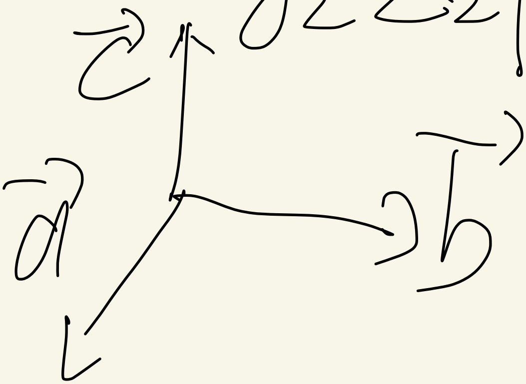
空间解析几何

- 概念
  - X:
  - projection:
  - cos< >:
- 直线
  - 一般式、对称式参数
  - 夹角
- 平面
  - 点法式
  - 一般
- 曲线
  - 旋转
  - 投影
  - 二次
- 几何关系
  - //
  - ⊥
  - 相交
  - d

$\times$: $\vec{a} \times \vec{b} = |a||b|\sin\theta$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$




$\Rightarrow$ 判断共面

平面 点法式 ☆

$$\begin{cases} \vec{n} = (A, B, C) \\ P(x_0, y_0, z_0) \end{cases}$$

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

$$\Downarrow$$

$M_1(x_1, y_1, z_1)$ $M_2(x_2, y_2, z_2)$ $M_3(x_3, y_3, z_3)$

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$ 三点式

待定系数：特殊位置

$l$: $\begin{cases} S_1: \ldots \\ S_2: \ldots \end{cases}$ $\Rightarrow$ 投影……

对称(点向)

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$$

$\vec{s}=(m,n,p)$, $P(x_0,y_0,z_0)$

$\sim=t \Rightarrow \begin{cases} x=mt+x_0 \\ y=\ldots \\ z=\ldots \end{cases}$ 参

交点，与投影

过l的plane

$$\begin{cases} S_1: \cdots \\ S_2: \cdots \end{cases} \Rightarrow S_1 + \lambda S_2 = 0$$

面过l东面

投影：$\begin{cases} H(x,y)=0 \\ z=0 \end{cases}$

方程：

C 绕 L 一周 ⇒ 曲面

C → 母线　L → 轴

$$f(x,y) \Rightarrow y:$$

$$f(\pm\sqrt{x^2+z^2}, y)=0$$

1. 过$(-1,0,4)$，与 $l:\begin{cases}x+2y-z=0\\x+2y+2z-4=0\end{cases}$ ⊥，

与平面 $3x-4y+z-10=0$ // 的 $l$

$$\vec{l}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & 2 & -1\\ 1 & 2 & 2\end{vmatrix}=6i-3j$$

$$=3(2,-1,0)$$

$$\vec{l_1}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 2 & -1 & 0\\ 3 & -4 & 1\end{vmatrix}$$

$$=-i-2j-5k=-(1,2,5)$$

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-4}{5}$$

2. 设平面 $\perp$ plane $z=0$，且过

$(1,-1,1)$ 到 $L\begin{cases} y-z+1=0 \\ x=0 \end{cases}$ 的垂线

$\vec{P}(0, p, p+1)$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$(-1, p+1, p)$

$(0, -1, -1)$

$(0, 1, 1)$

$p = -\frac{1}{2}$

$(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$\begin{cases} \\ \end{cases}$

$Ax+By+D=0$

3. 求 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y-11}{2} = \frac{z-4}{1}$, $(3,1,3)$

$L_2: \frac{x-6}{1} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z}{1}$ 间距离,公垂线方程

$3(x-6)+y+7+3z=0$

$\begin{vmatrix} 1 & a & -1 \\ 1 & -6 & 1 \end{vmatrix}$ $-6, -2, -6$

$3x+y+3z$

$A(0,11,4)$ $B(6,-7,0)$

$x-y+z+7$

$-x+y-11-(z-4)$

$-x+y-z-7=$

$\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{vmatrix} = 8\vec{i} - 8\vec{k}$ $x-y+z+7=$

$= (1, 0, -1)$

$\vec{AB} = (6, -18, -4)$ $-2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$

$(-1,1,-1)$

$= \frac{6+4}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

$\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & a & -1 \end{matrix}$

4. 求 $(-1,2,0)$ 在平面 $x+2y-z+1=0$ 上投影

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}=t$$

$x=-\frac{5}{3}$ $y=\frac{2}{3}$ $z=\frac{2}{3}$

$t=\frac{-2}{3}$

$t-1+2(2t+2)+t+1=0$

5. 过 $A(-1,0,4)$，// 平面 $3x-4y+z-10=0$

且与 $l: \frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$ 相交的直线方程

$\frac{x+1}{16}=\frac{y}{19}=\frac{z-4}{28}$

$\vec{B}(t-1,t+3,2t)$

$3t-4t+2t=16$

$t=16$

$\vec{AB}=(t,t+3,2t-4)$

$\vec{AB}=(16,19,28)$

$(3,-4,1)$

6. 求与 $L_1$: $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{1}=\frac{z}{1}$、$L_2$: $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z}{1}$ 均相交，且与 $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{1}$ // 的 $l$

求P(1, 2, -3)到直 $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{3}$ 距离

$2t;\ -t-3,\ 3t+5$

$2 \quad -1 \quad 3$

$14t+18=0$

$t=-\frac{9}{7}$

8. 求 $l$: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ 在 $\pi$: $x-y+2z-1=0$ 上投影直线 $l_0$，求 $l_0$ 绕 $y$ 轴转一周所成曲面方程