Commande multivariable
Introduction

A. Desbiens, 9 janvier 2020

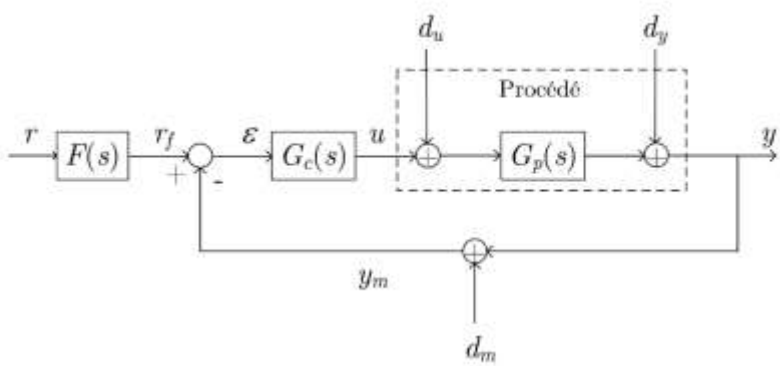
1. PLAN DE COURS

Voir le plan de cours pour les objectifs, le contenu et l'évaluation.

2. CONNAISSANCES PRÉALABLES

- Comprendre l'effet des pôles et zéros sur le comportement d'un système : stabilité, déphasage non minimal
- Savoir calculer la fonction de transfert entre deux signaux d'un diagramme fonctionnel
- Savoir identifier la fonction de transfert d'un système monovariable à partir de données expérimentales
- Maîtriser les diagrammes de Bode et lieux de Nyquist
- Comprendre les compromis en commande
- Maîtriser les concepts de marge de gain et marge de phase
- Comprendre la structure cascade de commande

3. OBJECTIFS DE L'AUTOMATIQUE



Monovariable : signaux sont des scalaires
Multivariable : signaux sont des vecteurs.

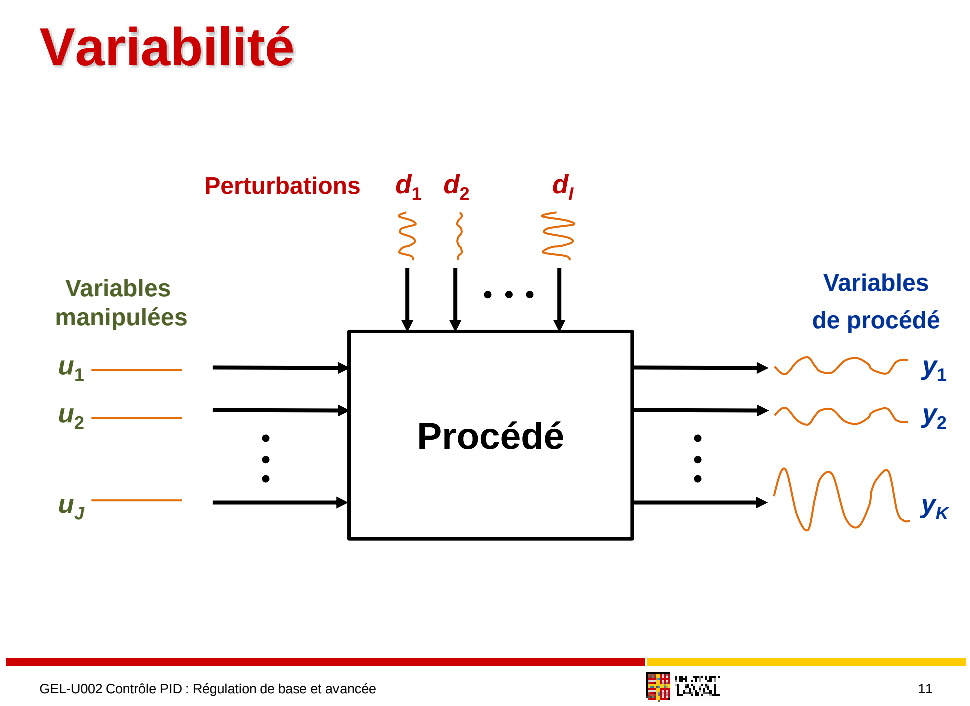
- But : Concevoir le régulateur pour faire en sorte que les sorties y (sorties du procédé, variables contrôlées) suivent les consignes en manipulant les entrées u (variables manipulées, actions, commandes), malgré les perturbations extérieures et paramétriques.

