

# Linguagens Formais e Autômatos

**Prof. Jose Claudio**

[jcsousa@cruzeirodosul.edu.br](mailto:jcsousa@cruzeirodosul.edu.br)

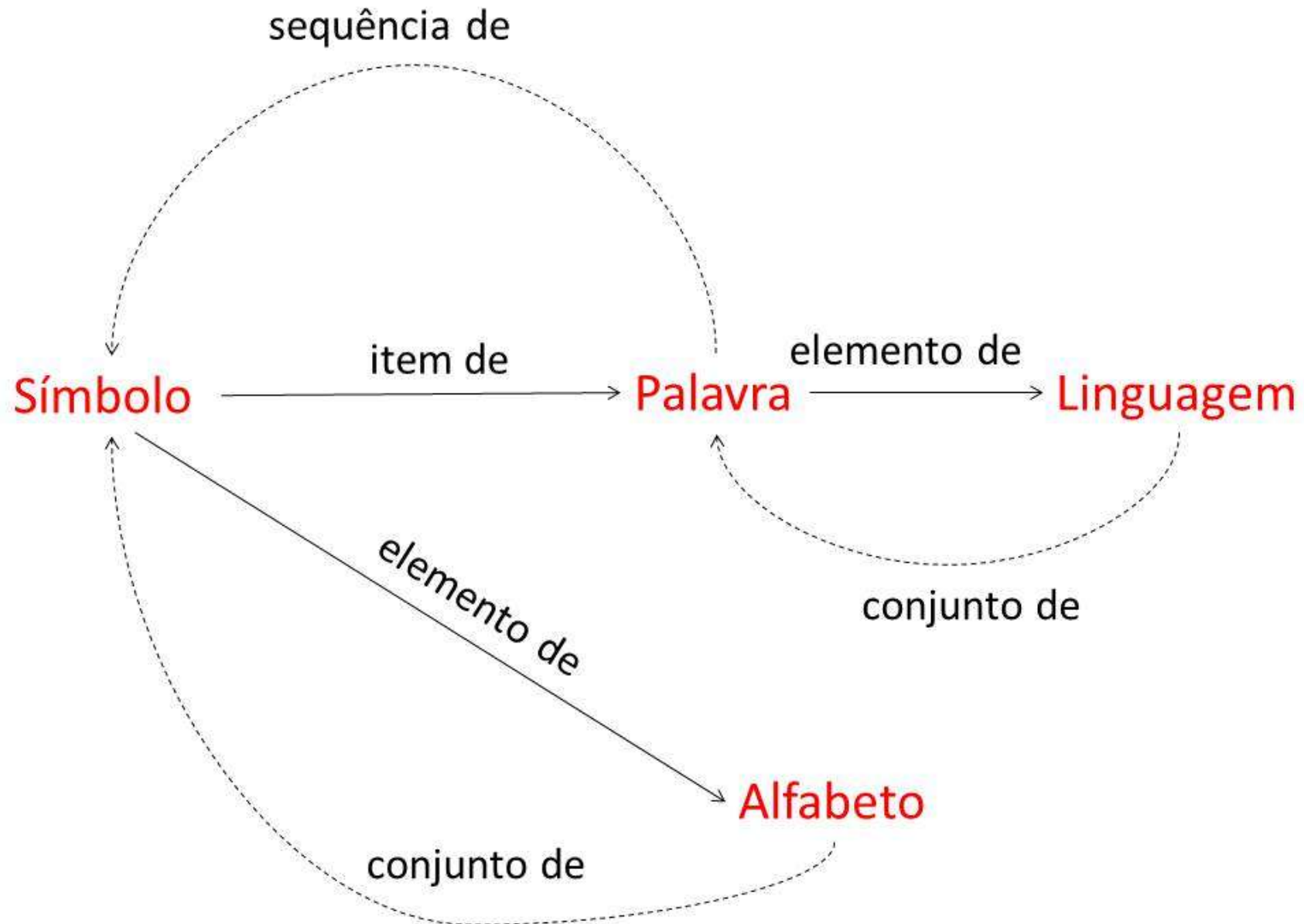
## Conceitos Iniciais

## Linguagens Formais

- Originalmente proposta em 1950, a teoria da linguagem formal visa o estudo das teorias relacionadas com as linguagens naturais.
- A teoria da linguagem formal estuda modelos matemáticos que visam à especificação e o reconhecimento de linguagens naturais, tais como suas classificações, estruturas e propriedades.
- Ao longo dos anos, foi constatado que a teoria das linguagens formais também era importante para o estudo das linguagens artificiais, como as originárias da computação (MENEZES, P. B, 2011).

