高级计量经济学

Lecture 13: IV and LATE

黄嘉平

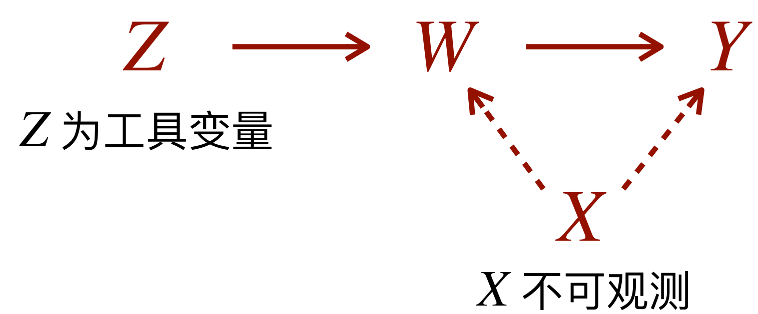
工学博士 经济学博士
深圳大学中国经济特区研究中心 讲师

办公室 粤海校区汇文楼1510
E-mail huangjp@szu.edu.cn
Website https://huangjp.com

当有人不服从分配时

When There Are Someone Who Doesn't Follow the Assignment

我们继续考虑协变量 X 不可观测的情况，但是此时存在外生工具变量 Z:



符合这个模型的最简单的情形是在实验研究中，W 为接受处理的状态，Z 为决定处理分组的虚拟变量（例如基于某种随机过程的结果，如抽签等）。在所有人都服从分配的情况下，W 和 Z 的取值是一致的，即

$$W_i = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_i = 1 \\ 0 & \text{if } Z_i = 0 \end{cases}$$

如果有人不服从分配，就可以理解成协变量 X 影响了他是否接受处理的决策。例如在药物的临床实验中，随机分配不具备强制性，是否配合实验分组最终要由志愿者自己决定。

我们把接受分配的个体称为服从者（complier）。而 IV 估计可以估计服从者的平均处理效应，我们称之为局部平均处理效应（local average treatment effect，LATE）。

IV and LATE

意向性效应

Intention-to-Treat Effects

$$
\begin{tikzcd}
Z \arrow[r] & W \arrow[rr] & & Y \\
& & X \arrow[ul, dashed] \arrow[ur, dashed] &
\end{tikzcd}
$$

Z 为工具变量

X 不可观测

在上面的模型中，因为 Z 是外生的（随机），我们可以估计两种效应：

- $Z \to W$：Z 对 W 的处理效应
- $Z \to Y$：Z 对 Y 的处理效应

在医药学的临床实验领域，上面两种处理效应被称为意向性效应（intention-to-treat effect, ITT）。

ITT 本身在某些研究中是核心问题，例如社会保障政策的决策者可能更关心给哪些人提供保障机会，而不是哪些人真正接受了保障。

分配、处理状态与潜在结果

Assignment, Treatment Status, and Potential Outcomes

我们可以把个体 i 的处理状态 W_i 当作一种基于分配的潜在结果变量，即 $W_{1i} = W_i(Z_i = 1)$, $W_{0i} = W_i(Z_i = 0)$。我们只能观察到 W_{1i} 和 W_{0i} 中的一种。

假设 1a. SUTVA：潜在分配结果 W_{1i}, W_{0i} 不受其他个体的分配 $Z_{j\neq i}$ 的影响。

此时可以将处理状态的观测值写成

$$W_i^{\text{obs}} = W_{1i}Z_i + W_{0i}(1 - Z_i) = W_{0i} + (W_{1i} - W_{0i})Z_i \text{ 。}$$

个体 i 的潜在结果是分配结果 Z_i 和处理状态 W_i^{obs} 的函数，即 $Y_{i:Z_i,W_i^{\text{obs}}} = Y_i(Z_i, W_i^{\text{obs}})$。因此有四种潜在结果：$Y_{i:00}, Y_{i:01}, Y_{i:10}, Y_{i:11}$，我们只能观察到其中一种。

假设 1b. SUTVA： 潜在结果 $Y_{i:00}, Y_{i:01}, Y_{i:10}, Y_{i:11}$ 不受其他个体的分配和处理状态 $(Z_{j\neq i}, W_{j\neq i}^{\text{obs}})$ 的影响。

此时我们可以将观测结果写成

$$\begin{aligned}
Y_i^{\text{obs}} &= Y_{i:11}Z_iW_i^{\text{obs}} + Y_{i:10}Z_i(1 - W_i^{\text{obs}}) + Y_{i:01}(1 - Z_i)W_i^{\text{obs}} + Y_{i:00}(1 - Z_i)(1 - W_i^{\text{obs}}) \\
&= \left[Y_{i:11}W_i^{\text{obs}} + Y_{i:10}(1 - W_i^{\text{obs}})\right]Z_i + \left[Y_{i:01}W_i^{\text{obs}} + Y_{i:00}(1 - W_i^{\text{obs}})\right](1 - Z_i) \\
&= \left[Y_{i:11}Z_i + Y_{i:01}(1 - Z_i)\right]W_i^{\text{obs}} + \left[Y_{i:10}Z_i + Y_{i:00}(1 - Z_i)\right](1 - W_i^{\text{obs}})
\end{aligned}$$

此处及后面的假设基于 Angrist, Imbens, & Rubin (1996). Identification of Causal Effects Using Instrumental Variables. *JASA*, 91:343, 444-455.

