文章编号: 1000-6893(2008)

广义证据理论及应用（1）：基本理论

邓勇 [1,4]，蒋雯 [2]，韩德强 [3]
(1.　上海交通大学 电子信息与电气工程学院，上海　200240)
(2. 西北工业大学 电子信息学院，陕西　西安　710072)
(3. 西安交通大学 综合自动化研究所，陕西　西安　710049)
(4. 西南大学 计算机与信息科学学院，重庆 400715)

Generalized Evidence Theory and Its Application (1): Basic Theory

Deng Yong[1,4], Jiang Wen[2], Han Deqiang[3]
(1. School of Electronics Information and Electric Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200240)
(2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi’an, 710072)
(3. Institute of Integrated Automation, Xi’an Jiao Tong University, Xi’an, 710049)
(4. College of computer and information sciences, Southwest University, Chongqing, 400715)

摘　要：经典证据理论不能有效处理辨识框架不完整情况下的信息融合和不确定信息处理的问题，本文提出了一种广义证据理论，新理论定义了广义基本概率指派函数，对空集的广义基本概率指派大小表明了支持辨识框架不完整命题的程度，提出了能够融合广义基本概率指派的广义组合规则，该组合规则是一个与空集基本概率指派相关的函数，同时满足交换律和结合律。广义证据理论是经典证据理论的推广，当空集赋值为零时，广义证据理论退化为经典的证据理论。用算例表明了所提出的广义证据理论的有效性。

关键词：信息融合；广义证据理论；广义基本概率指派；广义证据组合规则；辨识框架
中图分类号：(TP391)　　文献标识码：A

Abstract: In real application, the frame of discernment is often not incomplete. To solve this problem the fields such as data fusion and uncertain information processing, the generalized evidence theory (GET) is proposed in this paper. The generalized basic probability assignment (GBPA) is defined. The value assignment to the empty sets shows the support degree that the used frame of discernment is not complete. A new combination rule, called as generalized combination rule (GCR), is proposed to handle evidence combination. It is shown that the proposed combination rule takes advantages not only commutative law but also associative law. The proposed GET will be degenerated as the classical evidence theory in that when the GBPA to empty set is zero. Some numerical examples are used to illustrate the efficiency of our presented GET.

Key words: information fusion; generalized evidence theory (GET); generalized basic probability assignment (GBPA); generalized combination rule (GCR); frame of discernment

信息融合技术是协同利用多源信息，以获得对事物或目标的更客观、更本质认识的信息综合处理技术，是提高智能系统智能化程度的关键技术之一。受军事应用的驱动，信息融合技术得到迅速发展。除了在目标识别等传统军用领域，信息融合技术在机器人和民航交通管理等民用领域也有着广泛应用[1-3]。

Dempster Shafer证据理论（Dempster Shafer Evidence Theory，下文简写证据理论）最初由Dempster于1967年提出，其学生Shafer在1976年将其进一步推广[4]。该理论把概率论中的基本事件空间拓宽为基本事件的幂集（又称为辨识框架），在辨识框架上建立了基本概率指派函数（Basic Probability Assignment，下文简写为BPA）。此外，证据理论还提供了一个Dempster组

收稿日期：2010-xx-xx；修订日期：2010-xx-xx　（留编辑处理）
基金项目：国家重点基础研究发展规划(973)项目(2007CB311006)，国家自然科学基金（60874105，60904099），教育部新世纪优秀人才支持计划（NCET-08-0345），上海市青年科技启明星计划（09QA1402900），航空科学基金(20090557004，20095153022)，上海交通大学“晨星学者计划”资助（T241460612），西北工业大学校科技创新基金（2008KJ02022），部委基金资助。
通讯作者：邓勇　E-mail: dengyong@sjtu.edu.cn

合规则，该规则可以在没有先验信息的情况下实现证据的融合。特别地，当BPA只在辨识框架的单子集命题上进行分配时，BPA就转换为概率论中的概率，而组合规则的融合结果与概率论中的Bayes公式相同。从这个角度来看，DS证据理论能够比概率论更有效地表示和处理不确定信息，这些特点使其在信息融合领域得到了广泛的应用。

