

D-S 证据理论合成规则及冲突问题

李文立¹, 郭凯红^{1,2}

(1. 大连理工大学 系统工程研究所, 大连 116023; 2. 辽宁大学 信息学院, 沈阳 110036)

摘 要 系统研究了近年来关于 D-S 证据理论合成规则的相关成果, 提出一种新的基于证据可信度的合成方法, 并就解决证据合成悖论的有关问题做了必要讨论. 鉴于 Dempster 规则处理冲突的不足及修正原始证据模型方法的可靠性, 决定在分配冲突的同时应对证据模型进行修正, 实现两者紧密结合, 在对一致性证据的“与”运算合成问题上, 以及证据冲突在各合成命题的比例分配问题上, 均有效利用了各证据的可信度等全局信息. 实验结果表明: 该方法在证据一致和高度冲突的情况下均表现出良好的适应性, 具有较快的收敛速度和高可靠性, 明显优于同类其他合成方法, 可应用于多源信息融合、模式识别、不确定信息决策等领域.

关键词 D-S 证据理论; 组合规则; 冲突; 决策

Combination rules of D-S evidence theory and conflict problem

LI Wen-li¹, GUO Kai-hong^{1,2}

(1. Institute of Systems Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China;
2. College of Information, Liaoning University, Shenyang 110036, China)

Abstract Recent achievements concerning combination rule of D-S evidence theory were studied in systematic way, and a new combination method based on reliability of evidence was proposed, followed by a discussion on some solutions for absurdities of combination rule. In view of the deficiency of conflict-handling by Dempster's rule as well as the reliability of modification method for primitive evidence model, we determined to distribute conflict and simultaneously modify evidence model to make the both closely combined. As for the conjunctive operation on consistent evidences and distribution proportion of conflict to the propositions combined, the global information such as reliability of each evidence was thoroughly taken into account and effectively employed. Experimental results show that the presented approach, with high convergent speed and reliability, has good adaptability to the evidences in accord or with high conflict, and significantly outperforms other combination methods of a similar kind. The approach proposed can be used in the field of multi-source information fusion, pattern recognition, and decision making under uncertain information.

Keywords Dempster-Shafer evidence theory; combination rule; conflict; decision making

1 引言

D-S 证据理论^[1-3]源于 20 世纪 60 年代 Dempster^[1]在多值映射方面的工作, 从本质上讲, 属于人工智能的范畴. 它由于具有处理不确定性的能力以及在工程上表现出来的实用性能, 近年来在不确定推理^[4]、多传感器信息融合^[5-6]、模式识别^[7]、不确定信息决策^[8-10]等领域得到了广泛的应用.

在 D-S 证据理论中, 信任更新是通过 Dempster 合成规则实现的^[11]. 合成规则是 D-S 证据理论的核心基石之一, 尽管其形式比较简单, 适合机器实现, 但合成的标准化过程可能会导致推理结果出现悖论^[12-13].

收稿日期: 2009-05-01
资助项目: 国家自然科学基金 (70972058); 国家自然科学基金重大项目 (70890080, 70890083)
作者简介: 李文立 (1969-), 男, 河南平顶山人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 电子商务与信息管理, 决策理论与应用; 郭凯红 (1973-), 男, 河南镇平人, 博士研究生, 研究方向: 信息管理, 不确定信息决策, E-mail: guokh@126.com.

自从 Zadeh^[12] 发现这个问题以来, 冲突证据合成一直是 D-S 证据理论所关注的重要问题之一, 国内外学者对此做了大量的研究工作, 先后提出多种证据合成方法^[14-41], 但迄今尚未有统一的解决方案被广泛接受。

文章对近年来国内外关于 D-S 证据理论合成规则的相关成果做了系统研究, 在文献 [16, 24, 34, 39-40, 43-44] 的基础上, 提出了一种新的证据合成方法, 并进一步讨论了证据合成悖论的有关问题。实验结果表明: 该方法在证据一致和高度冲突的情况下均表现出良好的适应性, 具有较快的收敛速度和高可靠性, 明显优于同类其他合成方法。

文章首先概述了证据冲突问题, 然后论述了国内外关于 D-S 证据理论合成规则的研究进展; 在此基础上, 提出了一种新的基于证据可信度的合成方法, 并通过仿真实验将该方法与其他合成方法进行对比分析以证明所提方法的可行性及优良性; 最后就解决证据合成悖论的有关问题做了必要讨论。

2 证据冲突及国内外相关研究

2.1 冲突问题

设 m_1, m_2 为同一识别框架 θ 下的两个证据, 则 Dempster 合成公式为:

$$m(A) = \begin{cases} 0, & A = \phi \\ \frac{1}{1-K} \sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j), & A \neq \phi \end{cases} \tag{1}$$

其中, $A, A_i, B_j \in 2^\theta, K = \sum_{A_i \cap B_j = \phi} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 为证据 m_1, m_2 的冲突程度。

式 (1) 中, 当 $K = 1$ 时, 表示两个证据完全冲突, 无法用该式进行合成; 当 $K \rightarrow 1$ 时, 表示两个证据高度冲突, 这时利用该式合成证据可能会导致与实际常理相悖的结果。Zadeh^[12] 最早提出了这个问题, 指出了归一化因子的弊端。张所地等^[13] 针对 Dempster 合成规则构造出了三条悖论, 为该规则的应用划出了一些禁区。事实上, 产生上述问题的关键在于合成规则对证据冲突的处理不当。冲突问题是指在证据合成时, 对交集为空的两个焦元的基本概率分配的处理方法。Dempster 规则为了保持基本概率分配函数的归一性, 完全舍弃了每个冲突, 基于没有任何矛盾的那部分信息构造置信结构。这是一种相当冒险的做法。张山鹰等^[14] 指出, 非归一化的推理具有良好的性质, 它可用信息论的方法合理地说明证据的组合, 能使证据的信息量增加。Lefevre et al.^[15] 认为, 冲突也是一种信息, 冲突信息的完全遗弃必然造成信息的损失, 而把冲突信息提取分析后加入组合规则, 则可得新的组合规则。这也是研究由证据冲突改进合成规则的原因之一。Smets^[16] 则剖析了证据合成的本质 (合取与析取, 修改与更新, 静态与动态数据融合), 重新检验并比较了基于概率模型的 Dempster 模型和基于非概率模型的转移信任模型 (Transferable belief model, TBM), 分析各自归一化及合取运算的适用范围, 指出 TBM 中冲突的存在并不是真正的问题, 并通过比较消除冲突的不同方法, 进一步明确信任函数中冲突证据合成的若干基本问题。