## Linguagens Formais

- A linguagem formal pode ser aplicada em:
  - modelagem de circuitos lógicos ou redes lógicas;
  - sistemas de animações;
  - hipertextos e hipermídias;
  - reconhecimento de padrões; e
  - principalmente nas linguagens de programação.
- Nas linguagens de programação, a teoria das linguagens formais possui papel fundamental nas análises léxica e sintática das linguagens de programação (MENEZES, P. B, 2011).



## Conceitos Básicos

- Sentença (ou palavra) : Uma sentença (ou palavra) é uma sequência finita de símbolos. Cadeias geralmente são denotadas por letras gregas minúsculas
- Ex: Sejam C, A, R, R e O símbolos, então CARRO é uma sentença.
- Uma sentença pode ser **vazia**, constituída por **nenhum símbolo**. Uma sentença vazia é representada por  $\epsilon$ .

## Prefixo, Sufixo e Subpalavra

- Dada uma palavra, é possível extrair o seu **Prefixo**, **Sufixo** e **Subpalavra**.
- **Prefixo** de uma palavra é qualquer sequência inicial de símbolos da palavra.
- **Sufixo** é qualquer sequência final de símbolos de uma palavra, ou seja, o contrário de prefixo.
- Já uma **Subpalavra** é qualquer sequência de símbolos **contíguos** da palavra.

## Prefixo, Sufixo e Subpalavra

Observe os exemplos de **Prefixo**, **Sufixo** e **Subpalavra**:

a) **abcb** é uma palavra do alfabeto  $\{a,b,c\}$ .

b) A palavra **abcb** possui os **prefixos**:

- $\epsilon$ , **a**, **ab**, **abc**, **abcb**

c) Os **Sufixos** de **abcb** são:

- $\epsilon$ , **b**, **cb**, **bcb**, **abcb**

d) É importante observar que qualquer **Prefixo** ou **Sufixo** de uma **palavra** é uma **Subpalavra**. Dessa forma, os **Prefixos** e **Sufixos** de **abcb** são **Subpalavras** de **abcb**.



## Concatenação de Palavra

- Outro conceito muito importante quando se fala em palavra é a **Concatenação de Palavras**, também chamado simplesmente de **Concatenação**.
- Concatenação de palavras é uma **operação binária**, a qual é aplicada sobre um conjunto de palavra com o objetivo de associar a cada par de palavras uma palavra formada pela junção da primeira com a segunda (PAPADIMITRIOU, Christos H.; LEWIS, Harry R, 2000).

## Concatenação de Palavra

- Outro conceito muito importante quando se fala em palavra é a **Concatenação de Palavras**, também chamado simplesmente de **Concatenação**.
- Concatenação de palavras é uma **operação binária**, a qual é aplicada sobre um conjunto de palavra com o objetivo de associar a cada par de palavras uma palavra formada pela junção da primeira com a segunda (PAPADIMITRIOU, Christos H.; LEWIS, Harry R, 2000).
- Palavras são formadas por símbolos, assim, pode-se dizer que uma concatenação é uma justaposição dos símbolos que representam as palavras componentes.
- Uma operação de concatenação deve satisfazer as propriedades a seguir.

## Concatenação de Palavra

- A concatenação de palavras é uma **operação associativa**, dessa forma, é possível omitir os parênteses. Então,  $v(w t)$  pode ser definido, simplesmente, por  $v w t$ .
- Vamos supor que o alfabeto seja  $\Sigma = \{a, b\}$ . Assim, para as palavras  $v = baaaa$  e  $w = bb$ , vale que:
  - $v w = baaaabb$
  - $v \varepsilon = baaaa$

## Concatenação de Palavras.

- Em palavras mais simples...
- Seja  $\Sigma = \{a,b\}$ 
  - **aa** concatenado com **bb** forma
    - aabb
  - **aaab** concatenado com **bba** forma
    - aaabba

## Concatenação de Palavras.

A concatenação entre duas cadeias é uma cadeia contendo os símbolos da primeira cadeia e em seguida os símbolos da segunda cadeia.