对分配的服从

Compliance

当个体 i 完全服从分配时，

$$\Pr(W_{1i}=1)=\Pr(W_{0i}=0)=1$$

$$\Rightarrow \quad W_i^{\text{obs}}=Z_i, \quad Y_i^{\text{obs}}=Y_{i:11}Z_i+Y_{i:00}(1-Z_i)$$

当存在不完全服从分配的情况时，Angrist et al. (1996) 将总体中的成员分成了下面四组：

- 服从者（complier）：$W_{1i}=1, W_{0i}=0$
- 永远接受处理者（always-taker）：$W_{1i}=W_{0i}=1$
- 从不接受处理者（never-taker）：$W_{1i}=W_{0i}=0$
- 反抗者（defier）：$W_{1i}=0, W_{0i}=1$

当观测到 $W_i^{\text{obs}}=1$ 时，i 即有可能是服从 $Z_i=1$ 的分配，也有可能是不服从 $Z_i=0$ 的分配。

Angrist, Imbens, & Rubin (1996). Identification of Causal Effects Using Instrumental Variables. *JASA*, 91:343, 444-455.

ITT 效应与处理效应

ITT Effects and Treatment Effects

个体 ITT 效应（即 Z 对 W 和 Y 的处理效应）为可以定义为：

$$\tau_{i:Z\to W} = W_{1i} - W_{0i}, \qquad \tau_{i:Z\to Y} = Y_{i:1,W_{1i}} - Y_{i:0,W_{0i}}$$

W 对 Y 的个体处理效应可以定义为：

$$\tau_{i:W\to Y} = \left[Y_{i:11}Z_i + Y_{i:01}(1-Z_i)\right] - \left[Y_{i:10}Z_i + Y_{i:00}(1-Z_i)\right]$$

假设 2. Z_i 是随机分配：此时可推出独立性条件 $(Y_{i:00}, Y_{i:01}, Y_{i:10}, Y_{i:11}, W_{1i}, W_{0i}) \perp\!\!\!\perp Z_i$ 。

在此条件下，我们可以得到平均 ITT 效应和平均处理效应：

$$\tau_{Z\to W} = E[\tau_{i:Z\to W}] = E[W_i^{\text{obs}} \mid Z_i = 1] - E[W_i^{\text{obs}} \mid Z_i = 0]$$
$$\tau_{Z\to Y} = E[\tau_{i:Z\to Y}] = E[Y_i^{\text{obs}} \mid Z_i = 1] - E[Y_i^{\text{obs}} \mid Z_i = 0]$$

假设 3. 排他性约束（exclusion restriction）：Z_i 只通过处理状态 W_i 影响潜在结果，即 $Y_{i:Z_i=1,W_i^{\text{obs}}} = Y_{i:Z_i=0,W_i^{\text{obs}}}$ 。

在假设 3 成立时，$Y_{1i} \equiv Y_{i:11} = Y_{i:01}$, $Y_{0i} \equiv Y_{i:10} = Y_{i:00}$。$W$ 对 Y 的处理效应简化为 $\tau_{i:W\to Y} = Y_{1i} - Y_{0i}$，此时 W 对 Y 的平均处理效应为

$$\tau_{W\to Y} = E[\tau_{i:W\to Y}] = E[Y_i^{\text{obs}} \mid W_i^{\text{obs}} = 1] - E[Y_i^{\text{obs}} \mid W_i^{\text{obs}} = 0]$$

平均 ITT 效应的估计量

Estimators of Average ITT Effects

平均 ITT 效应的估计量为

$$\hat{\tau}_{Z\to W} = \frac{1}{n_{z1}}\sum_{i:Z_i=1} W_i^{\text{obs}} - \frac{1}{n_{z0}}\sum_{i:Z_i=0} W_i^{\text{obs}} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i}{\sum_{i=1}^n Z_i} - \frac{\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}}(1-Z_i)}{\sum_{i=1}^n (1-Z_i)}$$

$$\hat{\tau}_{Z\to Y} = \frac{1}{n_{z1}}\sum_{i:Z_i=1} Y_i^{\text{obs}} - \frac{1}{n_{z0}}\sum_{i:Z_i=0} Y_i^{\text{obs}} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^{\text{obs}} Z_i}{\sum_{i=1}^n Z_i} - \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^{\text{obs}}(1-Z_i)}{\sum_{i=1}^n (1-Z_i)}$$

将最右侧的表达式通分后，可知两者分母相同，分子简化后的表达式相似。以 $\hat{\tau}_{Z\to W}$ 为例，其通分后的分子为

$$\begin{aligned}
&\Big(\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i\Big)\Big(\sum_{i=1}^n (1-Z_i)\Big) - \Big(\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}}(1-Z_i)\Big)\Big(\sum_{i=1}^n Z_i\Big) \\
=\ & n\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i - \Big(\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i\Big)\Big(\sum_{i=1}^n Z_i\Big) - \Big(\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}}\Big)\Big(\sum_{i=1}^n Z_i\Big) + \Big(\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i\Big)\Big(\sum_{i=1}^n Z_i\Big) \\
=\ & n\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i - \Big(\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}}\Big)\Big(\sum_{i=1}^n Z_i\Big) = \ n^2\Big[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}} Z_i - \Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n W_i^{\text{obs}}\Big)\Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Z_i\Big)\Big]
\end{aligned}$$