在信息融合相关领域的研究让我们有这样的认识：信息融合在过程上可以狭义理解为是对不确定信息进行处理，在工程实践上直观表现为两个重要的问题：一个问题是各种异类异构不确定信息的表示；另一个问题是实现融合所采用的算法。在数学上，随机集理论（Random sets theory）由于可以在一个统一的框架下表示包括随机性、模糊性和条件性等在内的各种不确定信息，被认为是信息融合研究未来发展的方向[5]。但是受限于该理论现在的数学发展状况，随机集理论在信息融合领域具体的应用较少。而证据理论发展则较为成熟和完善，证据理论的组合规则满足交换率和结合律，融合后能够有效降低系统的不确定信息，这就有效解决了融合算法的问题，这是证据理论在信息融合工程实践中的先天优势之一。由于这一优势，在处理第一个问题，也就是不确定信息表示时，研究人员更倾向于借助随机集理论将各种不确定信息转换到证据理论的框架下来处理。最典型的例子就是条件证据理论（Conditional Dempster Shafer Evidence Theory, CDS），Mahler基于随机集表示经验性信息后[6,7]，提出了条件证据理论[8,9]，可以在证据理论下将经验性、条件性信息融合；汤永川等人后续的研究还表明在CDS下可以实现知识的更新[10]。同样地，模糊信息也能够以随机集为中介转换到证据理论的框架下进行处理。研究表明：通过单点覆盖函数[11]以及云模型理论[12]能够建立模糊集隶属度的随机集表示方式，在证据理论框架下融合模糊信息的应用有大量文献报导[13-15]。总之，在随机集理论还未发展完善的背景下，基于证据理论来有效表示随机性和模糊性等不确定信息并实现信息融合是一个切实可行的方案，研究证据理论及其应用中的一些共性关键技术既可以解决现阶段诸如目标识别等实际问题，又可以为将来最终实现异类异构、定量定性信息的融合的理论研究奠定基础，对信息融合的理论和实践都具有重要的意义。

证据理论虽然有以上诸多优点，但是也存在着一些问题有待解决，这些共性关键问题在很大程度上制约了它的应用推广。比如基于证据理论的系统计算复杂度随着辨识框架中单子集命题数目的增长呈指数增长，无法应用到某些实时性要求较高的军事应用系统。另外一个广受关注的问题是：DS组合规则在证据高度冲突时，常常会得出与常理相悖的结论。第三个问题是：如何合理地生成BPA函数。

针对第一个问题，在实时性要求比较高的场合，常常要根据具体情况在运算前作一些预处理工作，或者使用近似算法,文献[16,17]给出了这个研究方向上有代表性的工作，较好地解决了算法复杂性问题。

与第一个问题相比，第二个问题更为严重，因为在实际的应用中，特别是在军事应用领域，由于现场自然环境恶劣或人为干扰等原因，常常导致传感器的报告相互冲突，如果不能有效处理证据理论组合规则的这一问题，那么实际应用系统就无法判断融合结果是否正确，无法实现有效决策，极大地影响了融合系统的性能。

第三个问题，也就是BPA生成方法的也非常值得研究，这主要表现在两个方面：一方面，证据理论中，只要给出各个信息源的BPA函数，使用DS组合规则就可以得到融合结果，因此正确生成BPA是应用证据理论的基础，BPA是否合理直接关系到融合结果是否合理；另一方面，上述证据理论的第一个问题（算法实时性）和第二个问题（冲突证据处理）事实上都与BPA有着重要的关系。研究表明BPA在辨识框架的哪些命题上进行分配对融合算法的实时性有着重要影响：给定辨识框架后，不同类型BPA结构下的计算复杂度相差很大。例如，如果BPA分配的焦元呈嵌套结构，则采用近似算法可以极大提高系统融合的实时性[17]。而第二个问题更是直接与BPA生成相关，现有的解决冲突信息融合的方法却都忽视了这一点：是什么样的BPA生成方法导致了高度冲突的BPA？随着对这一问题的深入研究，我们认为：在证据理论框架下，导致证据冲突的主要原因有两点：一个是辨识框架不完整。比如，在军事应用中，对方目标不能完全为我所知，也就是目标库本身就是不全面的。假设目标库中只有三种目标a，b和c，那么辨识框架只能是这三个基本事件的幂集，而假若实际的被观测目标是d，在这种情况下，各个传感器的报告常常会相互高

度冲突，系统也会得出错误的融合结果。另外一个导致冲突的主要原因是传感器报告本身的可靠性。比如，受到了自然因素（如气候恶劣）或是敌方人为的干扰（释放电子诱饵等），传感器的判断会与实际情况不符，这样也容易导致各个证据之间冲突。现有的修改组合规则和修改数据模型的方法都不能从根本解决冲突证据的融合。比如：根据证据的可信度调整数据模型在传感器受干扰时处理冲突信息是有效的，但在辨识框架不完整而导致冲突的情况下就无效。

对证据冲突的问题，一些研究人员另辟蹊径，提出了新的理论模型，目前主要有两个：第一个是比利时的Smets提出的可传递信度模型（Transferable belief model，TBM）[18]，该模型是一个双层结构，第一层是信度传递层，第二个层次是决策层，将信度函数利用转换方法获得概率之后进行决策。TBM引入了封闭世界（Close world）和开放世界(Open world)的概念，这是该理论的一大特点。但是目前的研究并没有系统地把辨识框架不完整与冲突的表示和处理有机结合起来，目前其应用仍然局限于封闭世界。第二个是由Dezert和Smarandache提出的Dezert-Smarandache理论（DSmT）[19]，与经典证据理论相比，DSmT为解决证据矛盾时的证据组合问题提供了一个新的思路，但是DSmT计算量过大，且在低冲突情况下融合结果次于DST，更重要地是：DSmT没有考虑辨识框架不完整情况，这使得该理论对冲突处理以及实时性要求较高领域的应用有着很大的局限性。