- Modes de fonctionnement :
  - Régulation : r constant et on cherche à éliminer les perturbations
  - Poursuite : r varie dans le temps (sauf en simulation, les perturbations seront présentes également)

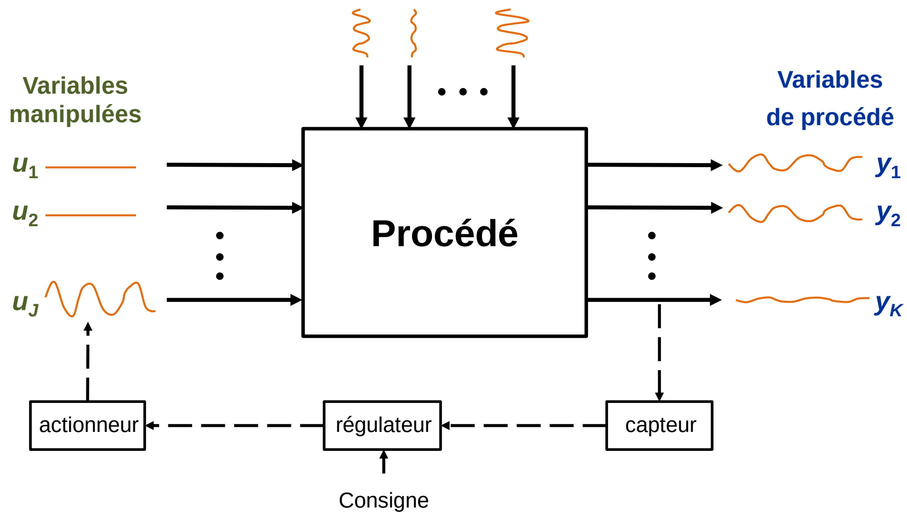
- Ce qu'on vise en concevant le régulateur :
  - Temps de réponse rapide suite à un changement de consigne.
  - $\varepsilon = 0$ ou faible en régime permanent (r.p.) pour r constant.
  - Réponse bien amortie.
  - Rejet rapide des perturbations.
  - Commande assez douce.
  - Robustesse : Système garde des performances acceptables malgré des perturbations paramétriques (changement de comportement du procédé). Le système doit au moins toujours demeurer stable.
  - Prise en compte des contraintes.

- Trois compromis en commande (section 13.2 des notes de GEL-2005):
  - Performances vs sensibilité au bruit de mesure
  - Performances vs robustesse
  - Performances vs douceur de la commande

- La commande déplace la variabilité (extrait de GEL-U002 Contrôle PID : Régulation de base et avancée, Partie I, Éric Poulin, 2013) :

