**2020年“深圳杯”数学建模挑战赛D题**

**公交车在高峰和平峰转换期间的调度**

一、背景

    公交车是为市民出行提供服务的“准公共”产品。它服务的对象是公众而非特定的个人，也就是说，不考虑任何一个人在任何时候都能得到公交服务这样的要求。另一方面，公共交通不以盈利为目标但也不是免费的。因此，公交要在给定的财政拨款约束下，兼顾“尽可能减少私家车使用以缓解城市交通拥堵”和“尽量让公众满意”两大目标。公交车的站点布局、线路规划、车型配备、票价制定、发车频率和车辆调度等都要按照它的基本属性和目标来进行设计和调整的。这是相当复杂的系统问题，反映一个现代城市的管理水平。因为这个问题的重要、复杂和困难，从传统的“交通工程”到今天的“智慧城市”，长期以来它吸引了大量的理论和应用研究，积累了丰富的研究成果和系列的设计标准与规范。

二、任务

1. 给出一条公交线路“高峰”和“平峰”的定义，并说明其合理性。

2. 对高峰和平峰任意给定的一组数据，给出“转换期”的调度方案，并说明在什么指标下，该方案是可行的、最优的。进一步，讨论调度方案对参数的稳健性和敏感性。

3. 给出“高峰”和“平峰”的预测方法。

4. 试通过实际运行数据验证你的结果。

三、注记

    公交车是为市民出行服务的。市民出行并不是“均匀”的，有乘客多的时段（称为“高峰期”）和乘客不太多的时段（称为“平峰”期），起讫点也不尽相同。容易理解，高峰期公交车发车频率高，投入的运营车辆也多，以满足乘客的需要；而平峰期则要相应地减下来，以节约成本开支。我们想来关注一下这方面的“调度问题”。为此，先作一些深入一点的分析。

首先，“高峰期”和“平峰期”的划分并不是绝对的，完全可以由“决策者”的价值标准来定，但如何划分将直接关系到后面的工作。其次，我们注意到，公交车一旦从起点站出发，就必须驶完一个单程而不能在中途停运。因此从高峰期到平峰期把运营的公交车数量“减下来”是需要一个过程的，很难“立竿见影”。同时，这个过程显然与驶完一个单程所需的时间，或等价地，与线路的长短有关，因此要思考“分步减下来”还是“一步到位”。特别，当乘客数“急剧变化”，从高峰到平峰又到高峰的转换来得非常快，以至于“减下来”还来不及见效就要马上“恢复”，就可能“得不偿失”，因此需要周密的“精细”计算。这里又涉及到另外一个问题：乘客数量的预测。至此，我们已经能够想象，这么一个“看似普通”的问题，其实并不简单。为了不把问题弄得太复杂，就像我们无法考虑每一个乘客的行为和愿望一样，我们也只考虑确定的某一条公交线路。尽管公交线路是一个网，两条公交线路可能有部分重合，但我们也不考虑考虑它们之间的“替代”和“竞争”。现在，我们明确要讨论的问题、范围和假设：

* 所考虑的公交线路是确定的，这意味着它的长度、站点、单程耗时及运营成本都已经定了，一票制的票价也是定的且不考虑乘客的差异和优惠。都不需要去另做假设。
* 我们要讨论的是从“正常时段”（也就是所说的乘车高峰）到乘客数量变少的“平峰时段”再回复到“正常时段”的调度问题。为明确起见，“正常时段”指的是运营总收入与运营总成本之差不小于某一个给定的“阈值”的时段。
* 调度的目标是使得在乘客数下降和恢复的过程中，通过相应地减少和恢复投入运营的车辆数量来保证这个“阈值”（也就是“下界”）不被突破，当然（“盈利”的）“上界”是不受限的。