

线性方程组部分实验题

设 $H_n = [h_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是 Hilbert 矩阵, 即

$$h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}.$$

对 $n = 2, 3, 4, \dots$ (根据你的计算机性能选取合适的 n , 建议算到 $n = 20$ 左右)

(a) 取 $x = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$, 及 $b_n = H_n x$. 再用 Gauss 消去法和 Cholesky 分解方法来求解

$H_n y = b_n$, 看看误差有多大.

(b) 计算条件数: $\text{cond}(H_n)_2$.

(c) 使用某种正则化方法改善 (a) 中的结果.

(d) 用 SOR 迭代方法和共轭梯度法求解 $H_n x = b_n$, 并与前面的直接方法做比较。