为了有效地管理证据冲突, 有必要分析冲突的来源。郭华伟等^[17] 认为, 引起冲突的原因是多方面的, 主要有: ①识别框架不完备。对于这种情况, 已经超出有改进的证据合成方法的范畴, 冲突的再分配已经不是关键问题, 要考虑拒绝某些待考虑的元素或者接受新元素。事实上, Smets^[16] 的合取规则就是处理这种情况的办法之一。②证据源的检测和识别能力有限。这体现在证据源各自给出的 BPA 值上。③证据源不可靠。Dempster 合成规则假定所有参与合成的证据具有相同的重要程度, 在证据组合时没有考虑证据的可信度信息。事实上, 不同的证据源 (如传感器、领域专家) 具有不同的可信度, 还存在环境变和时变效应, 传感器之间以及同一传感器在不同环境、阶段下的可靠性都是不同的。

综上, 冲突分配的依据应为命题的 BPA 值和证据的可信度。目前, 越来越多的融合系统开始考虑证据的可信度问题, 尽可能降低可信度低的证据源对融合结果的影响, 使系统具有一定的容错能力, 降低决策风险。

2.2 证据合成方法综述

总结近年来国内外关于 D-S 证据理论合成规则的研究, 可以概括为两大类: 一是基于修改 Dempster 合成规则的方法^[17-29], 主要解决如何将冲突重新分配和管理的问题; 二是基于修改原始证据源的方法^[30-41], 即首先对冲突证据进行预处理, 然后再用 Dempster 规则合成证据。

基于修改 Dempster 规则的方法又分为证据可靠和不可靠两种情况, 但都是考虑如何对证据间的冲突进行分配, 包括冲突分配到识别框架募集的哪些命题元素以及冲突在各元素上分配的比例问题。Yager^[18] 认为所有冲突均不能提供有用信息, 因此把证据冲突全部赋给未知项 $m(\theta)$ 。该方法将证据间的冲突全部否定, 过

于保守,而且会使合成后证据的不确定性增大,不符合证据推理的目的。Smets^[19]认为证据可靠,证据间产生冲突的主要原因是由识别框架不完备造成的,即存在着未知元素,并且还将空集视为由未知元素构成的,将所有的冲突赋给空集 $m(\phi)$,但这样就改变了 D-S 证据理论的封闭性,从而带来其他问题。孙全等^[20]假定证据具有同样的可信度,认为即使证据间存在着冲突,也是部分可用的,通过计算证据中两两冲突的平均值定义证据集的有效性系数,将总冲突 K 按一定比例分配给各个合成命题。邓勇等^[21]、蒲书绪等^[22]进一步改进了上述方法,以证据不可靠为前提,引入证据距离定义各证据的可信度,二者不同之处在于对证据集有效性系数的获取方式,前者通过证据的可信度对各局部冲突线性加权获得,而后者稍微复杂些,先对两两证据的支持度代数平均并与证据间的相对可信度线性加权,得到局部冲突的可信度,再与各局部冲突线性加权。这三种方法在本质上是一样的,由于考虑了证据具有不同的可信度,后两种方法的组合结果要比第一种方法好些。李弼程等^[23]则认为上述方法有一定的主观因素,公式物理含义不明显,因而提出把证据冲突按各个命题的平均支持程度加权进行分配的方法。该方法模型在形式上比较简洁,虽然未考虑证据的可信度问题,但合成结果的收敛速度和精度较前几种方法已大有提高。梁旭荣等^[24]则考虑了证据的可信度问题,并以此来修正原始证据模型,进一步改进李弼程等人方法,得到了更好的结果。但在分配总冲突 K 时,依然按原始各个命题的平均支持程度加权进行指派,未能有效利用各证据的可信度信息,因此该方法亦存在不足。上述文献 [18, 20–24] 考虑的都是全局冲突的分配问题,所提出的模型在形式上均满足 Lefevre, et al.^[15] 提出的统一信度函数组合模型:

$$m(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C) + K \cdot \delta(A, m) \quad (2)$$

式 (2) 中 $A, B, C \in 2^\Theta$, K 为证据总冲突, $\delta(A, m)$ 为命题的权重且满足 $\sum_{A \subseteq \Theta} \delta(A, m) = 1$, 它决定了分配给各个子集的冲突的大小。张山鹰等^[25]将证据的局部冲突指派给产生冲突的焦元中 BPA 值较大的焦元 (与证据可靠性无关), 称之为吸收法, 其理由是受扰动的焦元一般比未受扰动的焦元的 BPA 值小, 把冲突值分给 BPA 值较大的焦元 (真值) 是合理的。这种局部冲突的分配策略虽然有些偏激, 但在应用上简单易行, 不过失去了多源数据组合的可交换性, 其结果与组合顺序有关。郭华伟等^[17]提出一种新的基于局部冲突、局部分配的合成方法, 将局部冲突在引起冲突的焦元之间分配, 分配的依据是证据的 BPA 值和证据的可信度。但对于非冲突证据的合取运算, 未能有效利用各证据的可信度信息, 亦存有不足之处。Martin et al.^[26]综合上述证据冲突全局分配和局部分配的思想, 提出一种混合的证据合成方法, 称之为削减比例冲突再分配 (Discounting proportional conflict redistribution, DPCR), 即在比例冲突再分配的基础上, 应用削减过程 (Discounting procedure), 将部分证据冲突分配给部分未知项。虽然该方法一定程度上会使合成结果的不确定性增加, 但可以有效应对专家的非精确性及冲突性的情况, 而这是经典合成方法不能很好处理的。其他一些基于修改 Dempster 规则的合成方法主要用以解决某些具体的问题, 如对结构化新闻文本的不确定形式的融合^[27], 基于 credal 集的对信息的非精确性和冲突性的最大熵度量^[28–29], 等等。这些方法分别满足各自应用上的需要, 与具体的应用背景有关。

基于修改原始证据源的方法则认为 Dempster 合成规则本身没有错, 但要求所有参与合成的证据具有相同的重要程度, 若直接利用该规则, 首先要考虑参与合成的各证据的重要程度。所以, 在证据高度冲突时, 应该首先对冲突证据进行预处理, 然后再使用 Dempster 组合规则。Murphy^[30]将参与合成证据的 BPA 值进行平均, 得到新的证据模型后, 再利用 Dempster 合成公式对新证据合成。这只是对证据进行简单平均, 没有考虑到参与合成各证据的重要程度, 因而结果并不理想。何兵等^[31–32]提出一种基于证据分类策略的方法, 保证分在同一类中的证据具有较大的相似性, 避免了对冲突证据的直接合成。这是一种对传统 D-S 证据理论的乘性策略和传统加权方法的加性策略进行折衷的办法, 其结果及分类标准与具体的应用背景有关。杨善林等^[33]通过配置面向具体问题的可变参数来修正原始证据模型。在应用时, 该方法的关键是如何确定相关焦元的修正系数, 可使用神经网络、遗传算法等不同的方法得到不同的修正系数。杨善林等^[34]根据证据源存在的主观差异, 提出一种基于技术进步和信息不对称的动态合成法则。事实上, 该方法本质上等同于何兵等人提出的方法。而且, 该方法忽略了同一时间序列专家群体中也应具有的权重分配, 一定程度上将问题简单化。陈一雷等^[35]引入证据距离构造系统的支持矩阵, 求解该支持矩阵的特征向量作为证据的可信度, 进一步修正原始证据模型; 王小艺等^[36]引入证据距离构造系统的距离矩阵, 运用优化理论建立最短距离目标优化模型, 并将其转换为无约束优化问题求解, 得到最终的证据的可信度, 以实现原始证据模型的修正。这两种