同样，$\hat{\tau}_{Z\to Y}$ 通分后的分子为 $n^2\Big[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i^{\text{obs}} Z_i - \Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i^{\text{obs}}\Big)\Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Z_i\Big)\Big]$。

虚拟内生变量模型的 IV 估计

IV Estimation with Dummy Endogenous Variable Model

我们暂时离开潜在结果模型，考虑下面的结构方程模型（structural equation model）：

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_0 + \beta_1 D_i + \varepsilon_i \\ D_i^* &= \alpha_0 + \alpha_1 Z_i + \nu_i \end{aligned}, \qquad D_i = \begin{cases} 1 & \text{if } D_i^* > 0 \\ 0 & \text{if } D_i^* \leq 0 \end{cases}$$

D_i^* 被称为潜变量（latent variable）

在结构方程模型中，我们假设每个回归方程都代表一种因果关系（解释变量为原因，被解释变量为结果）。这里 Y_i, D_i, D_i^* 为内生变量，Z_i 为外生变量。

通常的 IV 假设是外生性 $E[Z_i\varepsilon_i] = 0, E[Z_i\nu_i] = 0$ 和相关性 $\mathrm{Cov}[D_i, Z_i] \neq 0$。此时 Z_i 可以理解为工具变量。β_1 的 IV 估计量为

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1^{\mathrm{IV}} &= \frac{\widehat{\mathrm{Cov}}\,[Y_i, Z_i]}{\widehat{\mathrm{Cov}}\,[D_i, Z_i]} \\ &= \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i Z_i - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Z_i\right)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n D_i Z_i - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n D_i\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Z_i\right)} \end{aligned}$$

$\mathrm{Cov}[Y, Z] = E[YZ] - E[Y]E[Z]$

可见 $\hat{\beta}_1^{\mathrm{IV}}$ 的表达式和平均 ITT 效应的估计量之比 $\hat{\tau}_{Z\to Y} \big/ \hat{\tau}_{Z\to W}$ 的表达式相似。

关于 IV 的假设

IV Assumptions

现在我们回到潜在结果模型，继续讨论它的假设条件。

假设 4. Z 对 W 的平均处理效应不为零：即 $E[W_{1i} - W_{0i}] = E[\tau_{i:Z\to W}] \neq 0$。

假设 5. 单调性（monotonicity）：$W_{1i} \geq W_{0i}$ for all $i = 1, \ldots, N$。

单调性意味着不存在反抗者（defier）。当假设 4 和 5 被满足时，总体中至少有一个 i 是服从者。

定理 1 （Angrist et al., 1996）
假设 1-5 都被满足时，我们可以把 Z 看作 $W \to Y$ 的工具变量。

定理 2 （Angrist et al., 1996）
假设 1, 3, 4, 5 成立时，

$$\frac{E[\tau_{i:Z\to Y}]}{E[\tau_{i:Z\to W}]} = \frac{E[Y_{i:1,W_{1i}} - Y_{i:0,W_{0i}}]}{E[W_{1i} - W_{0i}]} = E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1]$$

等式最最左侧的项被称为 IV 估计目标（IV estimand），最右侧的项被称为 W 对 Y 的局部平均处理效应（local average treatment effect, LATE），也就是**服从者的平均处理效应**。

定理 2 的证明

Proof of Theorem 2

根据假设 1 （SUTVA）和 3 （排他性）可得

$$
\begin{aligned}
\tau_{i:Z\to Y} &= Y_{i:1,W_{1i}} - Y_{i:0,W_{0i}} = Y_{i:W_{1i}} - Y_{i:W_{0i}} \\
&= \left[Y_{1i}W_{1i} + Y_{0i}(1 - W_{1i})\right] - \left[Y_{1i}W_{0i} + Y_{0i}(1 - W_{0i})\right] \\
&= (Y_{1i} - Y_{0i})(W_{1i} - W_{0i})
\end{aligned}
$$

根据假设 4（Z 对 W 的平均处理效应不为零），上式的期望值可以分解为服从者平均 ITT 效应与反抗者平均 ITT 效应的加权平均，即

$$
\begin{aligned}
E[\tau_{i:Z\to Y}] &= E\left[(Y_{1i} - Y_{0i})(W_{1i} - W_{0i})\right] \\
&= E\left[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1\right]\Pr(W_{1i} - W_{0i} = 1) \\
&\quad - E\left[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = -1\right]\Pr(W_{1i} - W_{0i} = -1)
\end{aligned}
$$

根据假设 5（单调性），$\Pr(W_{1i} - W_{0i} = -1) = 0$，因此

$$
\begin{aligned}
E[\tau_{i:Z\to Y}] &= E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1]\Pr(W_{1i} - W_{0i} = 1) \\
E[\tau_{i:Z\to W}] &= E[W_{1i} - W_{0i}] = \Pr(W_{1i} - W_{0i} = 1)
\end{aligned}
$$

因此，$E[\tau_{i:Z\to Y}] = E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1]E[\tau_{i:Z\to W}]$

$$
\Rightarrow \quad \frac{E[\tau_{i:Z\to Y}]}{E[\tau_{i:Z\to W}]} = E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1]
$$

