

lab3 实验报告

计63 黄冰鉴 2016011296

2019/5/25

第三章上机题6

解题思路

首先手动实现了cholesky分解，代码如下，

```
function [u] = cholesky_factorization( A )
    if A~=A'
        error('Invalid Argument')
    end
    [n,n] = size(A);
    for j = 1:n
        for k = 1:j-1
            A(j,j) = A(j,j)-A(j,k)*A(j,k);
        end
        A(j,j) = sqrt(A(j,j));
        for i = j+1:n
            for k = 1:j-1
                A(i,j) = A(i,j)-A(i,k)*A(j,k);
            end
            A(i,j) = A(i,j)/A(j,j);
        end
    end
    %clear upper triangle
    for i = 1:n
        for j = i+1:n
            A(i,j) = 0;
        end
    end
    u = A;
end
```

然后依次完成了三个小问。

(1) $n = 10$ 时，残差 r 的无穷范数 $\|r\|_{\infty} = 4.4409 * 10^{-16}$,

误差 Δx 的无穷范数 $\|\Delta x\|_{\infty} = 4.0521 * 10^{-4}$ 。

(2)给 b 增加一个 10^{-7} 的扰动项之后，残差 r 的无穷范数 $\|r\|_{\infty} = 2.2204 * 10^{-16}$,

误差 Δx 的无穷范数 $\|\Delta x\|_{\infty} = 0.9603$ 。

观察发现，残差因为扰动项的影响并不大，但是解的误差影响非常大。

(3)

n	r_norm	delta_x_norm	r_norm(with deviation)	delta_x_norm(with deviation)
n = 8	4.4409e-16	7.0128e-07	4.4409e-16	0.0288
n = 10	4.4409*10 ⁻¹⁶	4.0521*10 ⁻⁴	2.2204*10 ⁻¹⁶	0.9603
n = 12	4.4409e-16	0.0553	4.4409e-16	30.9951

观察可以发现,

残差r受到n和扰动的影响非常小, 几乎没有变化, 非常稳定;

而解的误差delta_x受到n和扰动的影响非常大, n增加时, 解的误差逐渐增加, 并且扰动对解的影响也增大。

这个实验验证了课本中对希尔伯特矩阵病态性的描述。

随着阶数增加, 希尔伯特矩阵的条件数增加非常快。因此当阶数非常大时, 一点点扰动就会无限放大误差。