lab1实验报告

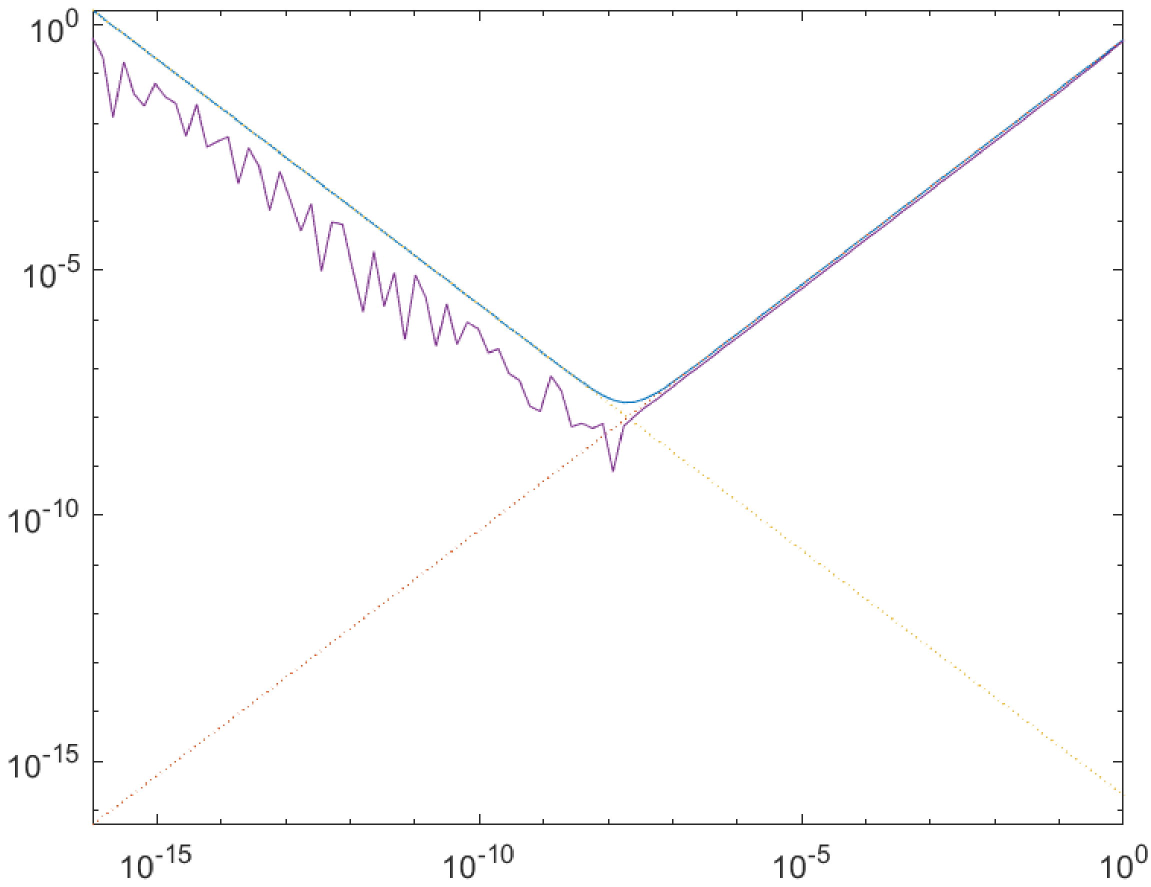
计63 黄冰鉴 2016011296

2019/5/6

第1题

绘制代码如下，

```
M = 1;
epsilon = 10^(-16);
x = logspace(-16, 0, 10000);
y = x ./ 2 + (2*epsilon) ./ x;
z = x ./ 2;
w = (2*epsilon) ./ x;
loglog(x, y,'-', x, z,':', x, w,':');
```



步长增加时，截断误差逐渐增大，舍入误差逐渐减小。在10^(-8)附近，总误差达到最小值。

第3题

实现代码如下，

```
i = 1;
prev = -1;
next = 0;
while prev ~= next
    prev = next;
    next = next + single(1/i);
    i = i+1;
end
single_res = next;
end_i = i;
%单精度下，n=2097153时，求和结果不再变化。

i = 1;
prev = -1;
next = 0;
while prev ~= next
    prev = next;
    next = next + double(1/i);
    i = i+1;
    if i == end_i
        break
    end
end
double_res = next;

relative_error = (single_res - double_res)/double_res;
```

(1)

$$\text{单精度下，} n = 2097153\text{时，求和结果不再变化。}$$
$$\text{理论上，由定理}1.6\text{，若}\left|\frac{x2}{x1}\right| \leq \frac{1}{2}\epsilon_{mach}\text{，则做相加操作时，结果不受影响。}$$
$$\text{代入}\epsilon_{mach} = 5.96 * 10^{-8}\text{，}x1 = 15.4037,$$
$$\text{可得}n = \frac{1}{x2} = 2178505\text{，和实际值比较接近。}$$

(2)

$$\text{双精度下，} n = 2097153\text{时，求和结果} result_{double} = 15.1333.$$
$$\text{由}(1)\text{可知，} result_{single} = 15.4037,$$
$$\text{所以相对误差} Error_{relative} = 0.0179$$

(3)

若使用双精度浮点数，

$$n = \frac{1}{x2} = \frac{2}{\epsilon_{mach} * x1},$$

其中$\epsilon_{mach} = 1.11 * 10^(- 16)$。

因为$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$不收敛，所以只能估算。

当$n = 10^9$时，$sum = 21.3005$。

不妨设放大sum为$sum = 21.3005 * n/10^9$。

所以$\displaystyle\frac{21.3005 * n^2}{10^9} = \frac{2}{\epsilon_{mach}}$。

可得，n至少为$9.2 * 10^{11}$。

假设计算机每秒计算10^8，则至少需要$9200s$，即3小时左右。