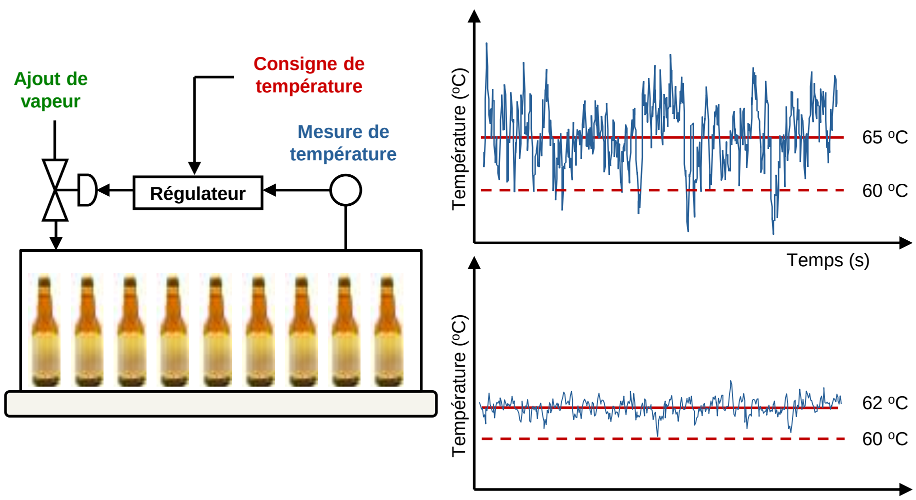


Boucle de rétroaction

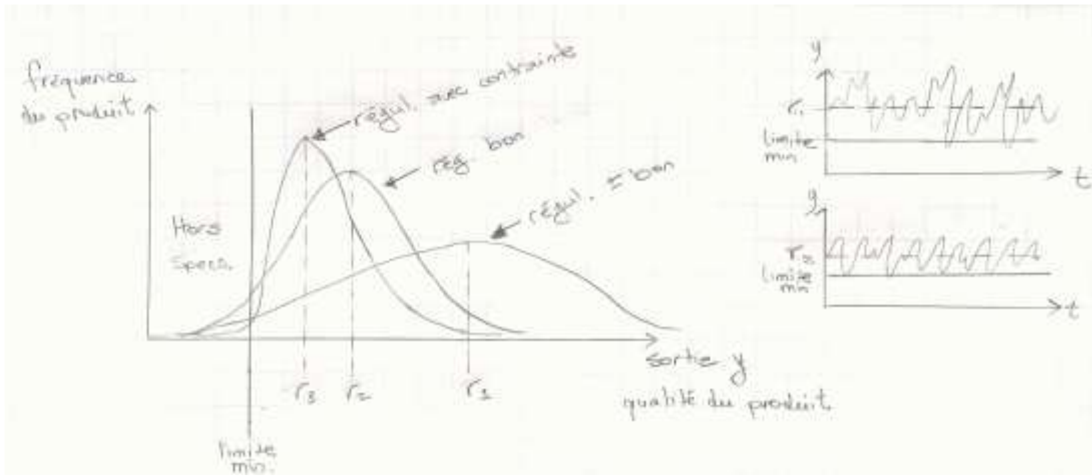


➩ On aurait pu présenter la même chose en multivariable.

Exemple : boucle de rétroaction

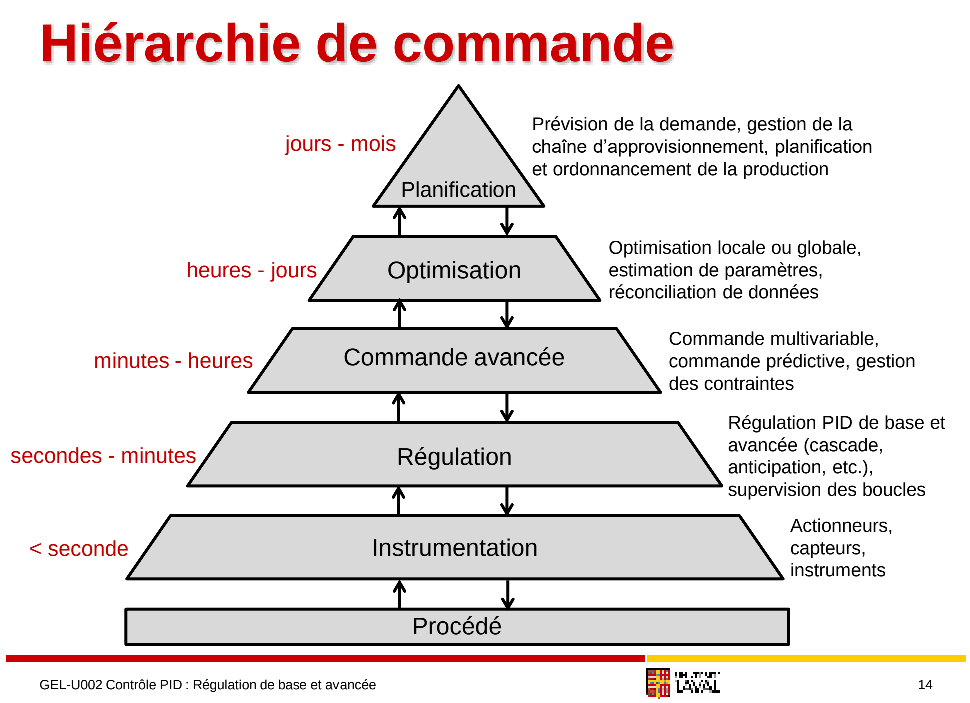


- Gains possibles avec une bonne commande :



