

6.1 d

6.2 a

6.3 思路：整体思路与 k-select 相似，要选择一个分割点 x_i ，递归调用权重较大的子数组继续求解即可。

伪代码：

getSum(x[], w[], start, end):

 result = 0

 for i in range(start, end+1):

 result += w[i]

 return result

WeightedMedian(x[], w[], start, end):

 mid = DSelect(x[], start, end)

 L, pivotVal, R = Partition(x[], mid)

 WL = getSum(x[], w[], start, mid)

 WR = getSum(x[], w[], mid+1, end)

 if(WL < 0.5 && WR < 0.5):

 return x[mid]

 else if(WL > 0.5):

 w[mid] += WR

 return WeightedMedian(x[], w[], start, mid)

 else:

 w[mid] += WL

 return WeightedMedian(x[], w[], mid, end)

6.4 七个元素一组时，仿照五个元素一组时的证明方法，发现仍然是 $O(n)$ 时间运行，但是性能可能不如五个元素一组好。

7个元素一组: $T(n) \leq T(n/7) + T(7n/10) + cn$ ①.

guess: $T(n) \leq \begin{cases} d \cdot n_0 & \text{if } n = n_0 \\ d \cdot n & \text{if } n > n_0 \end{cases}$

$T(k) \leq T(k/7) + T(7k/10) + ck \leq dk/7 + 7dk/10 + ck \leq dk$

$10dk + 49dk + 70ck \leq 70dk$

$\therefore d \geq \frac{70}{11}c$

\therefore 存在 d 使 $T(n) = O(n)$

但是三个元素一组时，用替代法可以发现左边是大于 $d \cdot n$ 的，所以不再是线性时间了。

3个元素一组: $T(n) \leq T(n/3) + T(7n/10) + cn$ ①.

$$\text{guess: } T(n) \leq \begin{cases} d \cdot n_0 & \text{if } n = n_0 \\ d \cdot n & \text{if } n > n_0 \end{cases}$$

$$T(k) \leq T(k/3) + T(7k/10) + ck \leq dk/3 + 7dk/10 + ck \leq dk$$

$$10dk + 21dk + 30ck \leq 30dk$$

$$\therefore d \leq -30c$$

\therefore 不存在 d 使 $T(n) = O(n)$