方法的合成结果都比较理想,但中间过程的计算量很大. Xu, et al.^[37] 根据证据序列的灰色关系系数矩阵,提出一种自动识别和分配冲突的预处理方法; Fan, et al.^[38] 通过建立和分析证据关系矩阵来识别异常证据,以减少它们对合成结果的影响. 这两种方法适用于有限的识别框架,对一致性证据的合成效果比较好,但如果证据集中的不可靠证据较多,合成结果可能会有悖常理. 刘海燕等^[39] 与 Deng, et al.^[40] 的方法类似,引入证据距离定义证据权,利用证据权修正各证据的 BPA 值,使得修正后的各证据具有相同的重要程度,再利用 Dempster 公式合成. 该方法逻辑清晰,步骤明确,计算量适中,合成结果收敛速度快,是目前这类算法中最简便有效的一种. 但同 Dempster 合成规则本身一样,该方法有时也具有不稳定性,主要是合成结果对非实际目标的 *mass* 值判决过小,甚至有时与常理相悖,这将在第 4 节仿真实验及第 5 节关于证据合成悖论的讨论中清楚地看到. 关欣等^[41] 采用加性策略,根据命题焦元的支持度及其函数判定冲突证据,对所有的冲突证据加性合成后,再重新判定冲突证据,直至所有证据正常,即完成了冲突消除,最后利用 Dempster 公式合成. 该方法的关键是用来判定冲突证据的阈值 α 的选取,文中没有给出确定 α 的形式化方法,因此该阈值的选取可能会带有主观性. 另外,当证据集中只有一条证据与其他证据冲突时,文中所用的任选一条正常证据与其加性合成的做法不合理,更有效的处理方法值得讨论.

这两类方法的争论一直在进行着,它们分别从不同的角度解释了证据组合规则. 在前述第一类方法中,证据源的预处理增加了组合的可靠性,但损失了聚焦能力; Dempster 组合规则完全滤掉冲突信息,具有较好的收敛性,但可靠性差. 事实上,冲突信息也是一种有用信息. 为此,本文考虑到 Dempster 规则处理冲突的不足及修正证据源方法的可靠性,决定在分配冲突的同时应对证据模型进行修正,将两者紧结合,提出一种新的证据合成方法. 该方法假定证据不可靠,利用 Jousselme, et al.^[42] 中的距离函数定义各证据的可信度并修正原始证据模型,在对一致性证据的“与”运算合成问题上,以及证据冲突在各合成命题的比例分配问题上,均有效利用了各证据的可信度等全局信息. 通过实验及对比分析,进一步证实了该方法明显优于其他同类合成方法.

3 一种新的证据合成方法

3.1 距离函数

设 m_1, m_2, \dots, m_n 是同一识别框架 Θ 下的 n 个证据, $|\Theta| = N$, $2^\Theta = \{A_i | i = 1, 2, \dots, 2^N\}$. 定义 m_1, m_2 的距离为^[42]:

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{(M_1 - M_2)^T D (M_1 - M_2)} / 2 \tag{3}$$

式 (3) 中, $M_i = [m_i(A_1) \ m_i(A_2) \ \dots \ m_i(A_{2^N})]^T$, $i = 1, 2$. $D = (D_{ij})$ 为一个 $2^N \times 2^N$ 阶的矩阵, $D_{ij} = |A_i \cap A_j| / |A_i \cup A_j|$, $i, j = 1, 2, \dots, 2^N$.

m_1, m_2 距离的具体计算方法为^[42]:

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{(\langle M_1, M_1 \rangle + \langle M_2, M_2 \rangle - 2 \langle M_1, M_2 \rangle) / 2} \tag{4}$$

式 (4) 中 $\langle M_1, M_2 \rangle = \sum_{i=1}^{2^N} \sum_{j=1}^{2^N} m_1(A_i) m_2(A_j) D_{ij}$.

距离与相似度是一对互反的概念,两个证据体之间的距离越小,它们之间的相似度就越大. Jousselme, et al.^[42] 和陈增明^[10] 分别给出了两种不同的相似度定义,这里采用前者定义 m_1, m_2 的相似度:

$$sim(m_1, m_2) = 1 - d(m_1, m_2) \tag{5}$$

如果一个证据与其他证据比较相似,则认为它们相互支持的程度也高,这些证据相互支持对方,反之亦然. 证据 m_i 的支持度 $Sup(m_i)$ 反映的是 m_i 被其他证据所支持的程度,它是相似度的函数,即^[42]

$$Sup(m_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^n sim(m_i, m_j), \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{6}$$

一般认为,一个证据被其他证据所支持的程度越高,该证据的结果就越可信,反之则认为该证据的可信度比较低. 求出证据的支持度后,可以定义证据 m_i 的绝对可信度^[10,17]:

$$Crd_i^{(a)} = \frac{Sup(m_i)}{\max_{1 \leq j \leq n} [Sup(m_j)]}, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{7}$$

式 (7) 归一化后可得证据 m 的相对可信度^[10,17]:

$$Crd_i^{(r)} = \frac{Crd_i^{(a)}}{\sum_{j=1}^n Crd_j^{(a)}}, \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

(8)

3.2 证据合成新方法

利用证据的绝对可信度, 对原始证据模型做如下修正:

$$m'_i(A) = \begin{cases} Crd_i^{(a)} \cdot m_i(A), & A \neq \theta, \\ 1 - \sum_{B \subset \theta} Crd_i^{(a)} \cdot m_i(B), & A = \theta, \end{cases} \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

(9)

由式 (9) 可知, 在修正后的证据模型中, 可信度小的证据的元素 $A \subset \theta$ 所提供的确定性信息将减少, 而不确定性元素 θ 所提供的不确定性信息将增加, 因此可以减少可信度小的证据对整个融合系统的影响.

对于新得到的证据模型 $m'_i, i = 1, 2, \cdots, n$, 一致性证据将采用“与”运算合成, 证据冲突将依据证据的相对可信度进行分配. 新的合成公式定义为:

$$\begin{cases} m(\phi) = 0 \\ m(A) = \sum_{\cap A_i = A} \prod_{1 \leq j \leq n} m'_j(A_i) + K' \cdot \delta(A, m), \quad A \subseteq \theta, \quad A \neq \phi \end{cases}$$

(10)

式 (10) 中, $K' = \sum_{\cap A_i = \phi} \prod_{1 \leq j \leq n} m'_j(A_i)$ 表示修正后证据模型的总冲突, $\delta(A, m) = \sum_{i=1}^n Crd_i^{(r)} \cdot m_i(A)$ 决定了分配给命题的冲突的比例.

