

一、单项选择题:

(一) 若 A, B 为两个事件, 则 $A - B$ 不等于 ()

A、 $(A \cup B) - B$ B、 $A\bar{B}$ C、 $A - AB$ D、 $\bar{A}B$

(二) 若事件 A, B 相互独立, 则必有 ()。

A、 A, B 互不相容 B、 $P(A \cup B) = 1$

C、 A, B 互为对立事件 D、 $P(AB) = P(A)P(B)$

(三) 设 $X \sim N(0,1)$, 若 Z_α 为标准正态分布的上 α 分位点, 则 $-Z_\alpha$ 等于 ()。

A、 Z_α B、 $Z_{1-\alpha}$ C、 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ D、 $1 - Z_{1-\alpha}$

(四) 若 $X \sim f(x)$, $x \in R$, $F(x)$ 为分布函数且 EX 存在, 则一定成立的是 ()。

A、 $F(a) = 1 - \int_a^{+\infty} f(x) dx$ B、 $F(x)$ 为偶函数 C、 $EX = 0$ D、 $F(x)$ 为奇函数

(五) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)(-\infty < x < +\infty)$, 则 $Y = X^2$ 的概率密度 $f_Y(y) = ()$ 。

A、 $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{y}} [f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y})], & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$

B、 $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{y}} [f_X(\sqrt{y}) - f_X(-\sqrt{y})], & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$

C、 $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{y}} [f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y})], & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$

D、 $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{y}} [f_X(\sqrt{y}) - f_X(-\sqrt{y})], & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$

(六) 若 X_1, X_2, \dots, X_n 选自总体 X 的样本, a 是已知参数, 则以下选项中不是统计量的是 ()。

A、 $\frac{1}{n}(X_1 + X_2)$ B、 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(X_i - a)$ C、 $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2)$ D、 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n+1}(X_i + a)$

(七) 若 $X \sim N(\mu, 4)$, X_1, X_2, X_3, X_4 为其样本, 且 $\mu \neq 0$, 则 μ 的无偏估计量为 ()。

A、 $X_1 + X_2 - X_4$ B、 $0.6X_1 + X_3 - 0.1X_4$ C、 $0.25X_2 + 0.1X_4$ D、 $0.2X_1 - X_4$

(八) 设 $D(X) = 4$, $D(Y) = 1$, $\rho_{XY} = 0.6$, 则 $D(3X - 2Y) = ()$ 。

A、40 B、34 C、25.6 D、17.6

(九) 总体均值 μ 的 90% 的置信区间的意义是 ()

A、该区间平均含有总体 90% 的值 B、该区间平均含有样本 90% 的值
C、该区间有 90% 机会含有样本均值 D、该区间有 90% 机会含有 μ 的真值

(十) 若待检验的备择假设为 H_1 , 第一类错误是指 ()。

A、 H_1 成立, 接受 H_1 B、 H_1 不成立, 拒绝 H_1
C、 H_1 成立, 拒绝 H_1 D、 H_1 不成立, 接受 H_1

二、填空题:

(一) 若事件 A 与 B 相互独立, $P(A)=0.5$, $P(B)=0.7$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。

(二) 若 X 的分布律为

X	-1	1	2
P	0.3	a	0.4

$F_{X^2+1}(x)$ 为 $X^2 + 1$ 的分布函数, 则 $F_{X^2+1}(2) =$ _____。

(三) 若 $X \sim b(10, 0.3)$, 则 $\frac{D(X)}{E(X)} =$ _____。

(四) 设 X 的密度函数 $f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $E(X^2) =$ _____。

(五) 若 $X \sim \chi^2(5)$, $Y = 1 - 3X$, 则 $\rho_{XY} =$ _____。

(六) 已知随机变量 $X \sim N(1, 2)$, $Y \sim N(0, 4)$ 且 X, Y 相互独立, 若 $Z = 2X - Y$, 则 Z 服从_____。

(七) 若 $(X, Y) \sim N(0, 0, 1, 4, -0.5)$, 则 $Cov(X, Y) =$ _____。

(八) 若总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, 则 $D(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i) =$ _____。

(九) 若 $X \sim \pi(\lambda)$, 则未知参数 λ 的矩估计量为_____。

(十) 设总体 X 服从标准正态分布, 则 $X^2 \sim$ _____。

三、计算题:

(一) 甲、乙、丙三个机床加工一批同一种零件, 其各机床加工的零件之比为 3:2:5, 各机床所加工的零件合格率, 依次为 80%, 90%, 94%,

1. 计算三台机床加工的产品为废品的概率。
2. 现从加工好的整批零件中检查出一个废品, 问它是甲机床加工的概率。

(二) 设随机变量 $X \sim f(x)$, 其概率密度函数的具体形式为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\pi^2}, & 0 < x < a, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

1. 确定 a 的值;
2. 求分布函数 $F(x)$ 。

(三) 设二维随机向量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y; \\ 0 & , \text{其它}. \end{cases}$$

1. 求 (X, Y) 分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$
2. 判断 X 与 Y 是否相互独立并说明理由。

(四) 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布律为

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	1	2	3
-1	0.2	0.1	0
0	0.1	0	0.3
1	0.1	0.1	0.1

1. 求 X 和 Y 的分布并计算 $E(X) \cdot E(Y)$;

2. 设 $Z = Y/X$, 求 $E(Z)$;

(五) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的一个样本, 总体 X 概率密度如下:

$$f(x) = \begin{cases} \theta^t x^{-(\theta+3)} & x > t \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $t > 0$ 为已知, $\theta > 1$, θ 为未知的参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个简单随机样本, 求未知参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$ 。

(六) 在某砖厂生产的一批砖中, 随机的抽测 6 块, 其抗断强度为: 32.66 30.06 31.64 30.22 31.87 31.05 $\frac{\text{公斤}}{\text{厘米}^2}$ 。假设砖的抗断强度 $X \sim N(\mu, 1.1^2)$ 。问能否认为这批砖的抗断能力在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下是 32.50 $\frac{\text{公斤}}{\text{厘米}^2}$?

($Z_{0.05} = 1.645$, $Z_{0.025} = 1.96$)