**基于整数规划的疫苗运输排班问题**

**摘要**

新冠疫情爆发以来，各行各业尤其是承担生产疫苗重任的生物制品公司的压力急剧上升，现有员工和工作安排往往不能满足社会和国家需求，而加大员工工作量并不是长久之计。为了解决这一问题，一些公司在保持原有员工及其工作量不变的基础上开始额外雇佣流动员工，即给员工只需在公司工作一段较短时间就离开该公司，减少工作压力的同时提高了工作效率。为了满足生物制品公司生产运输疫苗的需求，产生最大国家效益的同时也能够兼顾员工的均匀问题，如何合理的安排员工的工作日期、天数以及运输专班就成为了解决上述问题的关键。本文将考虑多种限制因素，如专班需一名具有驾驶资格的员工，每名员工每天至多安排一次专班，员工不同天内参与的专班在具体班次上应尽可能平衡等，基于这些进行数学规划，建立数学模型，利用编程软件对问题进行解决，给出最优方案，最后评价模型的合理性和可行性，并提出改进方案及思路。

我们将定义一系列零一变量，如流动员工是否参加过某运输专班、是否具有驾驶资格等，进行整数规划。对于每个专班安排两名员工，其中至少一名需要具有驾驶资格等基本条件作为线性约束，对于其他具有重要性排序且不易同时符合，或对后续天数造成影响的条件，如班次尽可能平均，历史事故的高低搭配进行加权放入目标函数。得到每一天操作的最优解，次优解，再更新数据，递归调用，一定时间内比较每一种方案所有天数总分，选择最优方案。

进一步，我们将对专班安排公平问题进行更多样的讨论，保留上述数学模型基本不变，把员工在公司全部工作期间的工作天数与累计专班次数之比基本均衡作为一个权衡因素，加入目标函数。求解安排方案。对于提出其他公平含义再进行求解，并比较各公平含义所得到的结果。加权目标函数具有不错的拓展性，易于找到可实行的途径。

本文主要采用Python对模型进行编程求解，并分析出相关因素对问题影响的大小，使

结果更加可靠，使模型具有现实意义。

关键词：零一变量、整数规划、递归调用、Python

**前言**

2019年12月，我国湖北省武汉市爆发了一场前所未有的大规模疫情——新型冠状病毒疫情，并迅速扩散至全国乃至全世界，这是中国人民的灾难更是对整个人类文明的考验。

根据Daniel Bernoulli的传染病SIR模型，感染人数能否在短期内得到有效控制只要取决于单位时间每个个体接触感染体的次数c与个体接触感染体后的患病率p的积，因此控制疫情的主要方式就是降低人员接触次数（居家、集中隔离等）以及降低接触后患病率（佩戴口罩、接种疫苗等）。而疫苗则是针对传染病最有效的手段，就像钟南山院士强调的,接种疫苗才是真正实现群体免疫的方法。而要争取尽快达到70%～80%的接种率,需要积极倡导"我接种,我健康""每个人是自己健康第一责任人"的社会风尚[1]。

新冠疫情爆发以来，在以习近平主席为核心的党中央的领导以及钟南山院士的医学指导下，我国疫情得到了有效的控制，而现在的主要控制疫情任务就是普及新冠疫苗。为了尽快实现全民接种并充分调动社会人员资源，同时考虑不过度增加员工工作压力的问题，我们将为生产运输疫苗任务较重的生物制品公司提供一种基于流动工作制的可行方案来解决上述问题，提高疫苗普及效率，助力防疫攻坚战。

1. **问题描述及分析**

**1.1问题描述**

为了尽快实现全民接种，更好地控制疫情，我国对疫苗的需求量日益增长，疫苗的生产和运输压力都逐渐增大，为了能够及时生产足够的疫苗并将疫苗运输至各地，一生产新冠疫苗的生物制品公司决定额外雇佣流动员工，一名流动员工加入后会在该公司工作 3 至 15 天，员工加入后被分配到生产及运输疫苗的不同工厂中，每个工厂人数为 5 至 15 人不等，并随员工的流动而不断变化。每天在原有的运输专班基础上额外开设至多四条由流动员工承担的运输专线将疫苗运往A,B,C,D四地，当天不参加运输专班的员工则负责疫苗的生产加工工作，为了平衡每天运输和生产疫苗的人数，每天开启几条额外专线往往取决于当天流动员工人数。

每个专班需安排两名员工，其中至少一名需具有驾驶资格。每名员工每天至多安排一次专班。除以上要求外，专班安排还有以下原则，按优先级由高到低的顺序排列如下：

(1) 每个班次至少有一名已有专班经验的员工。

(2) 每名员工在不同天内参与的专班在具体班次上应尽可能平均。

(3) 历史事故次数较高的员工参与专班时须与历史事故次数较低的员工组成专班。历史事故次数为0或1的可认为历史事故次数较低，历史事故次数大于 3 的可认为历史事故次数较高。

由于运输专班工作辛苦，还应使员工排班尽可能均匀。在此基础上，尽可能满足最多和最重要的原则，建立数学模型，根据不同的员工排班均匀定义给出专班安排算法，并对具体场景给出一段时间内的模型最优解即排班结果，比较各定义下的排班结果。

