

Sorting and Greedy



大綱

- 排序
 - 氣泡排序
 - C++內建排序
- 搜尋
 - 二分搜尋
- 雙指標
- 貪婪演算法



Sorting



排序

- 排序通常是將數列由小到大或是大到小排列
- 經過數列經過排序之後通常會有很多特殊性質

ex.

排序前：

2 3 0 4 3 9

排序後：

0 2 3 3 4 9

排序前：

0 3 4 6 8 8

排序後：

0 3 4 6 8 8



氣泡排序 (Bubble Sort)

```
int n, a[MAXN];
void bubble_sort() {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n - 1; j++) {
            if (a[j] > a[j + 1]) {
                swap(a[j], a[j + 1]);
            }
        }
    }
}
```



C++ 內建排序

- STL 的 sort 函試使用 introsort 演算法, 時間複雜度 $O(n \log n)$

```
// sort(陣列名稱, 陣列名稱 + 陣列大小);  
  
int main() {  
    int arr[n];  
    sort(arr, arr + n);  
}
```



C++ 內建排序 - 自訂比較函數

- 另外sort函數也提供可以自行修改排序條件

```
bool cmp(int a, int b){  
    return a > b;  
}  
  
int main(){  
    int arr[n];  
    sort(arr, arr + n, cmp);  
}
```



zerojudge a915: 二维点排序

- 排序 n 個點座標, 先比較 x , 當 x 相同時比較 y 。
- $1 \leq n \leq 1000$, $|x|, |y| \leq 100000$

```
pair<int, int> points[n];

bool cmp(pair<int, int> a, pair<int, int> b) {
    if (a.first != b.first)
        return a.first < b.first;
    else
        return a.second < b.second;
}

void solve(pair<int, int> points[], int n) {
    sort(points, points + n, cmp);
}
```

輸入:

4

2 4

1 2

3 4

2 3

輸出:

1 2

2 3

2 4

3 4



ZeroJudge a104: 排序

- 將 n 個數字由小到大印出 n 個數字
- $1 \leq n \leq 1000$

輸入:

6

9 1 0 6 8 2 3

8

1 9 9 0 0 9 2 8

輸出:

0 1 2 3 6 8 9

0 0 1 2 8 9 9 9



ZeroJudge a251: 假費波那契數

- $S_i = S_{i-1} + S_{i-4}$, 給定前四項, 求前n項的中位數

輸入:

2

5 3 2 4 1

7 3 2 4 1

輸出:

0 1 4 7 8 9

0 0 1 2 8 9 9 9



ZeroJudge a225: 明明愛排列

- 將 n 個數字先由個位數由小到大排列，如果相同則按照原數字由大到小排列
- $n \leq 100$

輸入:

7

38 106 98 26 13 46 51

6

1 2 3 4 5 0

輸出:

51 13 106 46 26 98 38

0 1 2 3 4 5



CSES Restaurant Customers

- 總共 n 個人，分別會在 a 時間點進餐廳， b 時間點離開，請問最多會有多少人同時在餐廳？
- $1 \leq n \leq 1000$

輸入:

3

5 8

2 4

3 9

輸出:

2



常見的 sort 演算法

- $O(n^2)$ sort 實作
 - bubble sort
 - insertion sort
 - selection sort
- $O(n \log n)$ sort 概念
 - quick sort
 - merge sort
 - heap sort
- 非比較排序法
 - counting sort
 - radix sort



題單 - Sorting 題目

- 排序

- zerojudge a104: 排序 ($O(n^2)$ 排序)
- zerojudge c431: Sort ! Sort ! Sort ! (可以用 bucket sort)
- leetcode 912. Sort an Array
- zerojudge a251 (找中位數)
- zerojudge b964
- zerojudge c508: 去蟲



題單 - Sorting 題目

- 自訂比較
 - zerojudge a225: 明明愛排列
 - zerojudge a915: 二维点排序
 - zerojudge d550: 物件排序
 - zerojudge a528: 大數排序
 - UVa 612: DNA Sorting



題單 - Sorting 題目

- 應用題

- zerojudge b374 (找眾數)
- zerojudge b373: [福州19中]车厢重组 (bubble sort 交換次數)
- zerojudge b680: 百米賽道編排
- CSES - Distinct Numbers
- CSES - Restaurant Customers (線段覆蓋次數最大值)
- CSES - Stick Lengths
- zerojudge c268: 簡單的三角形



Binary Search



Example: 判斷排序好的陣列中是否有 x

- 猜數字遊戲
- 每次所剩區域都是上次的一半
 - 複雜度 $O(\log n)$

```
bool f(int a[], int n, int x){  
    int l = 0;  
    int r = n-1;  
    while (l != r){  
        int mid = (l + r) / 2;  
        if (a[mid] >= x) r = mid;  
        else l = mid + 1;  
    }  
    return a[r] == x;  
}
```