对于 $\forall A \subseteq \theta, A \neq \phi$, 显然有

$$\begin{aligned} \sum_{A \subseteq \theta} \delta(A, m) &= \sum_{A \subseteq \theta} \sum_{i=1}^n Crd_i^{(r)} \cdot m_i(A) = \sum_{i=1}^n \sum_{A \subseteq \theta} Crd_i^{(r)} \cdot m_i(A) \\ &= \sum_{i=1}^n Crd_i^{(r)} \sum_{A \subseteq \theta} m_i(A) = \sum_{i=1}^n Crd_i^{(r)} = 1 \end{aligned}$$

(11)

说明式 (10) 中定义的函数 $\delta(A, m)$ 满足式 (2) 的归一要求. 由式 (11), 进一步可得

$$\begin{aligned} \sum_{A \subseteq \theta} m(A) &= \sum_{A \subseteq \theta} \sum_{\cap A_i = A} \prod_{1 \leq j \leq n} m'_j(A_i) + \sum_{A \subseteq \theta} K' \cdot \delta(A, m) \\ &= \sum_{\cap A_i \neq \phi} \prod_{1 \leq j \leq n} m'_j(A_i) + K' = 1 - K' + K' = 1 \end{aligned}$$

(12)

说明式 (10) 的合成结果依然满足基本概率分配函数的要求.

4 实验仿真

本节分别对证据源在正常情况下和受到干扰的情况下所提供的数据进行合成仿真. 设系统的识别框架 $\theta = \{a, b, c\}$, 先后收集到 5 条证据, 通过合成结果判定决策目标.

4.1 证据源提供数据正常

此时, 各证据的 BPA 值如表 1 所示. 应用本文及其他合成方法所得的合成结果如表 3 所示.

表 1 数据正常情况下证据模型的焦元分布

证据	a	b	c
m_1	0.90	0	0.10
m_2	0.88	0.01	0.11
m_3	0.50	0.20	0.30
m_4	0.98	0.01	0.01
m_5	0.90	0.05	0.05

表 2 证据源被干扰时证据模型的焦元分布

证据	a	b	c
m_1	0.90	0	0.10
m_2	0	0.01	0.99
m_3	0.50	0.20	0.30
m_4	0.98	0.01	0.01
m_5	0.90	0.05	0.05

从表 3 可以看出, 在各个证据源提供数据正常的情况下, 随着支持 a 的证据的增加, Dempster 方法和本文方法都以较快的收敛速度向 a 聚焦, 有效地融合证据, 得到正确的识别结果; 而 Yager^[18] 和孙全等^[20] 方法随着证据的增加, 未知项 $m(\theta)$ 越来越大; 邓勇等^[21] 和蒲书缙等^[22] 的结果与孙全等^[20] 差不多, 虽然未

知项 $m(\theta)$ 的值随证据的增加有递减的趋势, 但分配到实际目标的精度较低; 其他方法的收敛速度和分配精度比较理想. 在可靠性方面, 注意到 Dempster 方法和基于修改原始证据源方法 (刘海燕等^[39]、关欣等^[41]) 的合成结果中有 $m(b) = 0$ 的情况. 分析表 1 数据可知这并不符合常理, 直观理解应是 $0 < m(b) < 1$.

表 3 证据源提供数据正常时的合成结果

规则	m_1, m_2 $K=0.1970000$	m_1, m_2, m_3 $K=0.6007000$	m_1, m_2, m_3, m_4 $K=0.6118870$	m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 $K=0.6507264$
Dempster	$m(a)=0.9863014$	$m(a)=0.9917355$	$m(a)=0.9999150$	$m(a)=0.9999953$
	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$
	$m(c)=0.0136986$	$m(c)=0.0082645$	$m(c)=0.0000850$	$m(c)=0.0000047$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
Yager ^[18]	$m(a)=0.7920000$	$m(a)=0.3960000$	$m(a)=0.3880800$	$m(a)=0.3492720$
	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$
	$m(c)=0.0110000$	$m(c)=0.0033000$	$m(c)=0.0000330$	$m(c)=0.0000017$
	$m(\theta)=0.1970000$	$m(\theta)=0.6007000$	$m(\theta)=0.6118870$	$m(\theta)=0.6507264$
孙全等 ^[20]	$m(a)=0.8930454$	$m(a)=0.6591065$	$m(a)=0.6754816$	$m(a)=0.6612917$
	$m(b)=0.0005677$	$m(b)=0.0242335$	$m(b)=0.0193952$	$m(b)=0.0202513$
	$m(c)=0.0229211$	$m(c)=0.0621528$	$m(c)=0.0458762$	$m(c)=0.0427544$
	$m(\theta)=0.0834658$	$m(\theta)=0.2545073$	$m(\theta)=0.2592470$	$m(\theta)=0.2757027$
邓勇等 ^[21]	$m(a)=0.8632126$	$m(a)=0.6195045$	$m(a)=0.6544677$	$m(a)=0.6610609$
	$m(b)=0.0004001$	$m(b)=0.0205859$	$m(b)=0.0179771$	$m(b)=0.0202363$
	$m(c)=0.0194015$	$m(c)=0.0532944$	$m(c)=0.0425243$	$m(c)=0.0427227$
	$m(\theta)=0.1169858$	$m(\theta)=0.3066152$	$m(\theta)=0.2850309$	$m(\theta)=0.2759801$
蒲书缙等 ^[22] $crd_1=0.81,$ $crd_2=0.9,$ $crd_3=0.8,$ $crd_4=0.91,$ $crd_5=0.82$	$m(a)=0.8632126$	$m(a)=0.6274415$	$m(a)=0.6611021$	$m(a)=0.6691184$
	$m(b)=0.0004001$	$m(b)=0.0176511$	$m(b)=0.0142959$	$m(b)=0.0166689$
	$m(c)=0.0194015$	$m(c)=0.0505892$	$m(c)=0.0382459$	$m(c)=0.0383597$
	$m(\theta)=0.1169858$	$m(\theta)=0.3043183$	$m(\theta)=0.2863561$	$m(\theta)=0.2758531$
李弼程等 ^[23]	$m(a)=0.9673300$	$m(a)=0.8525320$	$m(a)=0.8867679$	$m(a)=0.8906763$
	$m(b)=0.0009850$	$m(b)=0.0420490$	$m(b)=0.0336538$	$m(b)=0.0351392$
	$m(c)=0.0316850$	$m(c)=0.1054190$	$m(c)=0.0795783$	$m(c)=0.0741845$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
梁旭荣等 ^[24]	$m(a)=0.9673300$	$m(a)=0.8700396$	$m(a)=0.9048237$	$m(a)=0.9066329$
	$m(b)=0.0009850$	$m(b)=0.0363894$	$m(b)=0.0281837$	$m(b)=0.0300051$
	$m(c)=0.0316850$	$m(c)=0.0935710$	$m(c)=0.0669926$	$m(c)=0.0633620$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
张山鹰等 ^[25]	$m(a)=0.9880000$	$m(a)=0.9940000$	$m(a)=0.9998800$	$m(a)=0.9999880$
	$m(b)=0$	$m(b)=0.0024000$	$m(b)=0.0000600$	$m(b)=0.0000060$
	$m(c)=0.0120000$	$m(c)=0.0036000$	$m(c)=0.0000600$	$m(c)=0.0000060$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
刘海燕等 ^[39]	$m(a)=0.9863014$	$m(a)=0.9889209$	$m(a)=0.9992254$	$m(a)=0.9999596$
	$m(b)=0$	$m(b)=0.0000783$	$m(b)=0.0000006$	$m(b)=0$
	$m(c)=0.0136986$	$m(c)=0.0110008$	$m(c)=0.0007740$	$m(c)=0.0000404$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
关欣等 ^[41] $\alpha=2$	$m(a)=0.9863014$	$m(a)=0.9917355$	$m(a)=0.9999150$	$m(a)=0.9999953$
	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$
	$m(c)=0.0136986$	$m(c)=0.0082645$	$m(c)=0.0000850$	$m(c)=0.0000047$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
本文方法	$m(a)=0.9673300$	$m(a)=0.8793962$	$m(a)=0.9145094$	$m(a)=0.9163587$
	$m(b)=0.0009850$	$m(b)=0.0317111$	$m(b)=0.0234616$	$m(b)=0.0255832$
	$m(c)=0.0316850$	$m(c)=0.0888927$	$m(c)=0.0620290$	$m(c)=0.0580581$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$