Ex.: se  $\omega_1 = 001001$  e  $\omega_2 = 101100$ , então  $\omega_1\omega_2 = 001001101100$

## Potência em Palavra

- Outro conceito muito importante é o conceito de concatenação sucessiva de uma palavra, ou simplesmente Potência em palavra
- Tal conceito é representado na forma de um expoente. Assim:
- $w^n$ , onde  $n$  é o número de concatenações sucessivas e  $w$  é uma palavra qualquer.
- É definida indutivamente a partir de operação de concatenação binária, como segue:

$$w^0 = \varepsilon$$

$$w^n = w w^{n-1}, \text{ para } n > 0$$

## Potência em Palavra

Observe os exemplos de concatenação sucessiva a seguir, todavia, vamos continuar supondo que  $w$  seja uma palavra qualquer. Assim:

$$w^3 = \underbrace{w}_{w^1} w w$$

Para uma palavra qualquer, temos:

$$a^5 = aaaaa$$

$$a^n = aaa \dots a$$

## Potência em Palavra

- Assim...
- Dado uma cadeia **b**, definimos:
  - $b^n = \underbrace{bb \dots b}_n$

### Exemplo

- Se  $\alpha = aba$ , então  $\alpha^3 = \underbrace{aba}_{\alpha} \underbrace{aba}_{\alpha} \underbrace{aba}_{\alpha}$
- Se  $\beta = 01110$ , então  $\beta^2 = \underbrace{01110}_{\beta} \underbrace{01110}_{\beta}$



## Potência em Palavra

### Exemplo

- $ab^2ac^3b = a \underbrace{bb}_{b^2} a \underbrace{ccc}_{c^3} b$

## Concatenação de Palavras.

- Se  $\Sigma$  representa um alfabeto, então:
  - $\Sigma^*$  representa o conjunto de todas as palavras possíveis sobre  $\Sigma$
  - $\Sigma^+$  denota  $\Sigma^* - \{\epsilon\}$
- Por exemplo, considere o  $\Sigma = \{a\}$ , então:
  - $\Sigma^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, \dots, n\}$
  - $\Sigma^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, \dots, n\}$

## Cadeia Reversa.

- O reverso da cadeia  $w = w_1w_2 \dots w_n$ , denotado por  $w^R$ , é a cadeia  $w_nw_{n-1} \dots w_1$

### Exemplo

- Se  $\alpha = abcde$ , então  $\alpha^R = edcba$

# GRAFOS

# Grafo

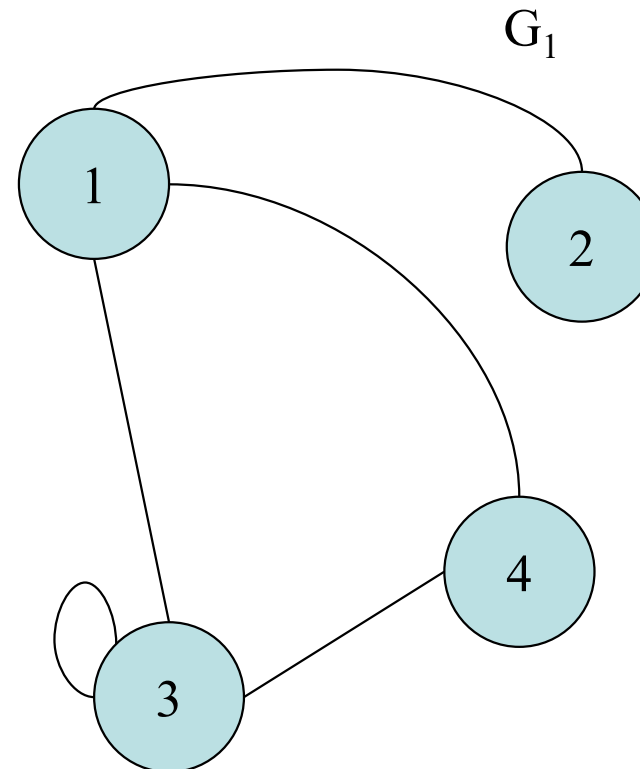
Um grafo é um conjunto arbitrário de pontos, chamados *vértices*, nós ou *nodos*, que são conectados dois a dois entre si, por um conjunto de *ligações* ou *arestas*

Podem ser representados graficamente (com círculos representando os nós, e linhas representando as ligações) ou formalmente

Não confunda o desenho do grafo com o próprio grafo!

# Representação gráfica

- No exemplo ao lado, o grafo contém os nós
  - 1,
  - 2,
  - 3 e
  - 4
- e as arestas
  - Ligando de 1 a 2
  - Ligando de 1 a 4
  - Ligando de 1 a 3
  - Ligando de 3 a 4
  - Ligando de 3 a 3



## Representação formal

- Formalmente, um grafo  $G$  qualquer é representado por dois conjuntos:
  - O conjunto  $V$  (da palavra *vertex*) dos nós
  - O conjunto  $E$  (da palavra *edge*) das arestas
- Assim,  $G = (V, E)$
- Por exemplo o grafo apresentado anteriormente poderia ser definido como
  - $G_1 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 4), (1, 3), (3, 4), (3, 3)\})$
  - Repare que as arestas foram representadas por pares ordenados, apesar de não haver propriamente um sentido para elas

