



## 工程信号分析与处理

贾鑫 工学博士，副教授  
吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

## 课程要求

- 注重概念
- 成绩评定：  
平时成绩20% — 平时课后作业  
考试成绩80% — 期末闭卷笔试
- 联系方式：  
电话：15543016179  
Email: [jiaxin@jlu.edu.cn](mailto:jiaxin@jlu.edu.cn)  
地址：俊民楼（汽车工程学院楼）B209

2021/11/22 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室 2

## 参考书目

- 贝达特，《随机数据分析方法》，国防工业出版社，1976
- 贝达特，《相关分析与谱分析及其在工程中的应用》，国防工业出版社，1983
- 应怀樵，《波形和频谱分析与随机数据处理》，中国铁道出版社，1985
- 纽兰，《随机振动与谱分析概论》，机械工业出版社，1980
- 戴诗亮，《随机振动实验技术》，清华大学出版社，1984
- 黄世霖，《工程信号处理》，人民交通出版社，1987
- 张思，《振动测试与分析技术》，清华大学出版社，1992
- John G. Proakis等著，方艳梅等译，《数值信号处理（第四版）》，电子工业出版社，2007

2021/11/22 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室 3

## §0 绪论

2021/11/22 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室 4

## 1. 数据处理在工程试验中的作用

- (1) 试验设计  
对整个试验工作做全盘的规划。在给定的目的要求下，有效、方便、真实、充分地再现某种物理现象，取得能揭示该现象内在规律的信息和数据。
- 主要包括：
  - ✧ 试验原理和方案的确定
  - ✧ 测量系统的配置
  - ✧ 试验条件、步骤、方法
  - ✧ 数据处理方案和精度要求

2021/11/22 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室 5

- (2) 试验信号采集  
在人为控制下重现某种物理现象，并测取变化规律的信息和数据。关键是控制重现的**典型性**和**真实性**。

2021/11/22 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室 6

### ➤ (3) 数据处理和分析

对原始数据进行综合、概括和信息变换，目的是去伪存真、由表及里，揭示现象的本质规律。

#### ➤ 主要解决：

- ✧ 模型——以何形式（结构）和参数来描述现象规律
- ✧ 算法——用何方法来提取信息
- ✧ 依据——如何保证精度和置信度
- ✧ 分析——如何正确地解释结果

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

7

## 2. 试验数据的类型

### ➤ (1) 确定性数据

由确定性物理现象产生的数据。例如：标准试件的拉伸试验、局部电路的实验和单质量系统的自由振动试验等等。

#### ➤ 这种数据的特征有：

- ✧ 相同条件下的多次重复试验，在一定的精度范围内，试验结果可重复再现；
- ✧ 各物理量之间的关系可用确定的函数式描述；
- ✧ 根据先验知识，试验结果可以预测。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

8

### ➤ (2) 随机数据

由随机现象产生的数据。如汽车在给定路面上重复行驶时，地板上某一固定点的加速度值即为随机数据。

#### ➤ 这种数据的特征有：

- ✧ 相同条件下的重复试验，结果不重复，具有随机性；
- ✧ 各物理量之间不存在确定的函数关系式，仅存在某种统计规律；
- ✧ 即使已知试验条件，也不能预测试验的结果，仅能给出某一结果的概率或可能性的大小。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

9

### ➤ 不同的数据类型，数据处理的目标和内容也不相同。

- ✧ 对于确定性数据，主要研究变化规律的函数关系式及某些特征参数，如振幅、周期和相位等。
- ✧ 而对于随机数据，主要揭示其统计规律，如概率分布、均值、方差、频率谱等。

✧ 本课程主要介绍随机数据处理的原理和方法

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

10

### ➤ 试验数据的其他分类方法

- ✧ 多通道信号和 multidimensional 信号
- ✧ 连续时间信号和离散时间信号
- ✧ 连续值信号和离散值信号

2021/11/22

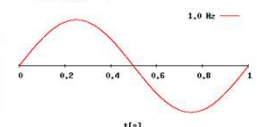
吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

11

## 3. 数据处理的内容和方法

### ➤ (1) 数据特征

- ✧ 幅值域——概率分布、均值、方差（标准差）、均方值（均方根值）
- ✧ 时间域——自相关函数、互相关函数
- ✧ 频率域——频率谱、能量谱、功率谱、传递函数、相干函数