ATE 和 LATE 的估计

Estimating LATE

假设 2 （Z 是随机分配）的作用是将估计目标和观测结果联系起来。

- 当个体处理效应不存在异质性的时候，IV 估计量

$$\hat{\tau}_{\mathrm{IV}} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i^{\mathrm{obs}} Z_i - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i^{\mathrm{obs}}\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z_i\right)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i^{\mathrm{obs}} Z_i - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i^{\mathrm{obs}}\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z_i\right)}$$

  是 ATE 的非偏估计量，即 $\hat{\tau}_{\mathrm{ATE}} = \hat{\tau}_{\mathrm{IV}}$。

- 当存在异质性时，IV 估计量估计的目标是 LATE，即

$$\hat{\tau}_{\mathrm{LATE}} = \frac{\hat{\tau}_{Z \to Y}}{\hat{\tau}_{Z \to W}} = \hat{\tau}_{\mathrm{IV}}。$$

需要注意的是，LATE 表达式 $E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1]$ 中的条件部分无法通过观测进行确认，因为我们只能观测到 W_{1i} 和 W_{0i} 中的一个。换句话说，在个体层面，我们无法识别谁是服从者。

单侧反抗

One-Sided Noncompliance

单侧反抗是一种特殊情况，指 $\Pr(W_{0i} = 0) = 1$ 但是 $\Pr(W_{1i} = 1) < 1$。也就是说，当 i 被分到对照组时，i 会服从分配；但被分到处理组时，i 有可能反抗。这种情况在临床实验中比较常见。

当单侧反抗成立时，假设 5 的单调性必然成立。此时，

$$W_{1i} - W_{0i} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad W_{1i} = 1$$

因此，

$$\begin{aligned}\tau_{\text{LATE}} &= E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} - W_{0i} = 1] \\ &= E[Y_{1i} - Y_{0i} \mid W_{1i} = 1] = \tau_{\text{ATET}}\end{aligned}$$

Wald 估计量

The Wald Estimator

Wald (1940) 针对变量的观测误差问题介绍了一种回归系数的一致估计量。当解释变量 X_i 和 被解释变量 Y_i 都存在观测误差时，回归 $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ 中 β 的 OLS 估计量不满足一致性。如果存在二值工具变量 Z_i，我们可以根据 Z_i 的取值将样本数据分为两组，Wald 估计量是两组中 Y_i 的均值之差和 X_i 的均值之差的比，即

$$\hat{\beta}_{\text{Wald}} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0},$$

这里下角标的 1 和 0 代表该分组中 Z_i 的取值

Wald 估计量对应的估计目标是

$$\beta_{\text{Wald}} = \frac{E[Y_i \mid Z_i = 1] - E[Y_i \mid Z_i = 0]}{E[X_i \mid Z_i = 1] - E[X_i \mid Z_i = 0]}$$

同时，因为 $Z_i \in \{0,1\}$，如果假设 $\Pr(Z_i = 1) = p$，可以得出

$$\text{Cov}[Y_i, Z_i] = (E[Y_i \mid Z_i = 1] - E[Y_i \mid Z_i = 0])\, p(1-p)$$
$$\text{Cov}[X_i, Z_i] = (E[X_i \mid Z_i = 1] - E[X_i \mid Z_i = 0])\, p(1-p)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\text{Cov}[Y_i, Z_i]}{\text{Cov}[X_i, Z_i]} \equiv \beta_{\text{IV}} = \beta_{\text{Wald}}$$

实证研究

Angrist (1990)

Lifetime Earnings and the Vietnam Era Draft Lottery: Evidence from Social Security Administrative Records.
***American Economic Review*, 80:3, 313-336.**

核心问题：参军经历对终身收入的影响

背景：

- 兵役制度主要分为义务兵役制（征兵制）和志愿兵役制（募兵制）。一个国家采用哪种制度主要看它的人口和国防政策，以及时代发展的需要。
- 现行的兵役法规定（2021年10月修正），我国实行的是“以志愿兵役为主体的志愿兵役与义务兵役相结合”的兵役制度。满18周岁的男性公民都应当进行兵役登记，被征集服现役的年龄的上限为22周岁（高校毕业生放宽至24周岁，研究生放宽至26周岁）。
- 美国在不同历史时期采用不同的征兵制度。现行的全志愿兵役制是在1973年美军撤离越南后开始实施的。在二战以后的 1948-1973 年间，由于冷战和局部战争的需求，美国采用的也是志愿兵役制和义务兵役制相结合的征兵方式。
- 美国的义务兵役制称作 draft（或 conscription）。在越战期间，draft 采用抽签（lottery）的形式。每个18至25周岁间的男子都会按出生日被随机赋予一个1-366之间的数字（例如1月1日出生被赋予125，2月15日出生被赋予33），这个数字就是征兵的优先顺序。若征兵需求小于参与抽签的人数，则会有一个阈值，优先度小于阈值的人会被征召。
- 在 draft 中被征召并不意味着必须服兵役。满足下列条件之一的人可以推迟或免除兵役：高中或大学在校生、牧师、部分政府工作人员、因信仰或道德原因而拒服兵役者（conscientious objector）、因疾病无法服役等。