综上所述，证据高度冲突这个问题仍然需要新的更为合理的理论与模型，新的理论和模型应该可以有效处理辨识框架不完整这一情况，且计算复杂度不应该高于经典证据理论。在这种背景下,我们提出了一种广义证据理论，在该理论体系下探索解决高度冲突证据的处理和融合以及BPA生成这两个问题。系列论文共五篇，总体研究内容可以分为三大部分，分别是理论研究、关键问题研究和应用研究三个层次，逻辑结构图1所示。

在Ⅰ部分，论文1的主要工作是提出广义证据理论，这部分的工作是后续研究的基础，在我们的研究中属于理论部分。

在Ⅱ部分，论文2和论文3主要针对两个关键问题开展研究。其中，论文2提出了广义基本概率指派生成方法，针对辨识框架不完整提出一种强约束生成方法，而针对辨识框架完整提出了一种弱约束生成方法。论文3在广义证据理论下提出了一种新的冲突表示方法，并根据新的冲突表示方法提出了Dempster组合规则适用范围。

在III部分，论文4和论文5是基于上述基本理论研究和关键问题研究的成果在冲突证据处理的具体应用。我们认为：导致证据高度冲突的主要原因可以分为两大部分,一是辨识框架部分的原因，一是传感器部分的原因。那么，区分是哪一个部分的原因导致证据高度冲突以及在确定原因之后该如何进行冲突消解和信息融合就是必须解决的问题。论文4探索了辨识框架不完整情况下冲突表示参数变化的规律，在此基础上提出了辨识框架不完整的识别方法，可以区分是辨识框架部分或是传感器部分的原因导致了冲突。论文5主要解决辨识框架完整情况下传感器部分导致证据高度冲突的问题，提出的冲突消解策略可以有效处理传感器失效和传感器受到随机干扰扰而导致证据高度冲突。

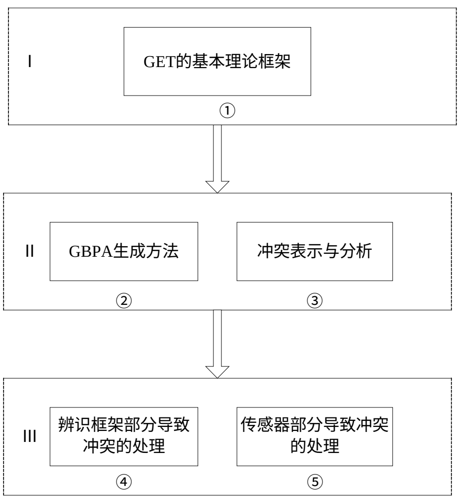

图 1 研究内容和结构

Fig. 1 Structure of research issues

本文是系列论文的第1篇，主要的工作是提出广义证据理论，为后续关键问题的研究和应用提供理论基础。本文结构安排如下：第1节给出了广义证据理论的一些基本定义，第2节提出广义证据组合规则；第3节分析了广义证据理论的一些性质以及比较；第4节给出了一些基于广义证据理论的算例，第5节是本文的小结。

1 广义基本概率赋值及相关定义

经典的证据理论将概率论的基本事件空间推广为辨识框架，其定义如下[4]：

定义1 设U是变量X的所有可能值的穷举集合，并且U中的元素是互斥的，称U为X的一个辨识框架。

U由一完备的互不相容的陈述集合组成，U的幂集2^U构成命题集合2^U。当U中元素的个数为n时，命题集合所代表的空间大小为2^n。

定义2 设U为识别框架，U的幂集2^U构成命题集合2^U，$\forall A\subset\Theta$，如果函数$m:2^U\to[0,1]$满足:

$$\sum_{A\subset U} m\left(A\right)=1 \tag{1}$$

$$m\left(\Phi\right)=0 \tag{2}$$

则称m为框架U上的基本概率指派(Basic Probability Assignment, BPA)。BPA反映了证据对识别框架中的命题A的支持程度，即$m(A)$。若$\forall A\subset\Theta$，且满足$m(A)>0$，则称A为焦元。所有的焦元集合称为核。

