

$$= 1 - [1 - m(\Omega) - \text{Bel}(A)]$$

$$= m(\Omega) + \text{Bel}(A)$$

根据以上定义, 可以看出命题的信任函数和似然函数之间满足下列关系:

- $\text{Pl}(A) \geq \text{Bel}(A)$
- $\text{Pl}(A) - \text{Bel}(A) = m(\Omega)$

可以根据命题的信任函数和似然函数, 以及命题中的元素个数, 定义命题的类概率函数, 并作为命题的确定性度量。

定义9: 设 Ω 为有限域, 对任何命题 $A \subseteq \Omega$, 命题A的类概率函数为

$$f(A) = \text{Bel}(A) + \frac{|A|}{|\Omega|} \cdot [\text{Pl}(A) - \text{Bel}(A)]$$

容易证明, 类概率函数具有如下性质:

- a) $\sum_{A \subseteq \Omega} f(\{a\}) = 1$
- b) $\text{Bel}(A) \leq f(A) \leq \text{Pl}(A) \quad \forall A \subseteq \Omega$
- c) $f(\bar{A}) = 1 - f(A) \quad \forall A \subseteq \Omega$

根据以上性质, 可以得到以下推论:

- a) $f(\phi) = 0$
- b) $f(\Omega) = 1$
- c) $0 \leq f(A) \leq 1 \quad \forall A \subseteq \Omega$

可以看出, 类概率函数与概率函数具有非常相似的性质。

(3) 不精确推理模型 我们将所有输入的已知数据, 条件部分和假设部分的命题都称作证据。下面分别确定规则的条件部分和结论部分命题的确定性。

定义10: 令A是规则条件部分的命题, 在证据E'的条件下, 命题A与证据E'的匹配程度为

$$\text{MD}(A, E') = \begin{cases} 1 & \text{如果A的所有元素都出现在E'中} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

定义11: 规则条件部分命题A的确定性为

$$\text{CER}(A) = \text{MD}(A, E') \cdot f(A)$$

由于 $f(A) \in [0, 1]$, 所以有 $\text{CER}(A) \in [0, 1]$ 。

下面看规则的条件部分为命题的逻辑组合时, 整个条件部分的确定性。

若 $A = A_1 \text{ AND } A_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } A_n$, 则

$$\begin{aligned} \text{CER}(A) &= \text{CER}(A_1 \text{ AND } A_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } A_n) \\ &= \min\{\text{CER}(A_1), \text{CER}(A_2), \dots, \text{CER}(A_n)\} \end{aligned}$$

若 $A = A_1 \text{ OR } A_2 \text{ OR } \dots \text{ OR } A_n$, 则

$$\begin{aligned} \text{CER}(A) &= \text{CER}(A_1 \text{ OR } A_2 \text{ OR } \dots \text{ OR } A_n) \\ &= \max\{\text{CER}(A_1), \text{CER}(A_2), \dots, \text{CER}(A_n)\} \end{aligned}$$

下面考虑规则结论部分的命题的确定性。如果有规则 if E then $H = \{h_1, h_2, \dots, h_k\}$, $\text{CF} = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$, 且 $\Omega = \{h_1, h_2, \dots, h_k\}$, 则 Ω 上的基本概率分配函数为

$$m(\{h_1\}, \{h_2\}, \dots, \{h_k\})$$

$$= \{\text{CER}(E) \cdot c_1, \text{CER}(E) \cdot c_2, \dots, \text{CER}(E) \cdot c_k\}$$

$$m(\Omega) = 1 - \sum_{1 \leq i \leq k} [\text{CER}(E) \cdot c_i]$$

根据上述基本概率分配函数m就可以求出结论部分命题的信任函数、似然函数, 进而可求出类概率函数和确定性。

如果有n条规则支持同一命题时, 总的基本概率分配函数m为各规则结论得到的基本概率分配函数的正交和:

$$m = m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n$$

4. 举例

设有如下推理规则:

- rule1: if E_1 and E_2 then $A = \{a_1, a_2\}$, $\text{CF} = \{0.3, 0.5\}$
- rule2: if E_3 and (E_4 or E_5) then $N = \{n_1\}$, $\text{CF} = \{0.7\}$
- rule3: if A then $H = \{h_1, h_2, h_3\}$, $\text{CF} = \{0.1, 0.5, 0.3\}$
- rule4: if N then $H = \{h_1, h_2, h_3\}$, $\text{CF} = \{0.4, 0.2, 0.1\}$

根据上述规则得到的推理网络如图6.12所示。用户给出的初始证据的确定性为: $\text{CER}(E_1) = 0.8$, $\text{CER}(E_2) = 0.6$, $\text{CER}(E_3) = 0.9$, $\text{CER}(E_4) = 0.5$, $\text{CER}(E_5) = 0.7$ 。现在要求假设H的确定性(假定 $|\Omega| = 20$)。

求解步骤如下:

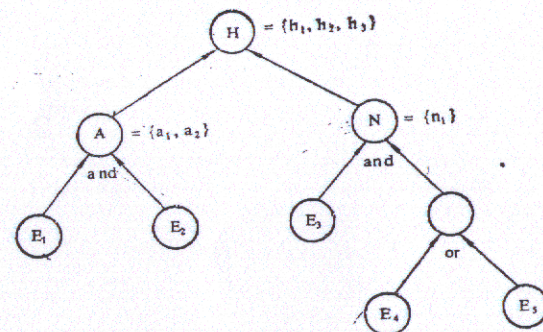


图6.12 例子中的推理网络

(1) 求 $\text{CER}(A)$

规则 rule 1 条件部分的确定性为

$$\text{CER}(E) = \text{CER}(E_1 \text{ AND } E_2) = \min\{0.8, 0.6\} = 0.6$$

因此有

$$m(\{a_1\}, \{a_2\}) = \{0.6 \times 0.3, 0.6 \times 0.5\} = \{0.18, 0.3\}$$

再根据m求 $\text{Bel}(A)$ 、 $\text{Pl}(A)$ 、 $f(A)$ 及 $\text{CER}(A)$:

$$\text{Bel}(A) = m(\{a_1\}) + m(\{a_2\}) = 0.18 + 0.3 = 0.48$$

$$\text{Pl}(A) - \text{Bel}(A) = m(\Omega) = 1 - (0.18 + 0.3) = 0.52$$

$$f(A) = \text{Bel}(A) + \frac{|A|}{|\Omega|} [\text{Pl}(A) - \text{Bel}(A)]$$