Algorytmy Geometryczne

Przetwarzanie i przechowywanie opisu siatki trójkątnej na płaszczyźnie

Dokumentacja

Michał Ramut, Hubert Tułacz

Styczeń 2024

1. Opis projektu

Porównanie Halfedge Data structure ze strukturą składającą się ze zbioru punktów i trójkątów na podstawie trzech operacji.
OP1: wyznaczanie otoczenia dla wybranego wierzchołka (kolejne warstwy incydentnych wierzchołków – należy rozpatrzyć otoczenia składające się z jednej warstwy oraz dwóch warstw),
OP2: wyznaczanie otoczenia dla wybranego trójkąta (kolejne warstwy incydentnych trójkątów – należy rozpatrzyć otoczenia składające się z jednej warstwy oraz dwóch warstw),
OP3: przeglądanie incydentnych trójkątów od wybranego trójkąta w kierunku wybranego punktu (dla odszukania trójkąta zawierającego dany punkt).
Do realizacji projektu została zaimplementowana struktura HalfEdge, w celu łatwego przechodzenia po wierzchołkach/trójkątach.

2. Podstawowe informacje techniczne

• Język Python w wersji 3.10,
• Precyzja operacji zmiennoprzecinkowych — domyślna w python - zazwyczaj odpowiada double w języku C
• Narzędzie do wizualizacji - bibiloteka mathplotlib
• Reprezentacja punktu — krotka współrzędnych punku (liczb zmiennoprzecinkowych)

3. Przykłady użycia

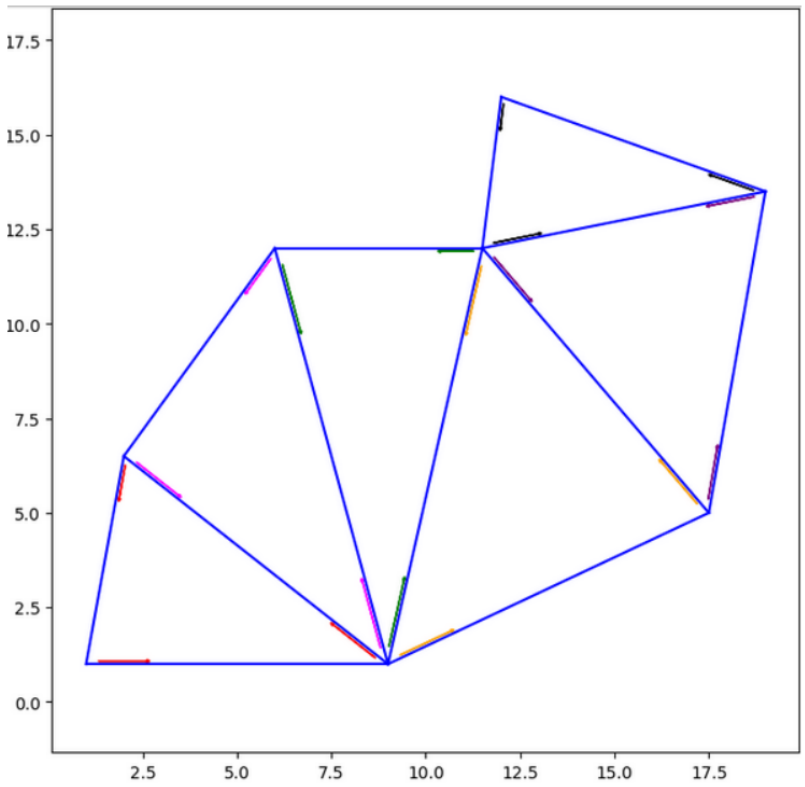
```
from halfedge import *
from visualizer import *

p = [(1.0, 1.0),
(2.0, 6.5),
(9.0, 1.0),
(17.5, 5.0),
(19.0, 13.5),
(12.0, 16.0),
(11.5, 12.0),
(6.0, 12.0)]
```

```
t = [(0, 2, 1),
(1, 2, 7),
(6, 7, 2),
(2, 3, 6),
(6, 3, 4),
(6, 4, 5)]

mesh = triangles_to_segments(p,t)
he = create_half_edge_structure(p, t)
draw_halfedge_structure(he,mesh)
```

4. Przykładowa wizualizacja



Rysunek 1 Przykładowa wizualizacja

5. Opis klas i funkcji z pliku halfedge.py

class halfedge.Face(points: list[tuple[float, float]], index: int)

Klasy bazowe: object

Reprezentacja trójkąta.

class halfedge.HalfEdge(v: Vertex, face: Face)

Klasy bazowe: object

Reprezentacja półkrawędzi.

class halfedge.Vertex(cords: tuple[float, float], index: int)

Klasy bazowe: object

Reprezentacja wierzchołka.

halfedge.ccw(a: tuple[float, float], b: tuple[float, float], c: tuple[float, float]) → float

Pole równoległoboku rozpiętego na wektorach (ab) i (ac). Będzie ujemne, gdy podane punkty będą ułożone zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

halfedge.sort_points(points: list[tuple[tuple[float, float], int]]) → list[tuple[tuple[float, float], int]]

Funkcja sortująca punkty.

halfedge.create_half_edge_structure(points: list[tuple[float, float]], triangles: list[int]) → list[HalfEdge]

Funkcja tworzy strukturę HalfEdge.