从公式（1）和（2）可以看出，经典证据理论的BPA是建立在辨识框架上，且限定空集Φ的BPA为0。这就使得经典证据理论只能是一个处理封闭世界（Close world）的理论，所谓封闭世界，就是默认辨识框架中的命题是可穷尽且完整的。现实生活中这样的例子很多，比如骰子的点数就是1，2，3，4，5，6种可能。但是在一些应用领域，由于未知信息，使得我们无法给出完整的辨识框架。比如前文所述的，在目标识别系统中，己方所知道敌方的目标类型为a，b和c，但是敌方可能还有一个秘密研制并未公开的目标d，在这种情况下，辨识框架{a,b,c}就是不完整，就是一个开放世界（Open world）问题。应该说，随着人们认识的深入，开放世界是绝对的，封闭世界是相对的。比如，在没有SARS之前，有关肺炎的辨识框架肯定就是不完整的。科技的发展会使得辨识框架不断扩展和完善。显而易见，经典证据理论只能处理和描述封闭世界问题，很大程度上制约了经典证据理论的应用。

本文提出的广义证据理论(GET)是建立在广义基本概率指派上的。

定义3 设U为开放世界的辨识框架，U的幂集2^U构成命题集合2^U_G，$\forall A\subset\Theta$，如果函数$m:2^U_G\to[0,1]$满足:

$$\sum_{A\subset U} m_G\left(A\right)=1 \tag{3}$$

则称m为框架U上的广义基本概率指派(Generalized Basic Probability Assignment, GBPA)。GBPA与经典BPA的区别是没有公式（2）的限制，也就是$m\left(\Phi\right)$并不需要强制为0。换言之，空集也可以是焦元，空集也可以成为核的一部分。如果$m\left(\Phi\right)$等于0，GBPA就退化为经典的BPA。

在GET中，我们希望用空集Φ来建模开放世界，因此我们强调，GET中的Φ不是传统意义上的空集，它对应的是辨识框架中没有的任何一个命题或是命题的组合。从这个角度看定义3中使用的2^U_G，表明幂集中的空集Φ是表示辨识框架以外的命题，而不是经典集合理论中的空集概念。同理，在公式（3）中m_G表示GBPA还分配给了辨识框架外的命题。这里做一约定，本文及后续的其他系列论文如无特别说明都是GBPA，为了表示方便，仍然沿袭经典证据理论的表示方法，不再用下标G区分相关概念。基于类似的思路，给出广义信度函数（Generalized belief function, GBF）和广义似真函数(Generalized plausible function, GPF)。

定义4 给定一个GBPA，命题A的GBF可以表示为：$GBel:2^U\to[0,1]$满足：

$$GBel(A)=\sum_{B\subseteq A} m\left(B\right) \tag{4}$$

$$GBel(\Phi)=m(\Phi) \tag{5}$$

定义5 给定一个GBPA，命题A的GPF可以表示为：$GPl:2^U\to[0,1]$满足：

$$GPl(A)=\sum_{B\cap A\neq\Phi} m\left(B\right) \tag{6}$$

$$GPl(\Phi)=m(\Phi) \tag{7}$$

在定义4和定义5中，强制定义$GBel(\Phi)$和$GPl(\Phi)$都等于Φ的GBPA值，这样定义是符合逻辑的：因为Φ是辨识框架以外的命题，本身得不到辨识框架内命题的支持，也无法确认辨识框架外是否有其他命题支持，所以其GBF和GPF重合。而对辨识框架中其他不是Φ的命题A来说，GBF可以看做是广义下概率函数；GPF可以看做是广义上概率函数，GBF和GPF构成了一个