美国在越战期间的征兵

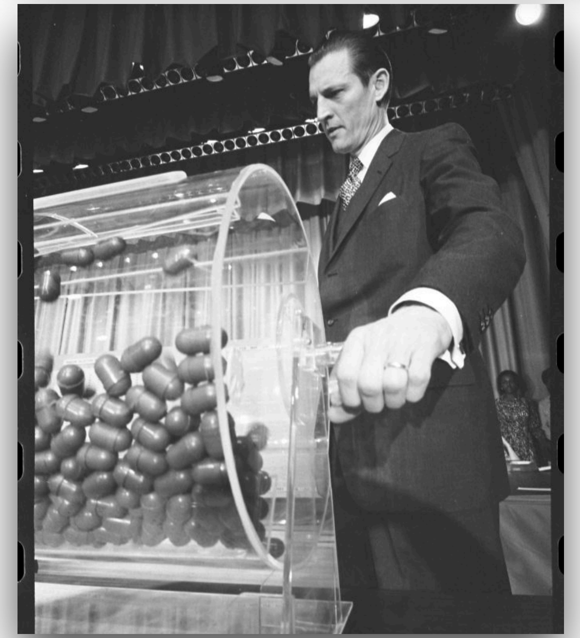
Draft lotteries in the US During the Vietnam War

- 在美国出兵越南期间（1964-1973），美国的征兵分为按年长顺序征兵（1969年前）和随机征兵（1970-1973）。随机征兵（draft lottery）共进行了 4 次。

Draft lottery

阈值

Date of Drawing	Applied to Year of Birth	APN
December 1, 1969	1944-1950	195
July 1, 1970	1951	125
August 5, 1971	1952	95
February 2, 1972	1953	95



征兵人数

1964	112,386
1965	230,991
1966	382,010
1967	228,263
1968	296,406
1969	283,586
1970	162,746
1971	94,092
1972	49,514
1973	646

第一次 draft lottery 结果，1969年12月1日

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1	305	086	108	032	330	249	093	111	225	359	019	129
2	159	144	029	271	298	228	350	045	161	125	034	328
3	251	297	267	083	040	301	115	261	049	244	348	157
4	215	210	275	081	276	020	279	145	232	202	266	165
5	101	214	293	269	364	028	188	054	082	024	310	056
6	224	347	139	253	155	110	327	114	006	087	076	010
7	306	091	122	147	035	085	050	168	008	234	051	012
8	199	181	213	312	321	366	013	048	184	283	097	105
9	194	338	317	219	197	335	277	106	263	342	080	043
10	325	216	323	218	065	206	284	021	071	220	282	041
11	329	150	136	014	037	134	248	324	158	237	046	039
12	221	068	300	346	133	272	015	142	242	072	066	314
13	318	152	259	124	295	069	042	307	175	138	126	163
14	238	004	354	231	178	356	331	198	001	294	127	026
15	017	089	169	273	130	180	322	102	113	171	131	320
16	121	212	166	148	055	274	120	044	207	254	107	096
17	235	189	033	260	112	073	098	154	255	288	143	304
18	140	292	332	090	278	341	190	141	246	005	146	128
19	058	025	200	336	075	104	227	311	177	241	203	240
20	280	302	239	345	183	360	187	344	063	192	185	135
21	186	363	334	062	250	060	027	291	204	243	156	070
22	337	290	265	316	326	247	153	339	160	117	009	053
23	118	057	256	252	319	109	172	116	119	201	182	162
24	059	236	258	002	031	358	023	036	195	196	230	095
25	052	179	343	351	361	137	067	286	149	176	132	084
26	092	365	170	340	357	022	303	245	018	007	309	173
27	355	205	268	074	296	064	289	352	233	264	047	078
28	077	299	223	262	308	222	088	167	257	094	281	123
29	349	285	362	191	226	353	270	061	151	229	099	016
30	164	----	217	208	103	209	287	333	315	038	174	003
31	211	----	030	----	313	----	193	011	----	079	----	100

数据来源：US Selective Service System. https://www.sss.gov/

Table 1. A Chronology of Random Selection

Lottery	*Event*	*Date*
1970	Random selection for birth cohorts 1944–1950	December 1, 1969
	RSN 1–30 called	January 1970
	RSN 1–60 called	February
	RSN 1–90 called	March
	RSN 1–115 called	April
	RSN 1–145 called	May
	RSN 1–170 called	June
	RSN 1–190 called	July
	RSN 1–195 called	August–December
	Ceiling: 195	
1971	Random selection for birth cohort 1951	July 1, 1970
	RSN 1–100 called	January–April 1971
	RSN 1–125 called	May–December
	Ceiling announced: 125	October
1972	Random selection for birth cohort 1952	August 5, 1971
	Secretary of Defense announces no draft calls for January–March 1972	January 30, 1972
	RSN 1–15 called	April–June 1972
	RSN 1–75 called	September
	RSN 1–95 called	October–December
	Ceiling announced: 95	September
1973	Random selection for birth cohort 1953	February 2, 1972
	Secretary of Defense announces no draft calls for January, 1973	November 28, 1972
	Secretary of Defense announces no further draft calls foreseen	January 27, 1973
	Processing, examination and induction suspended (some processing of low numbers continued)	February 14, 1973
	Processing of suspended inductions resumes	April 4, 1973
	Orders issued to terminate all inductions after July 1, 1973	May 15, 1973
	Induction authority expires (for those never deferred)	July 1, 1973
	No further inductions	

NOTE: In 1973 registrants with numbers below 100 were eligible for administrative processing. In 1974 the ceiling for administrative processing was 95. The last lottery was held in 1975, for men born in 1956.