**1.2问题分析**

本文考虑排班合理性、员工公平性、收益最大化等因素，对公司专班排班问题进行分析，并带入具体场景进行求解，本文将从、、进行分析。

可行性：对员工的排班可行可操作，无冲突矛盾，并满足题设要求。

经济性：尽可能获得专班次数最大化。

合理性：结果要符合实际情况，合情合理，充分考虑各员工的工作压力问题等。  
我们通过零一变量的设置以及题设条件的数学表示建立模型，考虑某员工在某一天是否

上班、是否安排专班等来对问题进行描述，根据题设要求，将公平性尽力做到均衡，总运输专班次数作为目标函数，最大化目标函数即得到安排方案。进一步，我们改变均匀含义，对上述模型继续求解，比较不同含义下的结果，并建立各不同含义之间的联系。

1. **数学模型的建立及求解**

**2.1模型假设**

1. 流动员工严格按照公司专班排班来上班
2. 每名流动员工生产及运输疫苗为公司和社会带来的效益相同
3. 公司专班排班要充分考虑员工的工作压力问题

**2.2符号说明**

员工i已工作天数

员工i在第j天是否参加前往A的专班零一变量

员工i在第j天是否参加前往B的专班零一变量

员工i在第j天是否参加前往C的专班零一变量

员工i在第j天是否参加前往D的专班零一变量

员工i是否具有驾驶资格零一变量

员工i在第j天是否具有专班经验零一变量

员工i历史事故高中低变量

员工i的工作率

员工i在公司全部工作期间的工作天数

**2.3模型建立与求解**

**2.3.1**

根据题目要求，我们需要给出一种排班策略，来满足员工的均匀需求，并保证一定的安全性、可靠性，尽可能做到社会效益的最大化。由于员工呈流动性上班，而同一天不同人数对应着不同班次的开放，我们需要知道每位员工在某一天是否生产疫苗，是否运输疫苗。于是我们有：

员工i已工作天数

员工i在第j天是否参加前往A专班 是否参加前往B专班

是否参加前往C专班 是否参加前往D专班

同时我们看到，公司对专班安排人员有要求，即至少一位具有驾驶资格，

设置零一变量 来判断员工是否具有驾驶资格

除以上要求外，还有关于专班经验以及历史事故次数高低的限制，

设置员工i在第j天是否有经验的零一变量

即，如果在第j天前，员工i已经参加过前往A,B,C,D的专班了，则表明他有经验，反之则没有。

设置员工i的历史事故次数高低零一变量

接下来我们来设置一些约束条件进而对我们的模型进行求解

约束条件1：每名员工在公司内工作时间在3~15天，每间工厂员工数在5~15人

约束条件2：每人每天至多参加一次运输专班排班

约束条件3：每个专班需要两名员工，此时我们要对每天流动员工数与开设运输班次数的关系做出定义，根据实际情况以及上文的模型假设，我们规定每天员工数在5-7人时只开设前往A地的运输专班；8-10人时开设A和B；11-12人时开设A,B,C；13-15人时开设A,B,C,D，于是我们有

根据不同人数对应开放不同数量的班次来进行限制约束

约束条件4：每个班次中至少有一位具有驾驶资格

约束条件5：每个班次中至少有一位具有专班经验

约束条件6：历史事故次数较高的员工参与专班时须与历史事故次数较低的员工组成

专班

接下来定义员工i的工作率为员工i已经安排班次的次数/已经工作的天数

接下来考虑排班均衡问题

表示第i名员工在前天内参加过最少的班次

再令

而我们的目标函数要保证其公平性及排班平衡（优先选择工作率较低的员工）

所以最终的数学模型为

最小化目标函数即可得到排班具体安排，接下来我们利用python对其编程实现，将附表中的数据带入，结果如下：

可以看出，根据不同员工的驾驶资格、历史事故次数、专班经验等条件的限制，我们成功的得出了一种公平的排班方式。同时可以发现对于后来上班的员工接下来九天内的专班次数明显多于已经有若干次专班经验的员工，符合实际，具有现实意义。

**2.3.2**

接下来，我们将对均匀含义进行多元化，以在公司全部工作期间的工作天数与累计运输专班次数之比为依据，并重新对排班问题进行求解。

上文中我们已经将排班模型建立完整，现在需要修改的就是关于均匀的定义，我们设变量表示第i位员工在公司全部工作期间的工作天数，于是第一问中的工作率重新定义为

目标函数仍为

我们仍然可以得到最终的数学模型

同样地，我们利用python对其编程求解，结果如下

可以看到，根据这种定义的公平得到的结果与问题一中的结果略有不同，由于工作率及公平性定义的不同，使得排班表发生变化。

**2.3.3**

下面对均匀进行另一种定义，在上述目标函数的基础上，我们增设流动员工尽量不连续安排专班的条件

为了能够保证得到解，我们不将其作为最优解，而是赋值到目标函数中，于是目标函数变为

其中均为参数

同样地，我们利用python对其编程求解，结果如下