总的说来, 在各个证据源提供数据正常的情况下, 基于修改 Dempster 规则与基于修改原始证据源这两类合成方法均能得到正确的识别结果, 在收敛速度上基本相当, 在可靠性上前者略高.

表 4 证据源 (2 号) 被干扰时的合成结果

规则	m_1, m_2 $K=0.9010000$	m_1, m_2, m_3 $K=0.9703000$	m_1, m_2, m_3, m_4 $K=0.9997030$	m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 $K=0.9999851$
Dempster	$m(a)=0$	$m(a)=0$	$m(a)=0$	$m(a)=0$
	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$
	$m(c)=1$	$m(c)=1$	$m(c)=1$	$m(c)=1$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
Yager ^[18]	$m(a)=0$	$m(a)=0$	$m(a)=0$	$m(a)=0$
	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$
	$m(c)=0.0990000$	$m(c)=0.0297000$	$m(c)=0.0002970$	$m(c)=0.0000149$
	$m(\theta)=0.9010000$	$m(\theta)=0.9703000$	$m(\theta)=0.9997030$	$m(\theta)=0.9999851$
孙全等 ^[20]	$m(a)=0.2336671$	$m(a)=0.2609595$	$m(a)=0.3428059$	$m(a)=0.3780574$
	$m(b)=0.0025963$	$m(b)=0.0391439$	$m(b)=0.0316879$	$m(b)=0.0311206$
	$m(c)=0.3819969$	$m(c)=0.2887955$	$m(c)=0.2019475$	$m(c)=0.1671439$
	$m(\theta)=0.3817397$	$m(\theta)=0.4111011$	$m(\theta)=0.4235587$	$m(\theta)=0.4236782$
邓勇等 ^[21]	$m(a)=0.1646789$	$m(a)=0.2283848$	$m(a)=0.3356021$	$m(a)=0.4026027$
	$m(b)=0.0018298$	$m(b)=0.0342577$	$m(b)=0.0310220$	$m(b)=0.0331411$
	$m(c)=0.2984445$	$m(c)=0.2564535$	$m(c)=0.1977100$	$m(c)=0.1779947$
	$m(\theta)=0.5350469$	$m(\theta)=0.4809039$	$m(\theta)=0.4356659$	$m(\theta)=0.3862615$
蒲书锺等 ^[22] $crd_1=0.81,$ $crd_2=0.9,$ $crd_3=0.8,$ $crd_4=0.91,$ $crd_5=0.82$	$m(a)=0.1646789$	$m(a)=0.2542191$	$m(a)=0.4029559$	$m(a)=0.4807596$
	$m(b)=0.0018298$	$m(b)=0.0455715$	$m(b)=0.0355868$	$m(b)=0.0350269$
	$m(c)=0.2984445$	$m(c)=0.2230867$	$m(c)=0.1237374$	$m(c)=0.0975208$
	$m(\theta)=0.5350469$	$m(\theta)=0.4771227$	$m(\theta)=0.4377199$	$m(\theta)=0.3866926$
李弼程等 ^[23]	$m(a)=0.4054500$	$m(a)=0.4528067$	$m(a)=0.5948233$	$m(a)=0.6559903$
	$m(b)=0.0045050$	$m(b)=0.0679210$	$m(b)=0.0549837$	$m(b)=0.0539992$
	$m(c)=0.5900450$	$m(c)=0.4792723$	$m(c)=0.3501931$	$m(c)=0.2900105$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
梁旭荣等 ^[24]	$m(a)=0.4054500$	$m(a)=0.5366124$	$m(a)=0.7218167$	$m(a)=0.7764698$
	$m(b)=0.0045050$	$m(b)=0.0723200$	$m(b)=0.0373271$	$m(b)=0.0350631$
	$m(c)=0.5900450$	$m(c)=0.3910677$	$m(c)=0.2408563$	$m(c)=0.1884671$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
张山鹰等 ^[25]	$m(a)=0.4545000$	$m(a)=0.5908750$	$m(a)=0.9918175$	$m(a)=0.99918175$
	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0$	$m(b)=0.00040913$
	$m(c)=0.5455000$	$m(c)=0.4091250$	$m(c)=0.0081825$	$m(c)=0.00040913$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
刘海燕等 ^[39]	$m(a)=0$	$m(a)=0.6527687$	$m(a)=0.9896663$	$m(a)=0.9995289$
	$m(b)=0$	$m(b)=0.0761726$	$m(b)=0$	$m(b)=0$
	$m(c)=1$	$m(c)=0.2710586$	$m(c)=0.0103337$	$m(c)=0.0004711$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
关欣等 ^[41] $\alpha=2$	$m(a)=0.4500000$	$m(a)=0.5776637$	$m(a)=0.9925949$	$m(a)=0.9995857$
	$m(b)=0.0050000$	$m(b)=0.0025674$	$m(b)=0.0000450$	$m(b)=0.0000025$
	$m(c)=0.5450000$	$m(c)=0.4197689$	$m(c)=0.0073601$	$m(c)=0.0004118$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$
本文方法	$m(a)=0.4054500$	$m(a)=0.5737175$	$m(a)=0.8033216$	$m(a)=0.8584977$
	$m(b)=0.0045050$	$m(b)=0.0866377$	$m(b)=0.0439002$	$m(b)=0.0378677$
	$m(c)=0.5900450$	$m(c)=0.3396448$	$m(c)=0.1527782$	$m(c)=0.1036346$
	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$	$m(\theta)=0$

4.2 证据源被干扰

此时, 各证据的 BPA 值如表 2 所示. 应用本文及其他合成方法所得的合成结果如表 4 所示.