Source: Selective Service System (1969–1973, 1984).

图表来源：Angrist (1991). The Draft Lottery and Voluntary Enlistment in the Vietnam Era. *JASA*, 86:415, 584-595.

参军经历与回报

Veteran Status and Rewards

美国政府对于参军者的补偿政策很丰富，包括提供医疗保障、教育、住房、保险、就业等。

学术界对于参军经历与之后的劳动收入间的关系并没有统一的结论。单纯比较退役群体和无参军群体的收入无法揭示参军经历对收入的影响，因为参军（尤其是志愿参军）是个人决策的结果，其中包含选择偏差。例如，社会地位较低的阶层更倾向于通过参军获得更多的就业机会。

如果参军是完全随机分配的，我们就可以在潜在结果模型的框架里估计平均处理效应。但是现实中参军（处理变量）和收入（潜在结果）都受不可观测协变量的干扰。

作者选择越战时期的 draft lottery 作为工具变量，因为它基本满足前述的五个条件：

1. SUTVA：是否被征兵以及退伍后的收入不受其他人抽签结果的影响。（质疑：朋友被抽中可能会影响自己转为志愿参军，征兵人数过多时会造成退伍时就业市场的供给过剩等）
2. 随机性：抽签结果是随机的。
3. 排他性：收入不会直接受抽签结果影响。（质疑：中签者可能通过升学等途径推迟或逃避服役）
4. 抽签结果会影响征兵结果。
5. 不存在反抗者。（质疑：不排除有人在没中签时会志愿加入海军，但是在中签时会选择逃避参军，因为中签后有机会被分到陆军而增加直接参与战斗的风险）

变量与数据
Variables and Data

- Draft lottery 样本范围：本文选择在抽签时年龄为 18 岁（征召时年龄为 19 岁）的人群，即 1950-1953年间出生的男性。

- 收入数据源自美国社会保障局（Social Security Administration）提供的 Continuous Work History Sample (CWHS)，包含全体参保人员 1% 的面板数据，时间区间为1966-1984年。作者将样本中的生日和 Selective Service System 提供的 draft lottery 结果进行了关联。

- 上述数据中没有参军经历，作者用 1984 Survey of Income and Program Participation (SIPP) 中的数据对参军概率进行了估计。此数据中涵盖约 20000 个家庭的面板数据，包括是否有参军经历、参加过哪些战争等变量。

