

「データ科学: 理論から実用へ演習」

中野 慎也

8 September 2023

平滑化

- カルマンフィルタでは、フィルタ分布 $p(x_k | y_{1:k})$ を計算する．これは、今までに得られたデータから現在の状態を推定していることを意味する．
- 将来を予測するためによい初期値を作るという目的であれば、フィルタ分布 $p(x_k | y_{1:k})$ でよいのだが、過去の状態を現在までのデータから推定したいという場合もあり得る．
- このようにデータよりも過去の状態を推定する操作を平滑化と呼ぶ．
- 過去を推定する（つまり平滑化を行う）には、状態ベクトル x_k を過去の状態も含めた形で定義し直すとよい．すなわち、

$$x_k^* = (x_k^\top \ x_{k-1}^\top \ \cdots \ x_{k-L}^\top)^\top \quad (1)$$

のように、過去の状態も含む形で新たに状態ベクトル x_k^* を定義する．

平滑化

1 次のトレンドモデル,

$$x_k = x_{k-1} + v_k$$

の場合, x_k^* を

$$\mathbf{x}_k^* = \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ x_{k-2} \\ \vdots \\ x_{k-L} \end{pmatrix} \quad (2)$$

のように定義する. x_k^* の時間発展は

$$\begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ x_{k-2} \\ \vdots \\ x_{k-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{k-1} + v_k \\ x_{k-1} \\ x_{k-2} \\ \vdots \\ x_{k-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{k-1} \\ x_{k-2} \\ x_{k-3} \\ \vdots \\ x_{k-L-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_k \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

平滑化

したがって、

$$\mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_k = \begin{pmatrix} v_k \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

とおき、あとはカルマンフィルタの式に基づいて推定を行えばよい。