概率区间，可以很容易地证明对命题 A 而言，有下列关系存在：

$$GBel(A) \le GPl(A) \tag{8}$$

针对上面的定义下文给出一些算例。

例1　设辨识框架为 $\{a,b,c\}$，一个GBPA可以表示为：

$m\{a\}=0.6;\ m\{b\}=0.2; m\{b,c\}=0.2$

例1中的GBPA只在非空集的命题上进行分配，也就是 $m(\Phi)=0$，此时GBPA与BPA没有区别。

$GBel\{a\}=0.6 \qquad GPl\{a\}=0.6$

$GBel\{b\}=0.2 \qquad GPl\{b\}=0.4$

$GBel\{c\}=0 \qquad GPl\{c\}=0.2$

$GBel\{b,c\}=0.4 \qquad GPl\{b,c\}=0.4$

例1计算的结果表明当 $m(\Phi)=0$ 时，基于GBPA的GBF和GPF与经典证据理论辨识框架幂集空间中的信度函数和似真函数结果相同。

例2　设辨识框架为 $\{a,b,c\}$，一个GBPA可以表示为：

$m\{a\}=0.6;\ m\{b\}=0.2; m\{b,c\}=0.1; m\{\Phi\}=0.1$

例2中的GBPA分配到了空集上。各命题对应的GBF和GPF如下：

$GBel\{a\}=0.6 \qquad GPl\{a\}=0.6$

$GBel\{b\}=0.2 \qquad GPl\{b\}=0.3$

$GBel\{c\}=0 \qquad GPl\{c\}=0.1$

$GBel\{b,c\}=0.1 \qquad GPl\{b,c\}=0.3$

$GBel\{\Phi\}=0.1 \qquad GPl\{\Phi\}=0.1$

2　广义组合规则

定义6　经典证据理论的Dempster组合规则可以将两个BPA进行融合，该规则定义为：

$$m(A)=\frac{\sum_{B\cap C=A} m_1(B)m_2(C)}{1-k} \tag{9}$$

其中

$$k=\sum_{B\cap C=\Phi} m_1(B)m_2(C) \tag{10}$$

在GBPA基础上，我们提出广义组合规则(Generalized combination rule, GCR)。

定义7　在广义证据理论中，设 $\Phi_1 \cap \Phi_2 = \Phi$，也即空集和空集的交集仍然是空集，给定两个GBPA，定义GCR为：

$$m(A)=\frac{(1-m(\Phi))\sum_{B\cap C=A} m_1(B)m_2(C)}{1-K} \tag{11}$$

$$K=\sum_{B\cap C=\Phi} m_1(B)m_2(C) \tag{12}$$

$$m(\Phi)=m_1(\Phi)m_2(\Phi) \tag{13}$$

$$m(\Phi)=1 \quad \text{当且仅当}\ K=1 \tag{14}$$

GCR由公式（11）-（14）组成，有如下特性：

(1) 如果 $m(\Phi)=0$，则GCR就退化为Dempster组合规则；

(2) 公式（13）设定两个GBPA的空集组合是将他们的GBPA相乘；

(3) 公式（11）有归一化过程，其本质是将公式（13）得到的空集 Φ 的GBPA扣除后进行重新分配，分配因子为 $1/(1-K)$，也就是将相交不为空集的命题的GBPA对应相乘并累加之后放大 $1/(1-K)$ 倍。

(4) 由于有 $\Phi_1 \cap \Phi_2 = \Phi$，公式（12）定义的系数 K 在由公式（10）定义的经典证据理论冲突系数 K 之上再叠加了公式（13）得到的GBPA。

关于GCR的具体使用方法可以参考第4节的算例。

3　GET的讨论

3.1　GET的一些性质

GET具有下列一些性质：

性质1　当 $m(\Phi)=0$ 时，GBPA就退化为BPA。更一般地，如果GBPA只在单子集上进行分配时，GBPA就退化为概率论中的概率。

性质2　对组合规则而言，如果 $m(\Phi)=0$，则GCR就退化为经典证据理论中的Dempster组合规则。更一般地，如果GBPA只在单子集上进行分配时，GCR融合结果与概率论中的贝叶斯公式结果相同。

性质3　GCR即满足交换律又满足结合律。这一特点使得基于GCR的融合结果与数据的组合次序无关。

限于篇幅，本文略去以上性质的证明。

3.2 关于 $m(\Phi)$ 及冲突相关问题

在经典证据理论里面，$m(\Phi)$ 是限定为0的，这个意义上来说，空集在任何时候都是一个没有支持的命题，因此经典证据理论中的 $m(\Phi)$ 在实际应用中没有具体物理意义。

第一次对 $m(\Phi)$ 进行关注并赋值的是Semts的TBM[18]。在TBM中，如果证据冲突过大，则将冲突的BPA分配给空集。TBM模型为了以示与经典证据理论区别，使用基本信度指派（Basic Belief Assignment, BBA）代替BPA，但是BBA本质上与BPA一样，都只在不包含空集的命题上进行分配，也就是 $m(\Phi)=0$ 这个限制仍然予以保留。这在逻辑上是有问题的：既然是处理开放世界的问题，为什么不在BBA生成阶段就给 $m(\Phi)$ 赋值？此外，TBM在冲突处理时的策略也比较简单。Yager曾提出在冲突高度处理时将冲突赋给全集，他的这种冲突分配方式在后续研究中受到备受争议[20]。相类似地，TBM只是简单将冲突赋给空集，同样没有提出一些有意义的信息，无法满足智能系统各种复杂情况。

在我们所提出的GET中，在生成GBPA阶段，就允许 $m(\Phi)\neq 0$，其物理意义也比较容易理解：那就是系统有可能存在辨识框架中命题以外的其他命题或是假设。$m(\Phi)$ 的大小直观反映了系统是开放世界的可能性。如果说经典证据理论的幂集是对概率基本事件空间进行推广，使得证据理论能够比概率论更有效地表示和处理不确定信息的话，那本文所提出的GET则进一步推广了经典证据理论的幂集空间，可以在开放世界的思路下表示和处理不确定性信息。