- 所有数据中，生日数据都不是公开的。

Draft Lottery 结果与收入

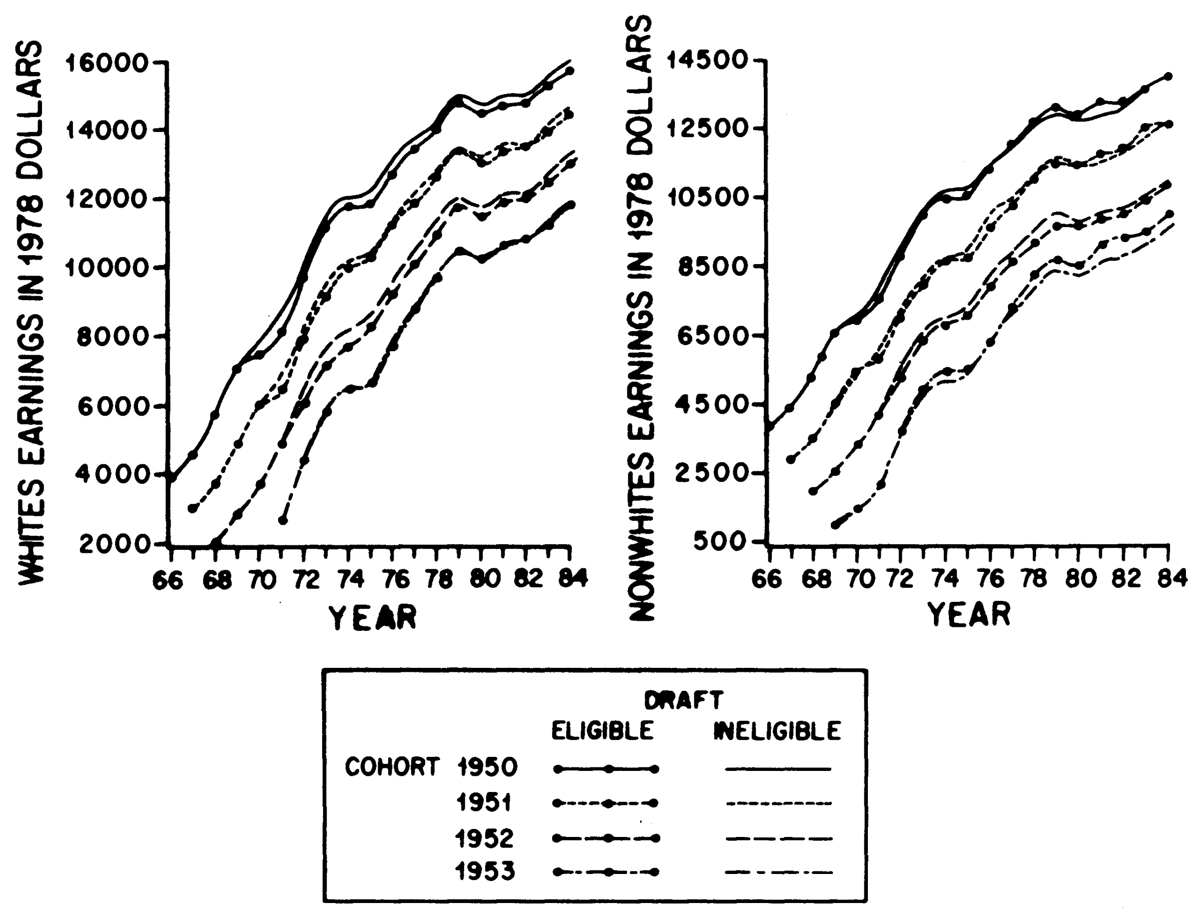


FIGURE 1. SOCIAL SECURITY EARNINGS PROFILES BY DRAFT-ELIGIBILITY STATUS

Notes: The figure plots the history of FICA taxable earnings for the four cohorts born 1950–3. For each cohort, separate lines are drawn for draft-eligible and draft-ineligible men. Plotted points show average real (1978) earnings of working men born in 1953, real earnings +$3000 for men born in 1950, real earnings +$2000 for men born in 1951, and real earnings +$1000 for men born in 1952.

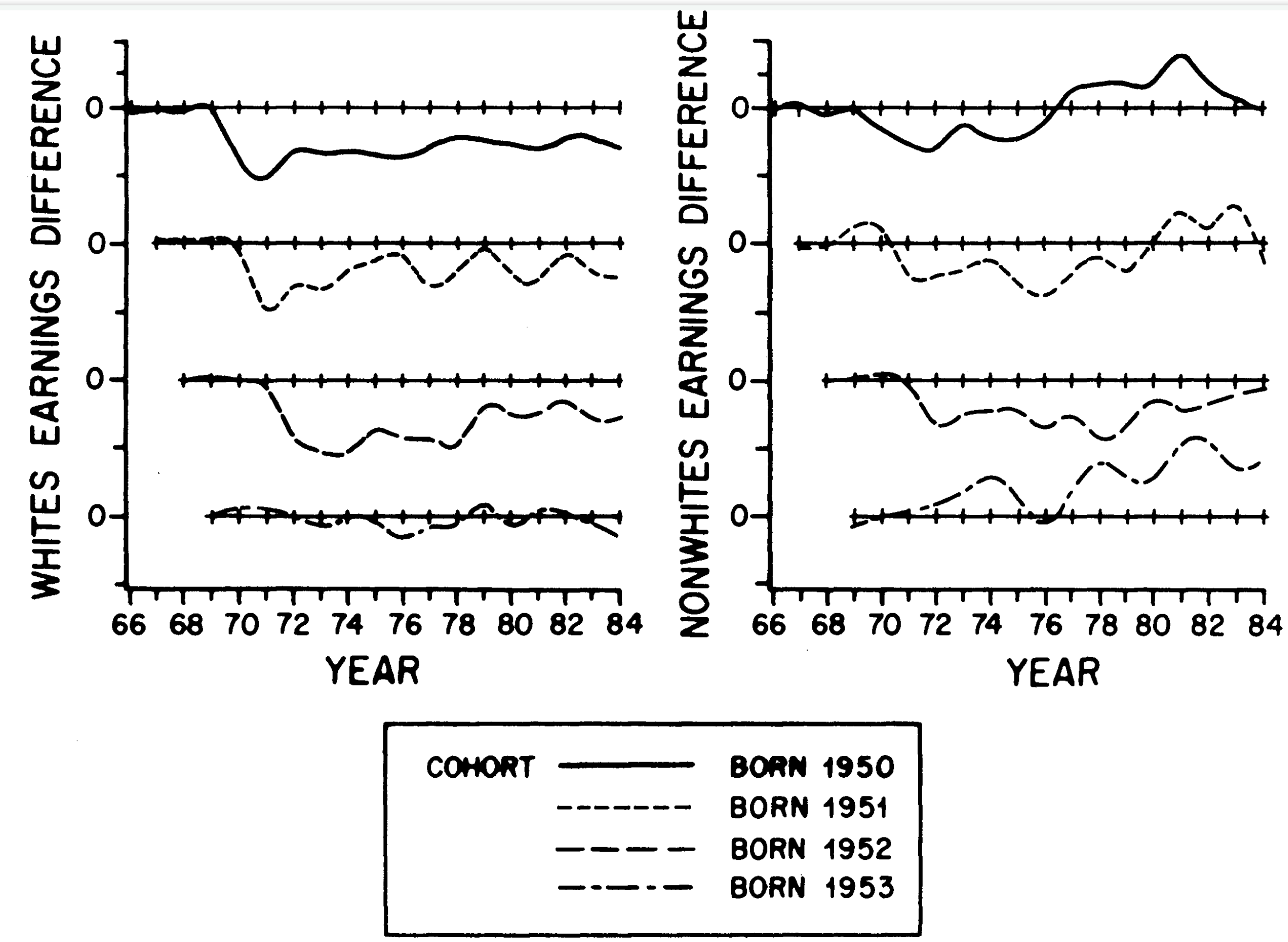


FIGURE 2. THE DIFFERENCE IN EARNINGS BY DRAFT-ELIGIBILITY STATUS

Notes: The figure plots the difference in FICA taxable earnings by draft-eligibility status for the four cohorts born 1950–3. Each tick on the vertical axis represents $500 real (1978) dollars.