从表 4 可以看出, Dempster 和 Yager^[18] 方法无法有效处理冲突证据; 孙全等^[20] 方法在一定程度上可以处理冲突证据, 但分配精度不够, 收敛速度较慢, 未知项 $m(\theta)$ 的值没有明显下降, 无法给出识别结果; 邓勇等^[21] 方法在聚焦速度和分配精度上均逊于蒲书缙等^[22] 方法, 主要是由于后者的合成模型提高了证据冲突的分配比例, 但这两种方法的未知项 $m(\theta)$ 的值较大, 显得过于保守, 不利于决策; 李弼程等^[23] 方法将证据冲突按各命题的平均支持度进行加权分配, 是一种折中的策略, 因此在证据高度冲突时, 收敛速度受到一定影响, 如在第 4 个证据到来之前, 命题 a 、 c 的 $mass$ 函数值很接近, 甚至 c 的值高过 a 的值, 与常理不符; 梁旭荣等^[24] 方法在证据一致和高度冲突的情况下都可以得到较合理的结果, 但在后一种情况下合成结果中实际目标的 $mass$ 值的精度略低; 张山鹰等^[25] 方法在收集到第 4 个证据时才可以分辨出目标, 并且已经表现出某种不稳定性, 如多次判决 $m(b) = 0$; 刘海燕等^[39] 方法具有较理想的聚焦速度和分配精度, 但同样存在不稳定的因素, 如第 4、5 个证据到来时, $m_4(b) > 0$ 且 $m_5(b) > 0$, 但合成结果却都判决 $m(b) = 0$, 直观上与常理相悖; 关欣等^[41] 方法具有较好的收敛性, 注意到当第 3 个证据到来时, 证据中命题 b 、 c 的 $mass$ 值是递增的, 而 m_1, m_2, m_3 的合成结果中其值却是递减的, 这同张山鹰等^[25]、刘海燕等^[39] 等方法一样, 对于非实际目标的判决值过小, 表现出一定的不稳定性. 本文方法在一致性证据的合取和证据冲突的分配上, 充分考虑了证据的可信度等全局信息, 最大程度地减少了不利证据对融合结果和决策的影响, 具有较强的抗干扰能力, 在较少证据的情况下就能够收敛出正确的结果. 事实上, 本文方法在收到第 3 个证据时就可以很好地分辨出目标了. 从试验结果还可以看出, 随着证据对 a 支持的增加, $m(a)$ 的值稳定提高, 很好地反映出实际情况下的信息融合过程, 具有较高的可靠性.

5 关于证据合成悖论问题的讨论

对于 Zadeh^[12] 提出的证据合成悖论问题, 本文及前述各种方法已经可以解决, 并得到较合理的结果, 这里不再赘述. 本节讨论张所地等^[13] 构造出的更为复杂的三条悖论. 梁昌勇等^[43] 和陈增明等^[44] 采用专家权威系数对悖论中的每个证据进行调整, 使得各证据焦元尽量趋向一致后, 再用 Dempster 规则实现证据合成, 给出了这三条悖论的解法. 该方法在本质上同刘海燕等^[39]、Deng, et al.^[40] 方法相似.

限于篇幅, 不再给出三条悖论的形式化描述, 可参阅文献 [10, 13, 43–44]. 为了方便解决问题, 这里将三条悖论实例化. 设识别框架 $\theta = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, 先后收集到 5 条证据, 原始证据模型如表 5 所示. 本文及其他几种方法对此的合成结果如表 6 所示.

表 5 三条悖论的原始证据模型								
类别	证据	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	θ
悖论 1	m_1	0.05	0	0	0	0	0	0.95
	m_2	0.05	0	0	0	0	0	0.95
	m_3	0.05	0	0	0	0	0	0.95
	m_4	0.05	0	0	0	0	0	0.95
	m_5	0.05	0	0	0	0	0	0.95
悖论 2	m_1	0	0.22	0.23	0.24	0.3	0.01	0
	m_2	0.22	0	0.23	0.24	0.3	0.01	0
	m_3	0.22	0.23	0	0.24	0.3	0.01	0
	m_4	0.22	0.23	0.24	0	0.3	0.01	0
	m_5	0.22	0.23	0.24	0.3	0	0.01	0
悖论 3	m_1	0.5	0.5	0	0	0	0	0
	m_2	0	0	0	0.4	0.6	0	0
	m_3	0.7	0	0	0	0	0	0.3
	m_4	0.7	0	0	0	0	0	0.3
	m_5	0.7	0	0	0	0	0	0.3

表 6 三条悖论的合成结果

规则	悖论 1 $K=0$	悖论 2 $K=0.9999999999$	悖论 3 $K=1$
Dempster	$m(x_1)=0.2262191$ $m(x_2)=0$ $m(x_3)=0$ $m(\Theta)=0.7737809$	$m(x_1)=m(x_2)=0$ $m(x_3)=m(x_4)=0$ $m(x_5)=0, m(x_6)=1$ $m(\Theta)=0$	/
梁旭荣等 ^[24]	$m(x_1)=0.2262191$ $m(x_2)=0$ $m(x_3)=0$ $m(\Theta)=0.7737809$	$m(x_1)=0.1758874$ $m(x_2)=0.1818992$ $m(x_3)=0.1879151$ $m(x_4)=0.2039708$ $m(x_5)=0.2403339$ $m(x_6)=0.0099936$ $m(\Theta)=0$	$m(x_1)=0.7012378$ $m(x_2)=0.0653239$ $m(x_3)=0$ $m(x_4)=0.0486999$ $m(x_5)=0.0730498$ $m(x_6)=0$ $m(\Theta)=0.1116887$
刘海燕等 ^[39]	$m(x_1)=0.2262191$ $m(x_2)=0$ $m(x_3)=0$ $m(\Theta)=0.7737809$	$m(x_1)=0$ $m(x_2)=0.0244231$ $m(x_3)=0.0552361$ $m(x_4)=0.1583347$ $m(x_5)=0.7619976$ $m(x_6)=0.0000085$ $m(\Theta)=0$	$m(x_1)=0.9662728$ $m(x_2)=0.0146149$ $m(x_3)=0$ $m(x_4)=0.0029278$ $m(x_5)=0.0043916$ $m(x_6)=0$ $m(\Theta)=0.0117929$
本文方法	$m(x_1)=0.2262191$ $m(x_2)=0$ $m(x_3)=0$ $m(\Theta)=0.7737809$	$m(x_1)=0.1750821$ $m(x_2)=0.1812297$ $m(x_3)=0.1874177$ $m(x_4)=0.2036446$ $m(x_5)=0.2426323$ $m(x_6)=0.0099936$ $m(\Theta)=0$	$m(x_1)=0.7485988$ $m(x_2)=0.0575969$ $m(x_3)=0$ $m(x_4)=0.0234026$ $m(x_5)=0.0351039$ $m(x_6)=0$ $m(\Theta)=0.1352979$