6. Opis funkcji z pliku halfedge.ipynb

halfedge.point_in(triangle: tuple[int, int, int], point: tuple[float, float]) → bool

Funkcja sprawdza czy punkt zawiera się w podanym trójkącie.

halfedge.triangles_to_connections(triangles: list[tuple[int, int, int]]) → list[tuple[int, int]]

Funkcja tworzy i zwraca listę odcinków łączących punkty w postaci listy par indeksów.

halfedge.triangles_to_segments(points: list[tuple[float, float]], triangles: list[tuple[int, int, int]]) →

list[tuple[tuple[float, float], tuple[float, float]]]

Funkcja tworzy i zwraca listę odcinków łączących punkty.

halfedge.triangulation_reader(number: int) → tuple[list[tuple[float, float]], list[tuple[int, int, int]]]

Funkcja czyta triangulację o zadanym numerze z katalogu tests/.

6.1. OP1: wyznaczanie otoczenia dla wybranego wierzchołka

halfedge.apex_surroundings_basic(point: int, points: list[tuple[float, float]], connections: list[tuple[int, int]]) → list[int]

Funkcja wyznacza otoczenie punktu (2 warstwy incydentnych wierzchołków), mając do dyspozycji triangulację w postaci listy punktów i listy odcinków.

- Iterujemy po wszystkich połączeniach i sprawdzamy czy jest to połączenie z interesującego nas punktu, jeżeli tak to ponownie iterujemy po wszystkich połączeniach aby znaleźć sąsiadów sąsiadów.

halfedge.apex_surroundings_halfedges(p: int, halfedges: list[HalfEdge]) → list[int]

Funkcja wyznacza otoczenie punktu (2 warstwy incydentnych wierzchołków), mając do dyspozycji triangulację w postaci stuktury HalfEdge.

- Szukamy sąsiadów wierzchołka startowego, następnie szukamy sąsiadów jego sąsiadów.
- Aby znaleźć sąsiadów wierzchołka najpierw znajdujemy wszystkie pół krawędzie wychodzące z tego wierzchołka a następnie dla każdej takiej pół krawędzi przechodzimy po jej ścianie i zapisujemy znalezione punkty.

6.2. OP2: wyznaczanie otoczenia dla wybranego trójkąta

halfedge.triangle_surroundings_basic(tri_id: int, triangles: list[tuple[int, int, int]]) → tuple[list[int],

list[int]]

Funkcja wyznacza otoczenie trójkąta (2 warstwy incydentnych trójkątów), mając do dyspozycji listę trójkątów.

- Iterujemy po liście połączeń(przedstawionej jako trójkąty) i szukamy trójkątów sąsiadujących z trójkątem startowym
- Następnie dla każdego sąsiada szukamy jego sąsiadów w ten sam sposób

halfedge.triangle_surroundings_halfedge(tri_id: int, halfedges: list[HalfEdge]) → list[int]

Funkcja wyznacza otoczenie trójkąta (2 warstwy incydentnych trójkątów), mając do dyspozycji triangulację w postaci stuktury HalfEdge.

- Szukamy sąsiednich ścian ściany początkowej, następnie powtarzamy to dla znalezionych sąsiadów
- Aby znaleźć sąsiadów szukamy pół krawędzi należącej do badanej ściany, a następnie dodaje (jeżeli istnieją) ściany do których należą bliźniacze pół krawędzie powiązane z cyklem wewnątrz początkowej ściany

6.3. OP3: przeglądanie incydentnych trójkątów od wybranego trójkąta w kierunku wybranego punktu

halfedge.find_triangle_basic(triangles: list[tuple[int, int, int]], points: list[tuple[float, float]], point: tuple[float, float], start_triangle: tuple[int, int, int]) → int

Funkcja szuka trójkąta, w którym znajduje się dany punkt.