LeetCode 704. Binary Search

- 給一個排序好的陣列 `nums[]`, 以及目標 `target`
- 如果陣列中有出現 `target`, 回傳在陣列中的位置
- 否則回傳 `-1`

輸入:

`nums = [-4,-1,2,5,8,9]`, `target = 5`

輸出:

Output: 4

輸入:

`nums = [-4,-1,2,5,7,9]`, `target = 2`

輸出:

Output: -1



LeetCode 69. Sqrt(x)

- 題目: 給定X, 請計算出sqrt(x)
- 浮點數 binary search
- 除了 $l \neq r$, 也可以直接做 100 次

```
double f(int x){
    double l = 0.0;
    double r = x;
    for (int i = 0; i < 100; i++) {
        double m = (l + r) / 2;
        if (m * m <= x) l = m;
        else r = m;
    }
    return r;
}
```



CSES - Concert Tickets

- 給定沒排序的N個數字,
- 再給M個數字, 詢問各數字最接近他且小於它的數字
- 回答後該數字從N個數字中移除
- 若答案不存在則輸出-1
- $1 \leq n, m \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq h_i, t_i \leq 10^9$

輸入:

5 3

5 3 7 8 5

4 8 3

輸出:

3

8

-1



CSES - Towers

- 給定N個數字，接下來N個數字代表每個方塊的寬
- 按照順序，你可以選擇
 - 將方塊疊到已經有的對疊上面
 - 當成新的堆疊
- 問最少要會有多少堆疊？
- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$, $1 \leq k_i \leq 10^9$

輸入:

4

2 4

1 2

3 4

2 3

輸出:

1 2

2 3

2 4

3 4



ZeroJudge C575 108年10月 APCS 第四題

- x軸上有N個點，請問想用M個半徑為R的圓將他們覆蓋，R最少為多少？
- 座標小於 10^9 ， $1 \leq K < N \leq 50000$ 。

二分搜尋答案

輸入:

5 2

5 1 2 8 7

輸出:

3

輸入:

5 1

7 5 1 2 8

輸出:

7



LeetCode 875. Koko Eating Bananas

- 有 n 串香蕉, 第 i 串香蕉中裡面有 $piles[i]$ 根香蕉
- Koko 每一小時選一串吃最多 k 根香蕉
- 要在 H 小時內吃完, 請問 k 最少可以等於多少?

輸入:

nums = [-1,0,3,5,9,12], target = 9

輸出:

4

輸入:

Input: piles = [30,11,23,4,20], H = 5

輸出:

30



LeetCode 875. Koko Eating Bananas

- 有 n 串香蕉, 第 i 串香蕉中裡面有 $piles[i]$ 根香蕉
- Koko 每一小時選一串吃最多 k 根香蕉
- 要在 H 小時內吃完, 請問 k 最少可以等於多少?



題單 - Binary Search

- binary search
 - leetcode 704. Binary Search
 - leetcode 35. Search Insert Position
 - leetcode 278. First Bad Version
 - leetcode 69. Sqrt(x)
- STL set lower_bound
 - CSES - Concert Tickets
 - CSES - Towers
 - CSES - Traffic Light



題單 - Binary Search

- binary search 答案 + 檢查
 - zerojudge c575 108年10月 APCS 第四題
 - CSES - Factory Machines
 - CSES - Array Division
 - leetcode 875. Koko Eating Bananas
 - leetcode 410. Split Array Largest Sum
 - leetcode 793. Preimage Size of Factorial Zeroes Function
 - leetcode 1011. Capacity To Ship Packages Within D Days



Two Pointer / 爬行法



找到總和小於等於 K 的最長區間

- 假設所有數字都是正數

```
int n, a[MAXN];
int target;

int solve() {
    int l = 0, r = 0, sum = 0, ans = 0;
    for (; l < n; l++) {
        while (r < n && sum + a[r] <= target) {
            sum += a[r];
            r = r + 1;
        }
        ans = max(ans, r - l);
    }
    return ans;
}
```



LeetCode 88. Merge Sorted Array

題目：給兩個排序好的陣列，合併成一個排序好的陣列

限制：

- $1 \leq n, m \leq 200$

11	15	23	23	30	42
----	----	----	----	----	----

14	16	16	20	23	29
----	----	----	----	----	----



LeetCode 88. Merge Sorted Array

- 給兩個排序好的陣列, 合併成一個排序好的陣列
- $1 \leq n, m \leq 200$
- $-10^9 \leq \text{nums1}[i], \text{nums2}[i] \leq 10^9$

Input:

$\text{nums1} = [1, 2, 3, 0, 0, 0], m = 3,$
 $\text{nums2} = [2, 5, 6], n = 3$

Output:

$[1, 2, 2, 3, 5, 6]$



CSES - Sum of Two Values

- 給定 n 個數字以及數字 x
- 請問這 n 個數字中哪**兩個數字**和為 x
- 輸出任何一組解即可
- 無解則印出 IMPOSSIBLE
- $1 \leq n \leq 2 * 10^5$
- $1 \leq x, a_i \leq 10^9$

輸入:

4 8

2 7 5 1

輸出:

2 4



CSES - Sum of Three Values

- 給定 n 個數字以及數字 x
- 請問這 n 個數字中哪**三個數字**和為 x
- 輸出任何一組解即可
- 無解則印出 IMPOSSIBLE
- $1 \leq n \leq 5000$
- $1 \leq x, a_i \leq 10^9$

輸入:

4 8

2 7 5 1

輸出:

1 3 4



CSES - Playlist

- 給定N個數字，詢問沒有重複數字的數列最長為多少？
- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq k_i \leq 10^9$

輸入:

8

1 2 1 3 2 7 4 2

輸出:

5



題單 - Two Pointer

- LeetCode 88. Merge Sorted Array
- zerojudge b512: 高維度稀疏向量
- CSES - Sum of Two Values
- CSES - Sum of Three Values
- CSES - Sum of Four Values
- CSES - Playlist (set or 離散化)
- CSES - Subarray Sums I
- CSES - Subarray Distinct Values



題單 - Two Pointer

- CodeForces 1462A. Favorite Sequence
- LeetCode 167. Two Sum II - Input array is sorted
- LeetCode 977. Squares of a Sorted Array
- LeetCode 15. 3Sum
- LeetCode 713. Subarray Product Less Than K
- CSES - Sliding Median (動態中位數)
- CSES - Sliding Cost



Greedy



Greedy

- 如果現在選擇的方式總是對結果最好
- 那就不斷選擇最好的方式

- 例如如果可以一直吃東西，那就一直吃
- 可以利用數學歸納法與反證法等證明技巧證明其正確性



zerojudge c435: MAX ! MAX ! MAX !

- 給定 n 個數字, 詢問最大的 $a_i - a_j$ ($i < j$)?
- $2 \leq n \leq 10^6$
- $(1 \leq a_i \leq 10^6)$

輸入:

8

8 6 2 7 9 4 5 4

輸出:

6



CSES - Maximum Subarray Sum

- 給定 n 個數字, 問最大連續子陣列總和?
- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $-10^9 \leq x_i \leq 10^9$

輸入:

6

10 -5 7 6 -1 -3

輸出:

18



CSES - Apartments

- 給定N跟M個數字以及K
- 問最多有多少組(i, j)滿足 $M_i - K \leq N_j \leq M_i + K$, 且i和j不重複
- $1 \leq n, m \leq 2 \cdot 10^5$
- $0 \leq k \leq 10^9$
- $1 \leq a_i, b_i \leq 10^9$

輸入:

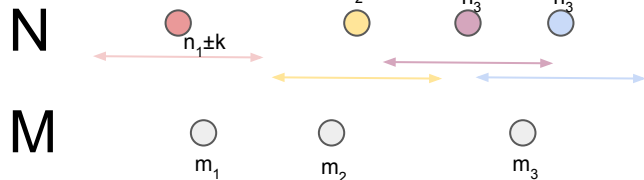
10 10 10

90 41 20 39 49 21 35 31 74 86

14 24 24 7 82 85 82 4 60 95

輸出:

6



$$\text{ans} = 3 \{(n_1, m_1), (n_2, m_2), (n_3, m_3) \text{ or } (n_4, m_3)\}$$

CSES - Movie Festival

- 給定 n 組電影開始時間跟結束時間
- 詢問不重疊任何電影狀況下,最多能看多少部電影?
- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq a \leq b \leq 10^9$

輸入:

3

3 5

4 9

5 8

輸出:

2



CSES - Room Allocation

- 給定N個房客到達以及離開時間，請問至少要多少房間才足夠？
- 並且輸出每個客戶應該在第幾個房間
- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq a \leq b \leq 10^9$

輸入:

3

1 2

2 4

4 4

輸出:

2

1 2 1



CSES - Tasks and Deadlines

- 給定N個工作所需時間、預估結束時間
- 請問(實際結束時間-預估結束時間) 總和最少是多少？
- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq a, d \leq 10^6$

輸入:

3

6 10

8 15

5 12

輸出:

2



題單 - Greedy

- zerojudge c435: MAX ! MAX ! MAX !
- CSES - Maximum Subarray Sum
- CSES - Ferris Wheel (two pointer)
- CSES - Missing Coin Sum
- CSES - Nested Ranges Check



題單 - Greedy

- 線段
 - CSES - Apartments (two pointer)
 - CSES - Movie Festival
 - CSES - Movie Festival II
- 排程
 - CSES - Room Allocation
 - CSES - Tasks and Deadlines