根据表 6, 对于悖论 1, 显然冲突 $K = 0$. 此时, Dempster、梁旭荣等^[24]、刘海燕等^[39] 及本文方法在形式上完全等价. 注意到合成结果中的 x_1 的 $mass$ 值已增加的很快. 事实上, 当证据数目增至 100 时, 合成结果为 $m(x_1) = 0.9940795$, $m(\Theta) = 0.0059205$, 这与常理相悖. 在梁昌勇等^[43] 和陈增明等^[44] 给出的解法中, 取权威值为 0.8, 则调整后得到 $m_i(x_1) = 0.145$, $m_i(\Theta) = 0.76$, $m_i(A) = 0.095$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, $A \neq \Theta, \{x_1\}$. 但这种方法也存在问题, 即合成结果中必有 $m(A) > 0$ 且 $A \neq \Theta, \{x_1\}$, 同样与常理相悖. 分析悖论 1 产生的原因可知, 尽管冲突 $K = 0$, 但原始证据模型所能提供的有价值或可利用的信息过少. 因此, 现有方法有效合理地解决悖论 1 尚存在困难.

对于悖论 2, Dempster 的合成结果为悖论结果. 刘海燕等^[39] 的结果虽然可以明确判决出实际目标, 但结果中对非实际目标的 $mass$ 取值过低, 而且有 $m(x_1) = 0$. 考察悖论 2 的原始证据模型可知, 这与事实不符, 进一步证实了该方法存在可靠性的问题. 梁旭荣等^[24] 和本文方法对实际目标的判决结果与刘海燕等^[39] 一致, 同时也兼顾了其他非实际目标的 $mass$ 取值, 合成结果的 BPA 分布合理, 可靠性较高.

对于悖论 3, 证据 m_1 和 m_2 完全冲突, 此时冲突 $K = 1$, 已不能用 Dempster 规则合成证据. 梁旭荣等^[24]、刘海燕等^[39] 和本文方法均可判决出实际目标, 组合结果合理、有效.

综上, 对于悖论 1, 因其特殊性 (确定性信息过少), 本文及同类其他方法均不能给予很好的解决; 而对于悖论 2、3, 本文方法的合成结果合理、有效, 对实际目标的判决均与其他同类方法一致, 同时具有较高的可靠性.

6 结论及未来工作

对证据合成规则的改进可分为基于修改 Dempster 合成规则的方法和基于修改原始证据模型的方法. 系统地研究了近年来关于 D-S 证据理论合成规则的相关成果, 在此基础上, 提出一种新的证据合成方法. 该方法充分考虑了证据的可信度等全局信息, 最大程度地减少了不利证据对融合结果和决策的影响, 具有较强的

抗干扰能力,可应用于不确定推理、多源信息融合、模式识别、不确定信息决策等领域.实验结果表明,该方法在证据一致和高度冲突的情况下均表现出良好的适应性,具有较快的收敛速度和高可靠性,明显优于同类其他合成方法.最后就解决证据合成悖论的有关问题做了必要讨论,以示该方法在解决这一问题上所具有的某些优势.同文献[14, 17, 20-25, 30-41]方法类似,本文方法主要针对单点集证据焦元,虽然也适用于多点集焦元,但其合成结果目标较多,不利于精准决策.未来的工作将面向任一焦元集合,同时缩小合成结果中的决策范围,并进一步考虑证据间的相互交叉融合程度,使决策结果更加合理、有效.

参考文献

- [1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping[J]. *Annals of Mathematics Statistics*, 1967, 38(4): 325-339.
- [2] Shafer G. *A Mathematical Theory of Evidence*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [3] Yager R R, Kacprzyk J, Fedrizzi M. *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*[M]. New York: Wiley Press, 1994.
- [4] Yager R R. Comparing approximate reasoning and probabilistic reasoning using the Dempster-Shafer framework[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2009, 50(5): 812-821.
- [5] Basir O, Yuan X H. Engine fault diagnosis based on multi-sensor information fusion using Dempster-Shafer evidence theory[J]. *Information Fusion*, 2007, 8(4): 379-386.
- [6] Zeng D H, Xu J M, Xu G. Data fusion for traffic incident detection using D-S evidence theory with probabilistic SVMs[J]. *Journal of Computers*, 2008, 3(10): 36-43.
- [7] Lin T C. Partition belief median filter based on Dempster-Shafer theory for image processing[J]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(1): 139-151.
- [8] Wu W Z. Attribute reduction based on evidence theory in incomplete decision systems[J]. *Information Sciences*, 2008, 178(5): 1355-1371.
- [9] Hua Z S, Gong B G, Xu X Y. A DS-AHP approach for multi-attribute decision making problem with incomplete information[J]. *Expert Systems with Applications*, 2008, 34(3): 2221-2227.
- [10] 陈增明. 群决策环境下证据理论决策方法研究与应用 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2006.
Chen Z M. Research and application of evidence theory in group decision making[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2006.
- [11] Sentz K, Ferson S. *Combination of Evidence in Dempster-Shafer Theory*[R]. Albuquerque: Sandia National Laboratories, 2002.
- [12] Zadeh L A. Review of books: A mathematical theory of evidence[J]. *AI Magazine*, 1984, 5(3): 81-83.
- [13] 张所地, 王拉娣. Dempster-Shafer 合成法则的悖论 [J]. *系统工程理论与实践*, 1997, 17(5): 82-85.
Zhang S D, Wang L D. Absurdities about Dempster-Shafer's rule of combination of evidence[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 1997, 17(5): 82-85.
- [14] 张山鹰, 潘泉, 张洪才. 证据推理冲突问题研究 [J]. *航空学报*, 2001, 22(4): 369-372.
Zhang S Y, Pan Q, Zhang H C. Conflict problem of Dempster-Shafer evidence theory[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2001, 22(4): 369-372.
- [15] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P. Belief functions combination and conflict management[J]. *Information Fusion*, 2002, 3(2): 149-162.
- [16] Smets P. Analyzing the combination of conflicting belief functions[J]. *Information Fusion*, 2007, 8(4): 387-412.
- [17] 郭华伟, 施文康, 刘清坤, 等. 一种新的证据组合规则 [J]. *上海交通大学学报*, 2006, 40(11): 1895-1900.
Guo H W, Shi W K, Liu Q K, et al. A new combination rule of evidence[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2006, 40(11): 1895-1900.
- [18] Yager R R. On the D-S framework and new combination rules[J]. *Information Sciences*, 1987, 41(2): 93-138.
- [19] Smets P. The combination of evidence in the transferable belief method[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(5): 447-458.
- [20] 孙全, 叶秀清, 顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式 [J]. *电子学报*, 2000, 28(8): 117-119.
Sun Q, Ye X Q, Gu W K. A new combination rules of evidence theory[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2000, 28(8): 117-119.
- [21] 邓勇, 施文康. 一种改进的证据推理组合规则 [J]. *上海交通大学学报*, 2003, 37(8): 1275-1278.
Deng Y, Shi W K. A modified combination rule of evidence theory[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2003, 37(8): 1275-1278.
- [22] 蒲书缙, 杨雷, 杨莘元, 等. 一种改进的证据合成规则 [J]. *计算机工程*, 2006, 32(23): 7-9.
Pu S J, Yang L, Yang X Y, et al. A modified combination rule of evidence theory[J]. *Computer Engineering*, 2006, 32(23): 7-9.