关于证据之间冲突的研究一直是证据理论的热点。总的来说，对冲突信息的处理主要有两个思路，第一种思路是对经典DS证据理论的组合规则进行修改以适应高冲突的环境下，以Lefevre为代表[21]。第二种思路是保持经典证据理论的组合规则，而在融合前对冲突数据进行预处理，这一思路以Haenni为代表[22]。随着Liu在权威杂志Artificial Intelligence上发表的论文提出了一种新的冲突表示方法，这一工作强烈冲击了为该方向的研究[23]：这么多研究都集中在提供新的组合规则或是建立新的数学模型来消解冲突，却不知道冲突的表示本身就有问题！Liu的另外一个贡献在于提出Dempster组合规则的使用是有条件的，比如只有经典系数和pignistic概率距离都比较小的时候，才推荐使用Dempster组合规则。在有些情况下谨慎使用Dempster组合规则，在有些情况下不建议使用Demspter组合规则。

推荐使用、谨慎使用和不建议使用的思路对工程上是有意义的，但是这个工作显然不够充分：为什么某些情况就可以使用Dempster组合规则，而某些情况就不能使用？Liu并未给出答案。我们认为Liu工作的不足在于：只是发现了经典冲突系数不能表示证据之间的冲突程度，引入新参数虽然能够部分改进，但并未从导致冲突的原因本身来进行分析，没有考虑辨识框架不完整的情况，只是为改进冲突表示的不足而提出改进方法，这种缺陷必然导致其冲突表示模型的不足，也使得所给出的Dempster规则使用建议的物理意义不明显。GET提出 $m(\Phi)$ 也作为表征证据之间冲突程度的参数之一，通过区分辨识框架不完整和和传感器数据不可靠两种情况，可以明确给出Dempster组合规则使用范围。

物理学从牛顿力学到相对论的产生，光的波粒二象性认识等等都经过了反复曲折螺旋上升的过程。牛顿力学只适用于宏观低速的环境中，而不能有效处理微观高速的物理问题。牛顿力学本身没有错，既然是理论，就一定有其适用范围。从这个角度来看，Lefevre等人一有冲突就修改规则的方法固然不可取，Hainne固执认为Dempster规则就是好的态度也有问题（比如辨识框架中的目标为{a,b,c}，而真实目标是d，在这种情况下使用Dempster规则无论证据之间是否有冲突也是无用的）。具体到冲突证据处理这个研究，GET的核心思想是：是否使用Dempster组合规则是要区分是系统是在封闭世界还是在开放世界中。如果在封闭世界中，则使用使用Dempster组合规则，该规则是封闭世界中一个非常有效的组合规则。当证据之间冲突较小时可以直接使用Dempster组合规则，当证据之间冲突较大时可以调整数据模型之后再使用Dempster组合规则。如果是在开放世界中，不建议使用Dempster组合规则，而使用我们提出的广义组合规则。那么如何判断系统是处于开放世界还是封闭世界了？后续的论文表明：将 $m(\Phi)$ 与其它冲突系数相结合可以构成一个有效的判距。直观上看，如果 $m(\Phi)$ 值大，则表明系统处于开放世界，辨识框架中的命题并未穷尽可能的状态。如果 $m(\Phi)$ 值小，则表明系统处于封闭世界。

4　算例

本节给出几个算例来说明GET的应用，并结合算例进行一些分析和讨论。

例3　辨识框架为 $\Omega=(a,b,c)$，两组GBPA如下：

$m_1(a)=0.8$； $m_1(a,b)=0.2$

$m_2(a)=0.5$； $m_2(b)=0.3$； $m_2(\Theta)=0.2$

计算过程如下，首先

$$m(\Phi)=m_1(\Phi)m_2(\Phi)=0\times 0=0$$

之后，计算 K 如下：

$$K=m_1(a)m_2(b)=0.8\times 0.3=0.24$$

组合后的焦元为：

$$m(a)=\frac{1-m(\Phi)}{1-K}\times$$
$$\left(m_1(a)(m_2(a)+m_2(\Theta))+m_2(a)m_1(a,b)\right)$$
$$=\frac{(1-0)\times\left(0.8\times(0.5+0.2)+0.5\times 0.2\right)}{1-0.24}$$
$$=0.868$$

$$m(b)=\frac{(1-m(\Phi))m_1(a,b)m_2(b)}{1-K}$$
$$=\frac{(1-0)\times 0.2\times 0.3}{1-0.24}$$
$$=0.079$$

$$m(a,b)$$
$$=\frac{(1-m(\Phi))m_1(a,b)m_2(\Theta)}{1-K}$$
$$=\frac{(1-0)\times 0.2\times 0.2}{1-0.24}$$
$$=0.053$$

