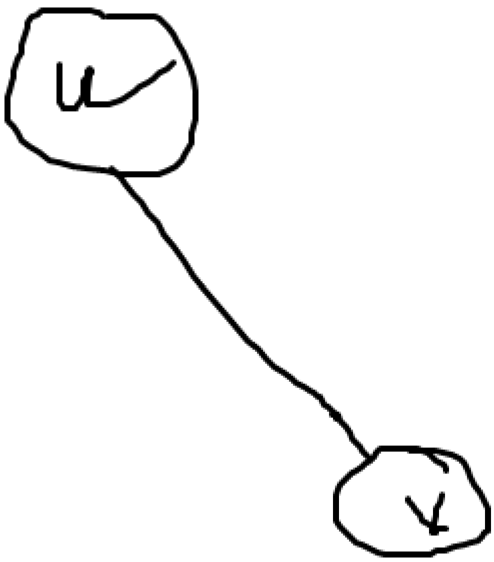
Vậy chúng ta sẽ phải tính lại khoảng cách đến những gốc cây khác ngoài u như nào?

Xét 2 trường hợp cơ bản nhất của một cặp đỉnh cha và con lần lượt là u và v (u là cha của v).

Gọi 2 mảng down[u] và up[u] lần lượt là khoảng cách của đỉnh xa u nhất (down là trong cây con gốc u và up là ngoài cây con gốc u).

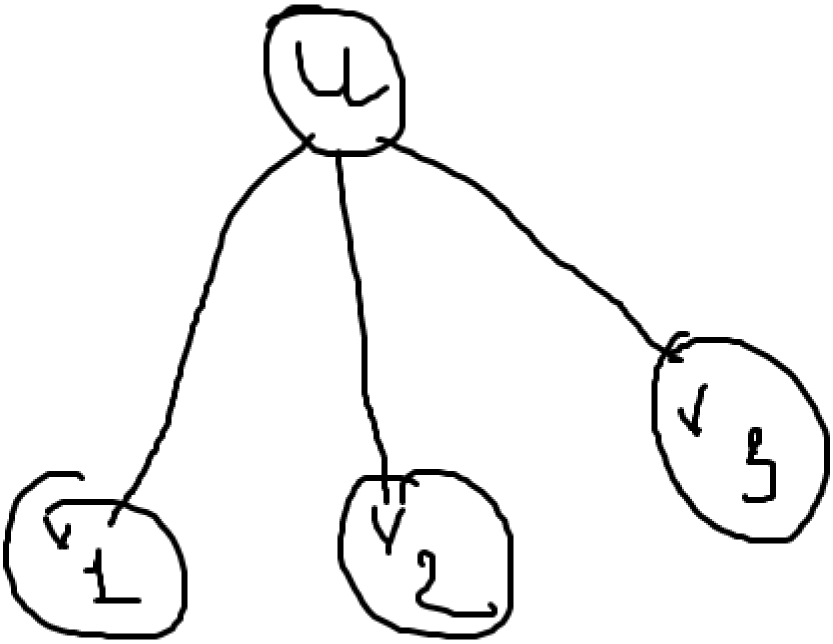
Trường hợp 1 – Đơn nhánh

Hình minh họa:



Ở trạng thái đơn nhánh thì dễ thấy kết quả của đỉnh xa với v nhất hoặc là đỉnh xa với u nhất trong cây con (bao gồm v vậy sẽ là $down[v]$) hoặc sẽ là đỉnh ngoài cây con gốc u (vậy sẽ là $up[u] + 1$).

Trạng thái 2 – Đa nhánh



Ở trạng thái đa nhánh ta chỉ quan tâm đến khoảng cách xa nhất và xa nhì so với đỉnh u, tại sao?

Vì v là con của u khi đó xét đến v nếu v thực sự là đỉnh xa nhất trong cây con gốc u thì ta phải xét đến đỉnh xa thứ hai trong cây con gốc u để xác định xem đâu mới là khoảng cách xa nhất.

Vậy hoặc là đi ra khỏi nhánh v thì ta có 2 khả năng:

- Hoặc là khoảng cách xa nhất đi ra khỏi u hay $up[u] + 1$.
- Hoặc là khoảng cách xa nhất đi ra khỏi v nhưng không đi ra khỏi u hay $down[v_i] + 2$ (đi lên u rồi đổi ra nhánh khác).

Ở tại đây chúng ta có thể ghép cả 2 trường hợp lại với nhau vì trường hợp 2 khi này đã bao trọn cả trường hợp 1.

Vậy ta chỉ cần kiểm tra theo dạng thứ 2 là có kết quả của khoảng cách xa nhất của đỉnh u là $\max(up[u], down[u])$.

Lời giải 2 – Đường kính của cây

Đường kính của một cây là khoảng cách xa nhất của 2 đỉnh trên cây (trong đó có đỉnh 1 là gốc).

Khi đó khoảng cách xa nhất trên cây hoặc là khoảng cách đến đỉnh 1 hoặc là đỉnh còn lại của đường kính.

[Solution mẫu]