

编程作业二：采样

截止时间：2024 年 3 月 22 日 23:59

题目一

给定一个长度为 10 的单位矩形窗 $x(t)$ （规定其边界值 $x(0) = x(10) = 0.5$ ）：

$$x(t) = u(t) - u(t - 10) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 10 \\ 0.5 & t = 0, 10 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

本题研究对这个矩形窗信号进行采样。

1. 直接对该信号以 $T = 1\text{s}$ 做采样得到 $x[n]$ 。请在 MATLAB 中绘制出采样后的时域波形 $x[n]$ 、其频谱 $X(e^{j\omega})$ 的幅度特性 $|X(e^{j\omega})|$ 和相位特性 $\angle X(e^{j\omega})$ 。
2. 将该信号右移 0.5 个单位后得到 $x_1(t) = x(t - 0.5)$ ，再次以 $T = 1\text{s}$ 做采样得到 $x_1[n]$ 。请在 MATLAB 中绘制出 $x_1[n]$ 、 $|X_1(e^{j\omega})|$ 和 $\angle X_1(e^{j\omega})$ 。
3. 选择一个合适的低通滤波器，对 $x_1(t)$ 滤波后再次以 $T = 1\text{s}$ 做采样得到 $y[n]$ 。请在 MATLAB 中绘制出 $y[n]$ 、 $|Y(e^{j\omega})|$ 和 $\angle Y(e^{j\omega})$ 。
4. 请使用公式推导 1, 2, 3 问的结果，给出 $X(e^{j\omega})$ 、 $X_1(e^{j\omega})$ 和 $Y(e^{j\omega})$ 的计算过程。

作业指导

1. 计算机无法表示连续信号，所以同学们在编程时无需给出采样的过程（即不需要在 MATLAB 中给出原始信号 $x(t)$ 和冲激串 $\sum \delta(t - nT)$ 的表达式），直接写出采样后的离散时间信号 $x[n]$ 即可；
2. 计算机无法表示连续频谱 $X(e^{j\omega})$ ，它实际上是使用 DFT（这是 DTFT 的采样，后面章节会讲）来近似 DTFT 的，且 MATLAB 里 DFT 的实现是 FFT（一种快速计算 DFT 的算法，后面章节也会讲）。同学们可以参考以下链接来计算 $x[n]$ 的频谱 $X(e^{j\omega})$ ：

<https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/ref/fft.html>

如果直接使用这个函数（例如 $\mathbf{X}=\text{fft}(\mathbf{x})$ ），可能会得到一个奇怪的“折线形”频谱，它看上去并不像光滑的 $X(e^{j\omega})$ 。为了使得到的频谱更接近 $X(e^{j\omega})$ ，可以在这个函数里带上一个表示“长度”的参数 n （例如 $\mathbf{X}=\text{fft}(\mathbf{x},n)$ ）， n 可任取，且 n 越大，得到的频谱就越接近 $X(e^{j\omega})$ （它的原理将在后面的章节讲解，同学们现在只需要会使用这个函数即可）；

3. 使用 MATLAB 得到的频谱，其横坐标是 $[0, n - 1]$ ，表示数字角频率 $\omega \in [0, 2\pi)$ 。如果想要得到 $\omega \in [-\pi, \pi)$ 的结果，可以参考以下链接：

<https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/ref/fftshift.html>

题目二

老师在今天的课程上展示了几个“正转还是反转”的视频。在这个题目中，我们将使用简单的 MATLAB 视频处理技术来复现这个效果。请按如下步骤完成：

- i. 寻找一个描述了周期性现象（比如风扇、车轮的旋转等）的视频片段并读取进 MATLAB；
- ii. 对该片段进行帧采样。请自行设置采样周期 T （不同于上一题的“ $T = 1s$ ”，这里采样周期的单位是“帧”而不是“秒”，即“每隔 T 帧抽取其中一帧”），获取帧采样后的视频片段；
- iii. 寻找合适的采样周期 T ，你能否观察到类似的“不转动”或者“反向转动”的现象？进一步地，你能否大致估计出视频中旋转的周期？（不做强制要求，同学们只要能看到效果即可）

作业指导

1. 我们鼓励同学们自行寻找或拍摄这样的视频片段。但如果实在找不到，可以使用我们在 canvas 上提供的 demo 动画；
2. 这个题目是一个开放性问题，上面给出的步骤只提供指导，不需要严格按照该步骤进行操作。另外，这里给出一些可能会用到的 MATLAB 视频处理函数的链接供参考：

<https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/ref/videoreader.html>

<https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/ref/videoreader.readframe.html>

<https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/ref/videoreader.read.html>

<https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/ref/videowriter.html>

3. 如果采样周期 T 过大，导出的视频时长可能会很短，此时可将帧采样结果保存为图像查看。

作业要求

1. 编写 2 页以内实验报告（文字 2 页以内，图片不限，PDF 格式）。实验报告需要包括：
题目一：前 3 问所得结果（包括时域采样后序列波形，幅度谱和相位谱），以及第 4 问推导
题目二：**（不强制要求）**你所估算出的旋转周期（以帧为单位）和估算依据
2. 请将实验报告和以下所有文件打包后上传到 canvas：
题目一：代码文件、前 3 问所得结果保存为图像
题目二：代码文件、原始视频（如果用的是 demo 动画则不需要）、帧采样后视频或图片
压缩包命名格式：姓名_学号.zip；报告命名格式：姓名_学号_编程作业二报告.pdf