$$f(l,r) = 1 \times A_l + 2 \times A_{l+1} + \cdots + (r - l + 1) \times A_r$$

Hay biến đổi thành:

$$f(l,r) = \sum_{i=l}^{r} (i - l + 1) \times A_i$$

Với r ở đây đã được thay thành i.

Tại đây chúng ta đã thấy $\sum_{i=l}^{r} = prefix\ sum\ từ\ r\ đến\ l$ vậy chúng ta cần tìm cách để tách các phần tử của phép sigma thành các phần có thể tính được bằng prefix sum.

Tiếp tục biến đổi ta có:

$$f(l,r) = \sum_{i=l}^{r} [i \times A_i - (l - 1) \times A_i]$$

Bỏ ngoặc ta có:

$$f(l,r) = \sum_{i=l}^{r} (i \times A_i) - \sum_{i=l}^{r} [(l - 1) \times A_i]$$

Vì $(l - 1)$ là hằng số theo l của truy vấn nên chúng ta có thể rút ra được còn lại hằng i là hằng chạy theo sigma nên không thể rút được.

Vậy chúng ta có phương trình cuối cùng là:

$$f(l,r) = \sum_{i=l}^{r} (i \times A_i) - (l - 1) \times \sum_{i=l}^{r} A_i$$

Tại đây chúng ta sẽ tối ưu hóa việc tính sigma bằng cách dùng prefix sum:

Gọi pre[i] là tổng của phép $i \times A_i$ của các phần tử từ 1 đến i.

Gọi pref[i] là tổng của phép A_i của các phần tử từ 1 đến i.

Solution mẫu