## Grafo não-direcionado

O conceito de grafo apresentado representa um tipo de grafo em que a aresta não possui uma “direção”

- Ou seja, dizer que o nó 1 é ligado ao nó 2 é o mesmo que dizer que o nó 2 é ligado ao nó 1
- Nesse caso, dizemos que se trata de um grafo não direcionado
- Uma aresta pode ser representada, portanto, por um conjunto:
  - Como  $(3,2)$  e  $(2,3)$  é a mesma coisa, podemos representar por  $\{2,3\}$
  - Uma aresta que liga o nó 3 a ele mesmo poderia ser  $(3,3)$  ou  $\{3\}$



## Grafo direcionado

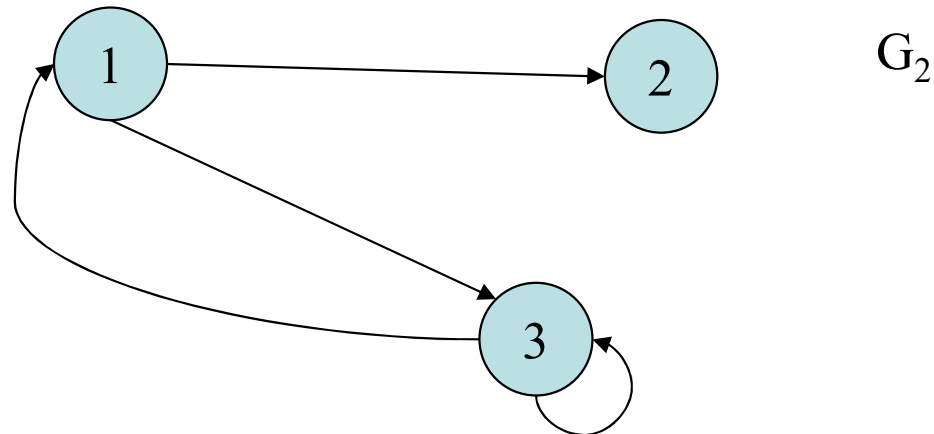
Quando as ligações entre os nós são “de mão única” (ou seja, se é relevante a informação de qual a origem da ligação e qual o destino), dizemos que o grafo é *direcionado*

Assim, a representação formal das arestas *deve* ser feita com pares ordenados

A ligação  $(2,3)$  é diferente da ligação  $(3,2)$

O grafo direcionado é representado graficamente com setas indicando as arestas, podendo haver até duas arestas entre dois nós quaisquer

## Exemplo



- O grafo direcionado acima poderia ser representado formalmente como:
- $G_2 = (\{1,2,3\},\{(1,2),(1,3),(3,1),(3,3)\})$

## Conceitos importantes

- Grau de um nó
  - O número de arestas que saem de um nó ou chegam nele
    - Exemplo: o nó 2 do grafo  $G_2$  apresentado anteriormente tem grau igual a 1
- Subgrafo de um grafo  $G$ 
  - Um grafo cujo conjunto  $A$  de nós é um subconjunto do conjunto de nós de  $G$  e cujo conjunto de arestas é o conjunto de todas as arestas de  $G$  saem de algum nó de  $A$  e chegam em algum nó de  $A$
  - Ex.:  $(\{1,2\},\{(1,2)\})$  é um subgrafo do grafo  $G_2$  apresentado anteriormente

- Caminho
  - Uma seqüência de nós de um grafo conectados por arestas um a um
    - I.e., cada nó da seqüência é conectado ao nó anterior e ao nó posterior
- Caminho direcionado
  - Se o grafo for direcionado, e cada nó do caminho for origem da aresta que o liga ao nó posterior e o destino da aresta que o liga ao nó anterior, dizemos que o caminho é direcionado
- Caminho simples
  - Um caminho que não repete nenhum nó
    - Lembre-se de “curva simples” da geometria

- Ciclo
  - Um caminho cujo nó inicial e nó final são o mesmo
- Ciclo simples
  - Um ciclo que tem pelo menos três nós e não tem repetição, exceto os nós inicial e final
- Grafo conexo
  - Um grafo em que quaisquer dois nós possuem caminho entre si
- Grafo fortemente conexo
  - Um grafo onde para cada dois nós quaisquer existe um caminho direcionado entre si

- Árvore
  - Um grafo conexo que não possui ciclos simples
  - A árvore possui um nó designado especialmente, chamado *raiz*
- Folha
  - Todo nó de uma árvore com grau 1 e que não seja a raiz

Perguntas?

Fim

:wq



# Linguagens Formais e Autômatos

**Prof. Dr. Cleber Silva**

[cleber.luz@cruzeirosul.edu.br](mailto:cleber.luz@cruzeirosul.edu.br)