$$m(\Theta)=0$$

例3中 $m(\Phi)=0$，GET的计算结果与经典证据理论的结果相同。

例4　辨识框架为 $\Omega=(a,b,c)$,两组GBPA如下：

$m_1(a)=0.1$； $m_1(b)=0.2$； $m_1(\Phi)=0.7$

$m_2(a)=0.1$；$m_2(b,c)=0.1$；$m_2(\Phi)=0.8$

首先计算广义证据理论中的冲突系数K：

$$K=m_1(a)\left(m_2(b,c)+m_2(\Phi)\right)$$
$$+m_1(b)\left(m_2(a)+m_2(\Phi)\right)$$
$$+m_1(\Phi)\left(m_2(a)+m_2(b,c)+m_2(\Phi)\right)$$
$$=0.1\times(0.1+0.8)+0.2\times(0.1+0.8)$$
$$+0.7\times(0.1+0.1+0.8)$$
$$=0.97$$

$$m(\Phi)=m_1(\Phi)m_2(\Phi)$$
$$=0.7\times 0.8=0.56$$

则有$1-m(\Phi)=0.44$，分别计算焦元的GBPA如下：

$$m(a)=\frac{(1-m(\Phi))m_1(a)m_2(a)}{1-K}$$
$$=\frac{(1-0.56)\times 0.1\times 0.1}{1-0.97}$$
$$=0.147$$

$$m(b)=\frac{(1-m(\Phi))m_1(b)m_2(b,c)}{1-K}$$
$$=\frac{(1-0.56)\times 0.2\times 0.1}{1-0.97}$$
$$=0.293$$

$$m(c)=0$$

最后的结果整理如下：

$m(a)=0.147$； $m(b)=0.293$;

$m(c)=0$；　　$m(\Phi)=0.56$

例4是 $m(\Phi)\neq 0$ 的两种GBPA进行融合，从计算过程可以看到，在首先确定 $m(\Phi)=0.56$ 时，由组合公式（11）和（12）将1-0.56=0.44分配给了辨识框架中的命题。由于两个证据都不支持单子集命题 c，结果GCR融合后 $m(c)=0$。由于公式（11）中有归一化过程，所以两条证据都有一定支持的命题 a 和 b 融合后支持程度略有增强，这是因为GCR本质上是将 $m(\Phi)$ 的数值扣除后再分配，这个分配过程其实就是Dempster组合规则的过程，而Dempster规则具有“聚焦”的功能，也就是尽可能保证单子集上进行分配。$m(\Phi)$ 组合后数值有所下降，通过研究和仿真，我们认为这并不会影响GET的应用，相反，在后续的实验中我们发现这是GCR的优势之一。首先，在设计融合系统时，一般都尽可能保证其是封闭世界问题。其次，一旦是开放世界，在我们后续的GBPA生成的论文里面将会提出一种强限制的GBPA生成方式，如果使用强限制的GBPA生

成，在辨识框架不完整时，$m(\Phi)=1$通常都会很大，比较接近于1，也就是提示系统辨识框架不完整。通常情况下，在传感器报告高度冲突时，刚开始无法确知是何种理由导致，我们的策略是都先默认系统现在处于辨识框架不完整情况生成GBPA，之后使用GCR融合。如果真实的环境确实是系统处于封闭世界，也就是辨识框架是完整的，则融合后$m(\Phi)$的数值会显著降低，系统平均的$m(\Phi)$比较小；而如果真实的环境确实是系统处于开放世界，也就是辨识框架是不完整的，则融合后$m(\Phi)$的数值会趋于1，系统平均的$m(\Phi)$比较大。这种特性可以在信息融合的过程中提示系统辨识框架是否完整。

下面给出两个用我们后续论文中使用强约束方法生成的GBAP。

例5 辨识框架为$\Omega=(a,b,c)$,两组GBPA如下：

$m_1(a)=0.3$； $m_1(\Phi)=0.7$

$m_2(b)=0.2$；$m_2(\Phi)=0.8$

计算结果如下：

$$K=m_1(a)\big(m_2(b)+m_2(\Phi)\big)$$
$$+m_1(\Phi)\big(m_2(b)+m_2(\Phi)\big)$$
$$=0.3\times(0.2+0.8)+0.7\times(0.2+0.8)$$
$$=1$$
$$m(\Phi)=1$$

例5的结果表明，在分配给$m(\Phi)=0.56$之后，余下的0.44再分配给辨识框架中其它命题，但是由于其它命题互不支持，一个支持类别a，一个支持类别b，所以无法分配，最终又将0.44重新分配给空集Φ。我们认为这是合理的，当证据冲突很大，且互不支持时，应该考虑是否辨识框架不完整。

例6 辨识框架为$\Omega=(a,b,c)$,两组GBPA如下：

$m_1(a)=0.3$； $m_1(b)=0.7$

$m_2(\Phi)=1$

计算结果如下：

$$m(\Phi)=1$$

例6表明$m(\Phi)$类似于数字0，任何一个数和0相乘都是0。如果一个传感器生成的GBPA是$m(\Phi)=1$，则该传感器强烈支持系统的辨识框架不完整。

例7 辨识框架为$\Omega=(a,b,c)$,两组GBPA如下：

$m_1(a)=1$； $m_2(b)=1$

计算结果如下：

$$m(\Phi)=1 \quad m(a)=m(b)=1$$

例7表明当两个传感器报告完全冲突时，系统认为辨识框架不完整的程度最高。应该说明：经典的Dempster组合规则在这种情况下完全不能使用。

5 结论

在分析现有证据理论的一些主要问题基础之上，本文提出了广义证据理论GET。GET出发点立足于融合系统所处的环境是一个开放世界。舍弃$m(\Phi)$等于0的限制，提出了广义基本概率赋值GBPA，并提出了广义合成公式GCR实现两个GBPA的融合。