从图中可以看出，白人中 lottery 中签者比非中签者的平均收入低。
收入差距在抽签后几年最明显，之后呈逐年缩小趋势。

造成这一现象的主要原因是 lottery 中签者中参军者比例明显高于非中签者。
在抽签前两组间的收入差距几乎为零。1953年出生人群只参加了抽签，没有被征兵。

参军经历与收入

作者考虑下面的固定效应模型：

$$y_{cti} = \beta_c + \delta_t + \alpha s_i + u_{it}$$

下角标中的 c 代表不同年份出生的组别，t 代表数据中的年份，i 代表个人。y_{cti} 是收入，β_c 是出生年份固定效应，δ_t 是时间固定效应。s_i 是 i 是否参军的虚拟变量，α 是参军经历对收入的影响。

通过把样本限定在某一分组内（同一出生年份在同一年的收入），模型中的固定效应就变成了常数项（$\beta_c + \delta_t = \gamma$）。令 d_i 为 i 在 draft lottery 中是否中签的虚拟变量。此时，针对组内样本的 α 的 Wald 估计量是

$$\hat{\alpha}_{\text{Wald}} = \frac{\bar{y}_e - \bar{y}_n}{\hat{p}_e - \hat{p}_n}, \qquad e \text{ 代表中签（eligible，即 } d_i = 1\text{），} n \text{ 代表没中签}$$

分母中的 $\hat{p}_e$ 和 $\hat{p}_n$ 是中签组与非中签组中被征召入伍的比例（经验概率）。

从前面介绍的理论可知，$\hat{\alpha}_{\text{Wald}}$ 是 LATE 估计量，即服从征兵分配的群体中参军经历对收入的因果效应。

TABLE 3—WALD ESTIMATES

Cohort	Year	Draft-Eligibility Effects in Current $: FICA Earnings (1)	Adjusted FICA Earnings (2)	Total W-2 Earnings (3)	$\hat{p}^e - \hat{p}^n$ (4)	Service Effect in 1978 $ (5)
1950	1981	−435.8	−487.8	−589.6	0.159	−2,195.8
		(210.5)	(237.6)	(299.4)	(0.040)	(1,069.5)
	1982	−320.2	−396.1	−305.5		−1,678.3
		(235.8)	(281.7)	(345.4)		(1,193.6)
	1983	−349.5	−450.1	−512.9		−1,795.6
		(261.6)	(302.0)	(441.2)		(1,204.8)
	1984	−484.3	−638.7	−1,143.3		−2,517.7
		(286.8)	(336.5)	(492.2)		(1,326.5)
1951	1981	−358.3	−428.7	−71.6	0.136	−2,261.3
		(203.6)	(224.5)	(423.4)	(0.043)	(1,184.2)
	1982	−117.3	−278.5	−72.7		−1,386.6
		(229.1)	(264.1)	(372.1)		(1,312.1)
	1983	−314.0	−452.2	−896.5		-2,181.8
		(253.2)	(289.2)	(426.3)		(1,395.3)
	1984	−398.4	−573.3	−809.1		−2,647.9
		(279.2)	(331.1)	(380.9)		(1,529.2)
1952	1981	−342.8	−392.6	−440.5	0.105	−2,502.3
		(206.8)	(228.6)	(265.0)	(0.050)	(1,556.7)
	1982	−235.1	−255.2	−514.7		−1,626.5
		(232.3)	(264.5)	(296.5)		(1,685.8)
	1983	−437.7	−500.0	−915.7		−3,103.5
		(257.5)	(294.7)	(395.2)		(1,829.2)
	1984	−436.0	−560.0	−767.2		−3,323.8
		(281.9)	(330.1)	(376.0)		(1,959.3)

Notes: Standard errors in parentheses.
Columns (1) and (3) are taken from Table 1.
Column (2) reports draft-eligibility treatment effects on earnings adjusted for censoring at the FICA taxable maximum. The adjustment procedure is described in the Appendix. Column (4) reports SIPP estimates of the effect of draft eligibility on veteran status, taken from Table 2. Column (5) reports estimates of the effect of military service on civilian earnings is implied by columns (2) and (4).

第 (5) 列为参军经历对收入的因果效应估计。

在战争结束（1973）大概十年后，参军经历依然对收入有负向影响。作者分析，其主要机制是参军经历影响了工作经验的积累，而收入随工作经验的增加而增加。

估计结果说明，对于白人群体来说，参军带来的福利并没有抵消在就业市场中的劣势。

后续研究发现，这种就业的负面影响在1990年代已经消失。

Angrist, Chen, & Song (2011). Long-Term Consequences of Vietnam-Era Conscription: New Estimates Using Social Security Data. *AER (papers and proceedings)*, 101:3, 334-338.