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

12

### ➤ (2) 处理方法

✧模拟方法——利用电子元件构成的电路，对记录的信号进行模拟运算，处理结果也以电模拟信号的形式输出。例如：自相关仪、声级计、非接触式车速仪等。

- 优点：实时性强、设备简单、使用方便，对操作人员要求低。
- 缺点：功能单一，分辨率低，性能价格比低



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

13

### ➤ (2) 处理方法

✧数字处理——通过数据采集系统将试验信号离散化，利用数字计算机对离散数字序列运算，处理后结果以图表或数组形式显示在计算机屏幕上。

- 优点：功能多、灵活性强，二次处理、显示、存储、拷贝方便，精度高，近来随着计算机的发展，已完全达到实时性的要求。
- 缺点：对操作人员知识有一定要求

✧混合处理——上述两种方法的结合。发展中的替代物

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

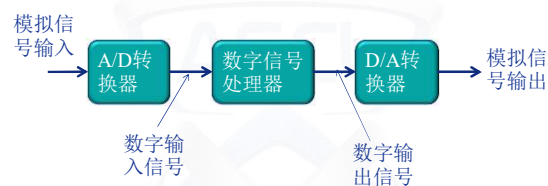
14



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

15



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

16

## 4. 数据处理的一般步骤

### ➤ (1) 预处理

- ✧工程单位的转换——**标定**
- ✧趋势项和均值的消除——**趋势项和均值的零化**
- ✧数据类型的检验——**正态性和平稳性**
- ✧连续信号的离散化——**采样**

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

17

### ➤ (2) 数据处理

根据分析目的，选择若干项进行处理，并以图形和数据形式输出

### ➤ (3) 结果分析

作出正确的判断和结论

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

18

## 5. 数字信号处理系统的特点

- 1. **精度高**: 模拟信号处理系统中元器件的精度低于 $10^{-3}$ , 数字系统很容易达到 $10^{-5}$ 的精度。
- 2. **灵活性强**: 通过修改系数就可以得到不同特性的系统。
- 3. **可靠性好**: 工作过程基本不受温度、湿度、电磁场的影响。
- 4. **容易大规模集成**: 规范性高, 通用性强, 方便集成。
- 5. **时分复用**: 采用同一物理连接的不同时段来传输不同的信号, 或多路传输, 提高效率, 降低成本。
- 6. **多维处理**: 容易实现二维甚至多维的数据处理。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

19

## 6. 数字信号处理系统的应用

- 揭示自然界信息本质特性, 并加以利用。

- ✧ 医疗仪器
- ✧ 矿产探测
- ✧ 军用雷达
- ✧ 驾驶辅助
- ✧ .....



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

20

## 7. 本门课程内容



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

22

## 重点概念: 随机过程

### § 1 随机数据的统计特征



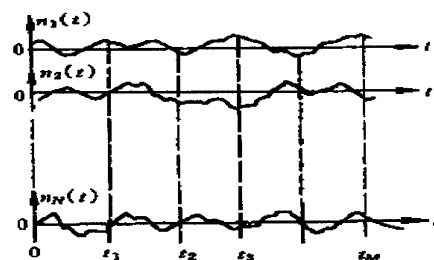
2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

23

## 1. 随机过程的描述

### 1.1. 随机过程的概念



2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

24

### ➤ 随机过程:

✧考察各测量样本固定时刻  $t = t_0$  在  $t_0$  时刻的值  $x_1(t_0), x_2(t_0), \dots, x_n(t_0)$  构成**随机变量**, 具有自身的概率特性, 记为  $X(t_0)$ 。在数学上把所有已经得到的和未得到的而可能发生的样本总体  $\{X_i(t)\} (i=1,2,3,\dots)$  称为**随机过程**, 记为  $X(t)$ 。

➤ 随机过程具有双向无穷特征, 即在**时间轴上无穷**, 又在**样本数上无穷**。

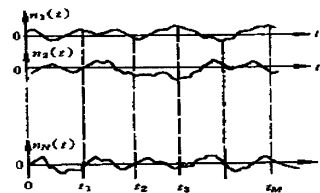
2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

25

## 1. 随机过程的描述

### □1.1. 随机过程的概念



随机过程是研究随机现象随时间变化过程中的规律性的一门科学。

是概率论的深入和发展。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

26

## 1. 随机过程的描述

### □1.2. 随机过程的统计规律:

#### ✧(1) 一维概率分布特征

一随机过程  $X(t)$  在某一时刻  $X(t_i)$  的随机变量的取值小于等于给定值  $x (x \in X(t))$ , 这一事件发生的概率定义为:

$$F_1(x; t_i) = \text{Prob}[X(t_i) \leq x] \quad , \quad x \in X(t)$$

$X(t)$  的一维概率密度函数  $f_1(x; t_i)$  定义为  $F_1(x; t_i)$  对  $x$  的一阶偏导数, 即:

$$f_1(x; t_i) = \frac{\partial F_1(x; t_i)}{\partial x}$$

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

27

#### ✧(2) 多维概率分布特征

随机过程  $X(t)$  在  $t_i$  时刻的随机变量  $X(t_i) \leq x_i$  而且在  $t_j$  时刻的随机变量  $X(t_j) \leq x_j$ , 这两件事同时发生的概率定义为二维概率分布特征:

$$F_2(x_i, x_j; t_i, t_j) = \text{Prob}[X(t_i) \leq x_i, X(t_j) \leq x_j]$$

二维概率密度函数为对  $x_i, x_j$  的二阶偏导数, 即:

$$f_2(x_i, x_j; t_i, t_j) = \frac{\partial^2 F_2(x_i, x_j; t_i, t_j)}{\partial x_i \partial x_j}$$

