

6.7 设 μ 表示消费者更换手机之平均时间, 由于母体分配未知, $n=36 > 30$ 为大样本, 由中央极限定理可知, 样本平均数 \bar{x} 会近似常配, μ 之区间估计为 $\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$

(1) $\bar{x} = 16.33$ $s = 4.29$ σ 未知, 故以 s 估计之

$$1 - \alpha = 0.95 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$$

$$\mu \pm 95\% \text{ 信赖区间为 } \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.96 \frac{4.29}{\sqrt{36}}$$

$$= 16.33 \pm 1.40$$

即 (14.93, 17.73)

$$(2) 1 - \alpha = 0.90 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.05 \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.05} = 1.645$$

μ 之 90% 的信赖区间为

$$\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.645 \frac{4.29}{\sqrt{36}} = 16.33 \pm 1.18$$

即 (15.15, 17.51)

6.9 设 μ 表示某品牌电灯泡寿命, 由于总体为
 常态分配, 且总体标准差 σ 未知, $n=12$ 为小样本
 所以样本平均数又上抽样分配为 t 分布, 其区间估
 计值为 $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$

依题得 $n=12$, $\bar{x}=15291.67$ $s = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)} = 197.52$

(1) μ 点估计值为 $\bar{x}=15291.67$

(2) $1-\alpha=0.90$, $\frac{\alpha}{2}=0.05$ 自由度为 $n-1=12-1=11$.

$t_{0.05}(11)=1.796$. 因此 μ 的 90% 信赖区间为

$$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} = 15291.67 \pm 1.796 \frac{197.52}{\sqrt{12}}$$

$$= 15291.67 \pm 102.41$$

即 $P(15189.26, 15394.08)$ 表示有 90% 的信, 认为每个
 省电灯泡的平均寿命是介于 15189.26 至 15394.08

(3) μ 的 90% 的区间长度为

$$15394.08 - 15189.26 = 204.82$$

6.19

依题得 $1-\alpha=0.95$, $Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.025}=1.96$ $e=0.01$

$S=0.05$

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} S}{e} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 0.05}{0.01} \right)^2 = 96.04$$

$n=97$ 样本数应再抽 $97-35=62$. 才能确保 μ 的估计误差界限不超过 0.01 公斤的概率为 0.95.