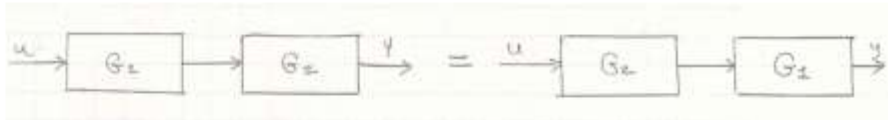
  - Consigne la plus basse → économie de matière première, d'énergie, etc.
  - Faible variance de la sortie → meilleur contrôle de la qualité.

- Hiérarchie de la commande (extrait de GEL-U002 Contrôle PID : Régulation de base et avancée, Partie I, Éric Poulin, 2013) :

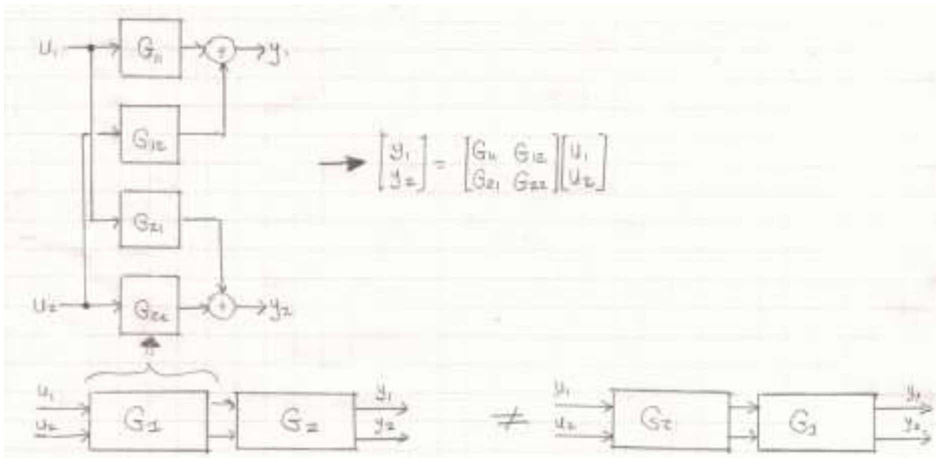


  - Cours Systèmes et commande linéaires et Commande industrielle : niveau Régulation
  - Cours Commande multivariable, Observation et commande prédictive et Commande industrielle: niveau Commande avancée

- Connexion des systèmes :
    - Monovariable :



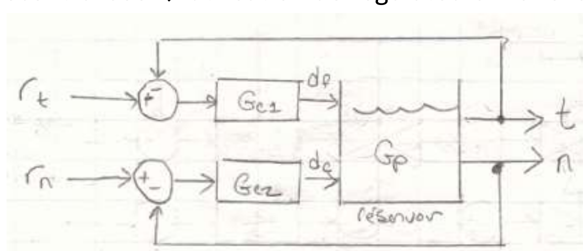
    - Multivariable :



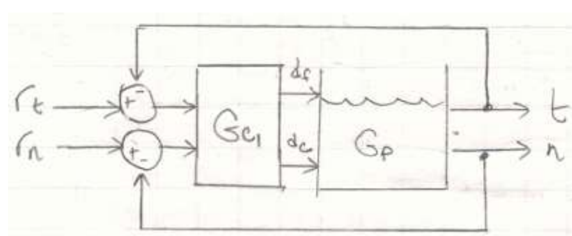
$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = G_2(s)G_1(s)\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \text{ différent de } \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = G_1(s)G_2(s)\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

En calcul matriciel : AB ≠ BA

- Deux principales approches pour la commande d’un système multivariable :
    - Commande décentralisée → utilisation de régulateurs monovariables