当系统处于封闭世界，也就是$m(\Phi)=0$满足时，GET就退化为经典的证据理论，从这个角度来看，GET是经典证据理论简单而直观的推广。GET是面向开放世界的，在未来有着广阔的应用前景。

参 考 文 献

[1] 韩崇昭，朱洪艳，段战胜．多源信息融合[M]．北京：清华大学出版社, 2006.

[2] 王润生，信息融合[M]．北京：科学出版社, 2007.

[3] 何友，王国宏，陆大金等．多传感器信息融合及应用[M]．北京：电子工业出版社, 2000.

[4] Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence[M]. NJ：Princeton University Press, 1976.

[5] Goodman I R, Mahler R P S, and Nguyen H T. Mathematics of Data Fusion[M]. Kluwer Academic Publishers, 1997.

[6] Mahler R. Representing rules as random sets I：statistical correlations between rules[J]. Information Sciences, 1996, 88(22): 47-68.

[7] Mahler R. Representing rules as random sets II：iterated rules[J]. International Journal of Intelligent Systems, 1996, 87(11): 538-610.

[8] Mahler R. Combining ambiguous evidence with respect to ambiguous a priori knowledge. I. Boolean logic[J]. IEEE Transactions on Systems，Man and Cybernetics,

Part A：Systems and Humans, 1996, 26(1): 27-41.

[9] Fixsen D, Mahler R. Modified Dempster-Shafer approach to classification[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A：Systems and Humans, 1997, 27(1): 96-104.

[10] Tang Y C, Zheng H C. Generalized Jeffrey's rule of conditioning and evidence combining rule for a prior probabilistic knowledge in conditional evidence theory[J]. Information Sciences, 2006, 176(11): 1590-1606.

[11] Mahler R. Combining ambiguous evidence with respect to ambiguous a priori knowledge. II. fuzzy logic[J], Fuzzy Sets and Systems, 1995, 75(3): 319-354.

[12] 李德毅. 杜鹢. 不确定性人工智能[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.

[13] Binaghi Elisabetta, Gallo Ignazio, Madella Paolo. Neural model for fuzzy Dempster-Shafer classifiers[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2000, 25(2): 89-121.

[14] Sevastianov Pavel. Numerical methods for interval and fuzzy number comparison based on the probabilistic approach and Dempster-Shafer theory[J]. Information Sciences, 2007, 177(21): 4645-4661.

[15] 邓勇, 朱振福, 钟山. 基于证据理论的模糊信息融合及其在目标识别中的应用[J]. 航空学报, 2005, 26(6): 754-758.

[16] Voorbraak Frans, Computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory[J]，International Journal of Man-Machine Studies, 1989, 30(5): 525-536.

[17] Haenni Rolf, Lehmann Norbert. Resource bounded and anytime approximation of belief function computations[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2002, 31(1-2): 103-154.

[18] Smets P, Kennes R. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994, 66(3): 191-243.

[19] Smarandache F, Dezert J. Applications and Advances of DSmT for Information Fusion[M]. Rehoboth: America Research Press, 2004.

[20] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules. Information Science[J]. 1989, 41(2): 93-137.

[21] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P. Belief function combination and conflict management. Information Fusion, 2002, 3(3) : 149-162.

[22] Haenni Rolf. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternatives?: Comments on “About the belief function combination and the conflict management problem”—Lefevre et al. Information Fusion, 2002,3(4): 237-239.

[23] Liu W R. Analyzing the degree of conflict among belief functions[J]. Artificial Intelligence, 2006, 170(11): 909-924.

作者简介：

邓勇（1975－）　男，博士（后），教授，博士生导师。上海交通大学晨星奖励计划SMC优秀学者，入选教育部新世纪优秀人才支持计划和上海市青年科技启明星计划。主要研究方向：信息融合、智能信息处理。

Tel: 021-34204492 13916297024

E-mail: dengyong@sjtu.edu.cn

doctordengyong@yahoo.com.cn

蒋雯（1974－）　女，博士，副教授，硕士生导师。主要研究方向：信息融合。

E-mail: jiangwen@nwpu.edu.cn

韩德强（1980－）　男，博士，讲师。主要研究方向：信息融合、模式识别、图像处理。

E-mail: dehan@mail1.xjtu.edu.cn