- [23] 李弼程, 王波, 魏俊, 等. 一种有效的证据理论合成公式 [J]. 数据采集与处理, 2002, 17(1): 33–36.
Li B C, Wang B, Wei J, et al. An efficient combination rule of evidence theory[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2002, 17(1): 33–36.
- [24] 梁旭荣, 姚佩阳, 梁德磊. 改进的证据组合规则及其在融合目标识别中的应用 [J]. 电光与控制, 2008, 15(12): 37–41.
Liang X R, Yao P Y, Liang D L. Improved combination rule of evidence theory and its application in fused target recognition[J]. Electronics Optics & Control, 2008, 15(12): 37–41.
- [25] 张山鹰, 潘泉, 张洪才. 一种新的证据推理组合规则 [J]. 控制与决策, 2000, 15(5): 540–544.
Zhang S Y, Pan Q, Zhang H C. A new kind of combination rule of evidence theory[J]. Control and Decision, 2000, 15(5): 540–544.
- [26] Martin A, Osswald C. Toward a combination rule to deal with partial conflict and specificity in belief functions theory[C]// International Conference on Information Fusion. Quebec: Canada, 2007.
- [27] Hunter A, Liu W R. Fusion rules for merging uncertain information[J]. Information Fusion, 2006, 7(1): 97–134.
- [28] Abellán J, Klir G J, Moral S. Disaggregated total uncertainty measure for credal sets[J]. International Journal of General System, 2006, 35(1): 29–44.
- [29] Abellán J, Masegosa A. Requirements for total uncertainty measures in Dempster–Shafer theory of evidence[J]. International Journal of General System, 2008, 37(6): 733–747.
- [30] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision Support Systems, 2000, 29(1): 1–9.
- [31] 何兵, 毛士艺, 张有为, 等. 基于证据分类的 D-S 证据合成及判决方法 [J]. 电子与信息学报, 2002, 24(7): 894–899.
He B, Mao S Y, Zhang Y W, et al. Evidence combination and decision based on D-S evidence theory and evidence classification[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2002, 24(7): 894–899.
- [32] 何兵. 基于分类及不确定熵的 D-S 证据合成及判决方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(10): 927–930.
He B. Modified D-S evidence combination strategy based on evidence classification and uncertain entropy[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(10): 927–930.
- [33] 杨善林, 朱卫东, 任明伦. 基于可变参数优化的相关证据合成方法研究 [J]. 管理科学学报, 2003, 6(5): 12–16.
Yang S L, Zhu W D, Ren M L. Combination theory and method for interrelated evidences based optimal adjustment coefficient[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(5): 12–16.
- [34] 杨善林, 李永森, 马溪骏, 等. 基于技术进步和信息不对称的证据合成研究 [J]. 系统工程学报, 2007, 22(3): 268–273.
Yang S L, Li Y S, Ma X J, et al. Study of evidence combination based on technology progress and information asymmetry[J]. Journal of Systems Engineering, 2007, 22(3): 268–273.
- [35] 陈一雷, 王俊杰. 一种 D-S 证据推理的改进方法 [J]. 系统仿真学报, 2004, 16(1): 28–30.
Chen Y L, Wang J J. An improved method of D-S evidence reasoning[J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(1): 28–30.
- [36] 王小艺, 刘载文, 侯朝桢, 等. 一种基于最优权重分配的 D-S 改进算法 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(11): 103–107.
Wang X Y, Liu Z W, Hou C Z, et al. An improved D-S algorithm based on the optimization weight distribution[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2006, 26(11): 103–107.
- [37] Xu G P, Tian W F, Qian L, et al. A novel conflict reassignment method based on grey relational analysis (GRA)[J]. Pattern Recognition Letters, 2007, 28(15): 2080–2087.
- [38] Fan X F, Huang H Z, Miao Q. Evidence relationship matrix and its application to D-S evidence theory for information fusion[J]. LNCS IDEAL, 2006, 4224: 1367–1373.
- [39] 刘海燕, 赵宗贵, 刘熹. D-S 证据理论中冲突证据的合成方法 [J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(5): 701–704.
Liu H Y, Zhao Z G, Liu X. Combination of conflict evidences in D-S theory[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(5): 701–704.
- [40] Deng Y, Shi W K, Zhu Z F, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. Decision Support Systems, 2004, 38(3): 489–493.
- [41] 关欣, 衣晓, 孙晓明, 等. 有效处理冲突证据的融合方法 [J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2009, 49(1): 138–141.
Guan X, Yi X, Sun X M, et al. Efficient fusion approach for conflicting evidence[J]. Journal of Tsinghua University: Science & Technology, 2009, 49(1): 138–141.
- [42] Jousselme A L, Dominic G, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2(2): 91–101.
- [43] 梁昌勇, 陈增明, 黄永青, 等. Dempster-Shafer 合成法则悖论的一种消除方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(3): 7–12.
Liang C Y, Chen Z M, Huang Y Q, et al. A method of dispelling the absurdities of Dempster-Shafer's rule of combination[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(3): 7–12.
- [44] 陈增明, 梁昌勇, 蒋翠清, 等. 证据理论悖论消除的一种新方法 [J]. 计算机应用研究, 2006(11): 34–37.
Chen Z M, Liang C Y, Jiang C Q, et al. New method of dispelling absurdities of Dempster-Shafer's rule of combination[J]. Application Research of Computers, 2006(11): 34–37.