- Tworzymy stos przechowywujący trójkąty które należy sprawdzić
- Dopóki stos nie jest pusty lub nie znaleźliśmy już szukanego trójkąta, dodajemy sąsiednie trójkąty

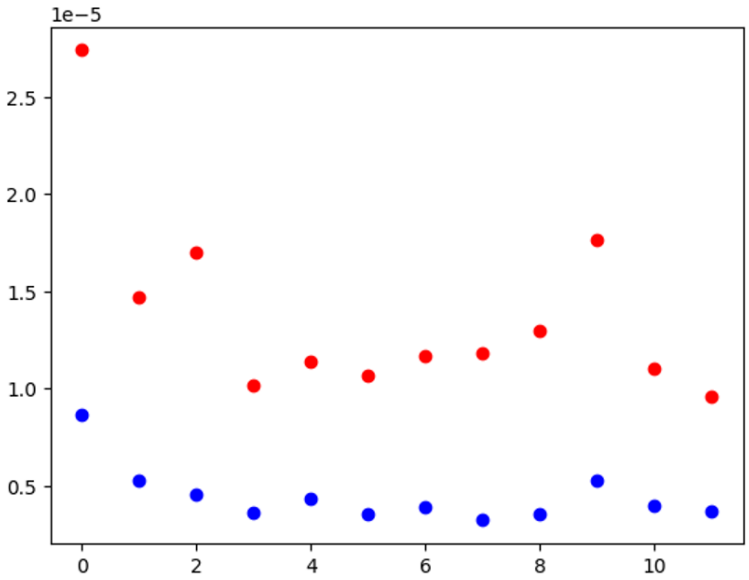
halfedge.find_triangle_halfedge(halfedges: list[HalfEdge], point: tuple[float, float], start_triangle: int) → int

Funkcja szuka trójkąta, w którym znajduje się dany punkt, mając do dyspozycji triangulację w postaci stuktury HalfEdge.

- Tworzymy stos który przechowuje trójkąty, które należy sprawdzić
- Dopóki stos nie jest pusty lub nie znaleźliśmy już szukanego trójkąta, dodajemy na stos sąsiadów aktualnego trójkąta

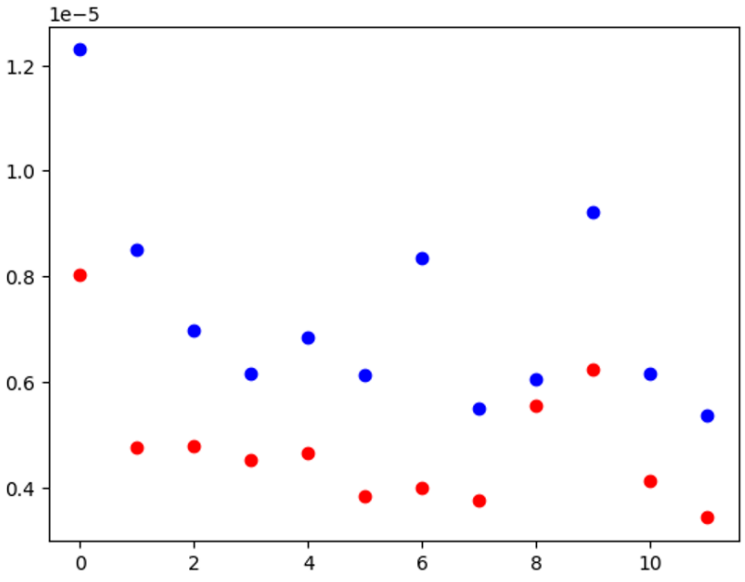
7. Porównanie czasów algorytmów

Czerwone – Half Edge Data Structure
Niebieskie – Lista punktów oraz lista połączeń



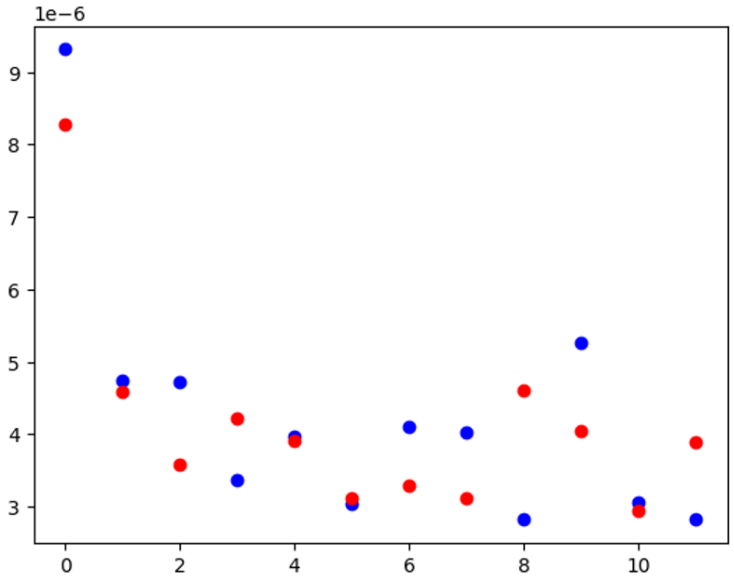
Wykres 2 Porównanie czasów algorytmów dla OP1

Czerwone – Half Edge Data Structure
Niebieskie – Lista punktów oraz lista połączeń



Wykres 2 Porównanie czasów algorytmów dla OP2

Czerwone – Half Edge Data Structure
Niebieskie – Lista punktów oraz lista połączeń



Wykres 3 Porównanie czasów algorytmów dla OP3