$$= \sum_{\cap A_i \neq \phi} \prod_{1 \le i \le n} m_i(A_i)$$

$k^{-1}=0$，则m_i之间是矛盾的。

例如，设Ω={鸡，鸭}，且从不同知识源得知的概率分配函数分别为

m_1({ }，{鸡}，{鸭}，{鸡，鸭})=(0，0.4，0.5，0.1)

m_2({ }，{鸡}，{鸭}，{鸡，鸭})=(0，0.6，0.2，0.2)

正交和$m=m_1 \oplus m_2$。

$k^{-1}=1-K$

先求k^{-1}：

$$k^{-1}=\sum_{X \cap Y \neq \phi} m_1(x) \cdot m_2(y)$$

$$\begin{aligned}
&= m_1(\{鸡\}) \cdot m_2(\{鸡\}) + m_1(\{鸡\}) \cdot m_2(\{鸡，鸭\}) \\
&\quad + m_1(\{鸭\}) \cdot m_2(\{鸭\}) + m_1(\{鸭\}) \cdot m_2(\{鸡，鸭\}) \\
&\quad + m_1(\{鸡，鸭\}) \cdot m_2(\{鸡\}) + m_1(\{鸡，鸭\}) \cdot m_2(\{鸭\}) \\
&\quad + m_1(\{鸡，鸭\}) \cdot m_2(\{鸡，鸭\}) \\
&= 0.4\times0.6+0.4\times0.2+0.5\times0.2+0.5\times0.2 \\
&\quad +0.1\times0.6+0.1\times0.2+0.1\times0.2 \\
&= 0.62
\end{aligned}$$

$1-0.62=0.38$

再求$m(A)=k\sum_{X \cap Y = A} m_1(x) \cdot m_2(y)$

$$\begin{aligned}
m(\{鸡\}) &= \frac{1}{0.62}[m_1(\{鸡\}) \cdot m_2(\{鸡\}) \\
&\quad + m_1(\{鸡，鸭\}) \cdot m_2(\{鸡\}) \\
&\quad + m_1(\{鸡\}) \cdot m_2(\{鸡，鸭\})] \\
&= \frac{1}{0.62}[0.4\times0.6+0.1\times0.6+0.4\times0.2]=0.61
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m(\{鸭\}) &= \frac{1}{0.62}[m_1(\{鸭\}) \cdot m_2(\{鸭\}) \\
&\quad + m_1(\{鸡，鸭\}) \cdot m_2(\{鸭\}) \\
&\quad + m_1(\{鸭\}) \cdot m_2(\{鸡，鸭\})] \\
&= \frac{1}{0.62}[0.5\times0.2+0.1\times0.2+0.5\times0.2]=0.36
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m(\{鸡，鸭\}) &= \frac{1}{0.62} \cdot m_1(\{鸡，鸭\}) \cdot m_2(\{鸡，鸭\}) \\
&= \frac{1}{0.62}\times(0.1\times0.2)=0.03
\end{aligned}$$

所以

m({ }，{鸡}，{鸭}，{鸡，鸭})=(0，0.61，0.36，0.03)

3．基本算法

上面给出了证据理论的公理系统。随着基本概率分配函数定义的不同，会产生不同的算法。下面介绍一个算法。

(1) 知识表示　设某个领域的辨别框为$\Omega=\{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$，命题A、B、…是Ω的子集，推理规则为

if　E　then　H，CF

其中E、H为命题的逻辑组合，CF可信度因子。

命题和可信度因子可表示为

$$A=\{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$$

$$CF=\{c_1, c_2, \cdots, c_k\}$$

其中c_i用来描述a_i的可信度，$i=1, 2, \cdots k$。

对任何命题A，A的可信度CF应满足：

a)　$c_i \geq 0$，$1 \leq i \leq k$

b)　$\sum_{1 \leq i \leq k} c_i \leq 1$

(2) 证据描述　设m为2^Ω上定义的基本概率分配函数，在下面描述的算法中，应满足如下条件：

a)　$m(\{S_i\}) \geq 0$　对$S_i \in \Omega$

b)　$\sum_{1 \leq i \leq n} m(\{S_i\}) \leq 1$

c)　$m(\Omega)=1-\sum_{1 \leq i \leq n} m(\{S_i\})$

d)　$m(A)=0$，对$A \subset \Omega$，且$|A|>1$或$|A|=0$

其中|A|表示命题A的元素个数。注意，条件d要求在集合A的元素个数不为1，且又不包括全体元素时，m(A)=0。例如Ω={红，黄，白}时下面的基本概率分配函数：

m({红}，{黄}，{白}，{红、黄，白}，{ })

=(0.6，0.2，0.1，0.1，0)

其中m({红，黄})=m{红，白})=m({黄，白})=0。

下面来看满足上述条件的基本概率分配函数的正交和及信任函数和似然函数的定义。

定义6：设m_1和m_2为2^Ω上的2个基本概率分配函数，它们的正交和为

$$\begin{aligned}
m(\{S_i\}) &= \frac{1}{k} \cdot [m_1(\{S_i\}) \cdot m_2(\{S_i\}) + m_1(\{S_i\}) \cdot m_2(\Omega) \\
&\quad + m_1(\Omega) \cdot m_2(\{S_i\})]
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
k &= m_1(\Omega) \cdot m_2(\Omega) + \sum_{1 \leq i \leq n}[m_1(S_i) \cdot m_2(\{S_i\}) \\
&\quad + m_1(\{S_i\}) \cdot m_2(\Omega) + m_1(\Omega) \cdot m_2(\{S_i\})]
\end{aligned}$$

若k=0，则m_1和m_2之间是矛盾的。

定义7：对任何命题$A \subseteq \Omega$，其信任函数为

$$Bel(A)=\sum_{A \supseteq B} m(B)=\sum_{a \in A} m(\{a\}) \qquad \forall A \subset \Omega$$

$$Bel(\Omega)=\sum_{B \subseteq \Omega} m(B)=\sum_{a \in \Omega} m(\{a\})+m(\Omega)=1$$

定义8：对任何命题$A \subseteq \Omega$，其似然函数为

$$Pl(A)=1-bel(\overline{A})=1-\sum_{a \in \overline{A}} m(\{a\}) \qquad A \subset \Omega$$

$$=1-[\sum_{a \in \Omega} m(\{a\})-\sum_{b \in A} m(\{b\})]$$