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

28

#### ✧注:

- 三维、四维, .....直至 维可以以此类推。
- 实际应用中, 要确定随机过程的各维概率分布函数及密度函数非常困难。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

29

## 1. 随机过程的描述

### □1.3. 随机过程的统计特征量:

#### ✧(1) 均值

也就是随机过程的数学期望, 度量过程随机变动的平均值, 定义为:

$$m_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x; t) dx$$

由于  $X(t)$  在不同时刻的一维概率密度函数  $f_1(x; t)$  是对时间  $t$  的函数, 故均值  $m_x(t)$  亦随时间而变。

一维数字特征

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

30

### ◇(2) 方差

表征随机变量围绕均值变动的幅度，定义为：

$$\sigma^2(t) = E[X(t) - m_x(t)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t)] f_1(x; t) dx$$

一维数字特征

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

31

### ◇(3) 自相关函数

是度量随机变动时  $t_i, t_j$  时刻之间数值上的相关关系。

取不同时刻的随机变量  $X(t_i), X(t_j)$ ：

$$R_x(t_i, t_j) = E[X(t_i)X(t_j)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_i x_j f_2(x_i, x_j; t_i, t_j) dx_i dx_j$$

二维数字特征

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

32

### ◇(4) 互相关函数

表征两个随机过程  $X(t_i), Y(t_j)$  在不同时刻的相关程度，定义为：

$$R_{xy}(t_i, t_j) = E[X(t_i)Y(t_j)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_i y_j f_2(x_i, y_j; t_i, t_j) dx_i dy_j$$

二维数字特征

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

33

## 2. 随机过程的平稳性和各态历经性

### □2.1. 平稳性

在上述讲述中，一般情况下随机过程的概率分布函数、概率密度函数和数字特征均随时间而变，称为**非平稳过程**。而在实践中，经常存在一类概率特性不随时间而变的随机过程，即在不同时刻的随机变量具有相同的各维概率分布特性，称这类随机过程为**平稳过程**。其中，若仅存在一维、二维概率特性与时间无关的随机过程，称**宽平稳过程**，否则称为**严平稳过程**。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

34

### ◇数学上的表达：

$$f_1(x; t) = f_1(x; t + \Delta t) = f_1(x)$$

$$f_2(x_i, x_j; t_i, t_j) = f_2(x_i, x_j; t_i + \Delta t_i, t_j + \Delta t_j) = f_2(x_i, x_j; \tau)$$

$\tau = t_j - t_i$  为两起始时刻的间隔（时延）。

### ◇工程中的表达：

$$m_x(t) = E[X(t)] = m_x = \text{constant}$$

$$R_x(t_i, t_j) = R_x(\tau)$$

仅与时延有关

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

35

## 2. 随机过程的平稳性和各态历经性

### □2.2. 各态历经性

#### ◇(1) 两种平均的概念

##### a. 幅值概率平均

$$m_x = E[X(t)]$$

$$R_x(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$$

##### b. 样本时间平均

$$\bar{m}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$\bar{R}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau) dt$$

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

36



### ◇(2) 各态历经性

实践中，还存在这样一类平稳随机现象，它在随机变动过程中不同次试验所可能出现的各种状态（量值），可以在一次足够长时间的记录（样本）上出现。

对于这类随机过程总体  $X(t)$  的统计分析，可以通过对  $X(t)$  的任一足够长样本的分析来判断。具有这种特点的随机过程称为**各态历经过程**（又称**遍历过程**）。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

37

### ◇如果宽平稳过程满足：

$$m_x = \bar{m}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$R_x = \bar{R}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt$$

称为**弱各态历过程**。

◇如果包括均值和相关函数在内的各维数字特征均具有与上述类似的特点，则称为**强各态历经过程**。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

38

◇研究实际工程问题时，既不可能获得时间上无限长的样本，也不可能得到无限多的全部样本，只能从少数几个有限时间长度的试验记录中来推断总体的概率特性。

◇因此，宽平稳过程和弱各态历过程的概念对分析工程上的随机现象是有重要的指导意义。

◇一般情况下，只有在满足宽平稳和弱各态历经的条件下，试验数据的处理结果才能表征工程随机现象的总体本质规律，幸好工程上研究的随机现象多数能满足或都假设为各态历经平稳过程。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

39

### ◇工程上当 $T$ 足够长时：

统计平均

$$\hat{m}_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

时间平均

$$\hat{R}_x = \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt$$

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

40

## 习题一

- 1. 随机过程的主要数据特征；
- 2. 平稳随机过程的概念；
- 3. 各态历经性的概念及主要特征。

2021/11/22

吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室

41



吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室