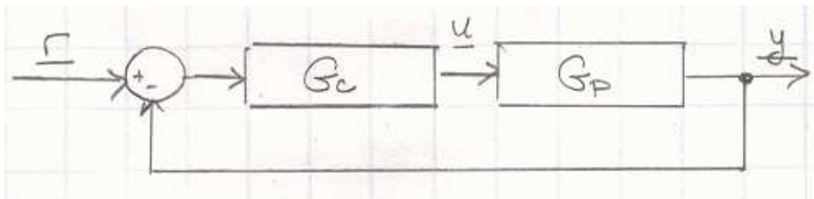
    - commande multivariable → utilisation d’un régulateur multivariable (ce qu’on fera dans le cours)



- Différentes façons d’implanter ces commandes :
    - Commande numérique → en discret, transformée en z.

- Commande analogique → en continu, transformée de Laplace
- Commande algébrique → contrôle construit avec des fonctions de transfert, sommateurs, etc.
- Commande optimale → commandes calculées en minimisant un critère de performance.

- Dimension des signaux et conséquences en commande :

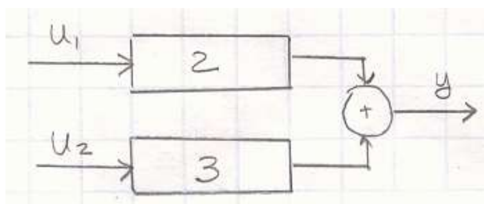


n_u : longueur de $\underline{u}$ (nombre d'entrées)

n_y : longueur de $\underline{y}$ (nombre de sorties)

- Si $n_u > n_y$: ∞ de solutions pour des consignes données.

  Exemple :

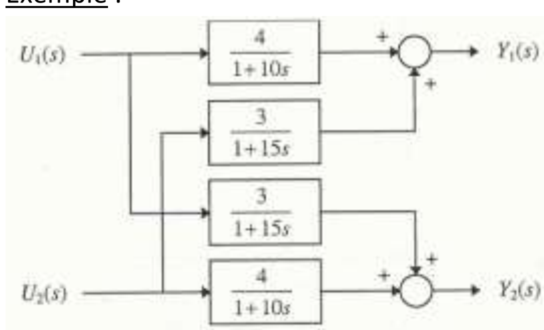


  Si on veut $y = 2$,

  $2u_1 + 3u_2 = y = 2 \rightarrow$ ∞ de solutions pour u_1 et u_2

- Si $n_u = n_y$: solution unique

  Exemple :

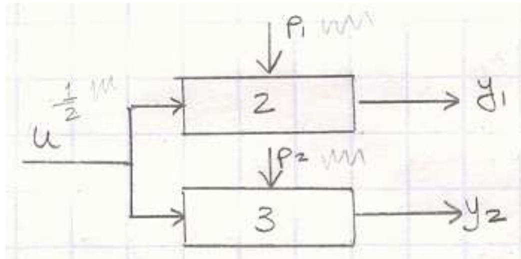


  Si on veut $y_1 = y_2 = 1$ en régime permanent :

$$\begin{aligned} y_1 &= 1 = 4u_1 + 3u_2 \\ y_2 &= 1 = 3u_1 + 4u_2 \end{aligned} \rightarrow u_1 = u_2 = 0.143$$

- Si $n_u < n_y$: aucune solution

  <u>Exemple</u>:

  Si on veut $y_1 = y_2 = 1 \rightarrow$ impossible!

  Solution 1 : Contraindre une sortie

  Tenter de maintenir $y_1 = 1$ tant que $1 < y_2 < 2$.

  Si y_2 atteint une limite, on contrôle y_2 et non plus y_1.

  Solution 2: Compromis entre les erreurs (possible avec une commande optimale)

- Zéros multivariables

$$G(s) = \frac{1}{(1+0.2s)(1+s)}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1+2s & 2 \end{bmatrix}$$

→ Analyse des fonctions individuelles n'indique aucun zéro à partie réelle positive.
→ Analyse du système au complet indique la présence d'un zéro à partie réelle positive (zéro à s = +0.5) : son inverse est donc instable. En effet, pour un système carré, les zéros sont les pôles de l'inverse de G :

zeros_multivariables.m

Il n'est pas étonnant de voir un départ malin pour certaines amplitudes des échelons à l'entrée.