

TP: Séries de Fourier

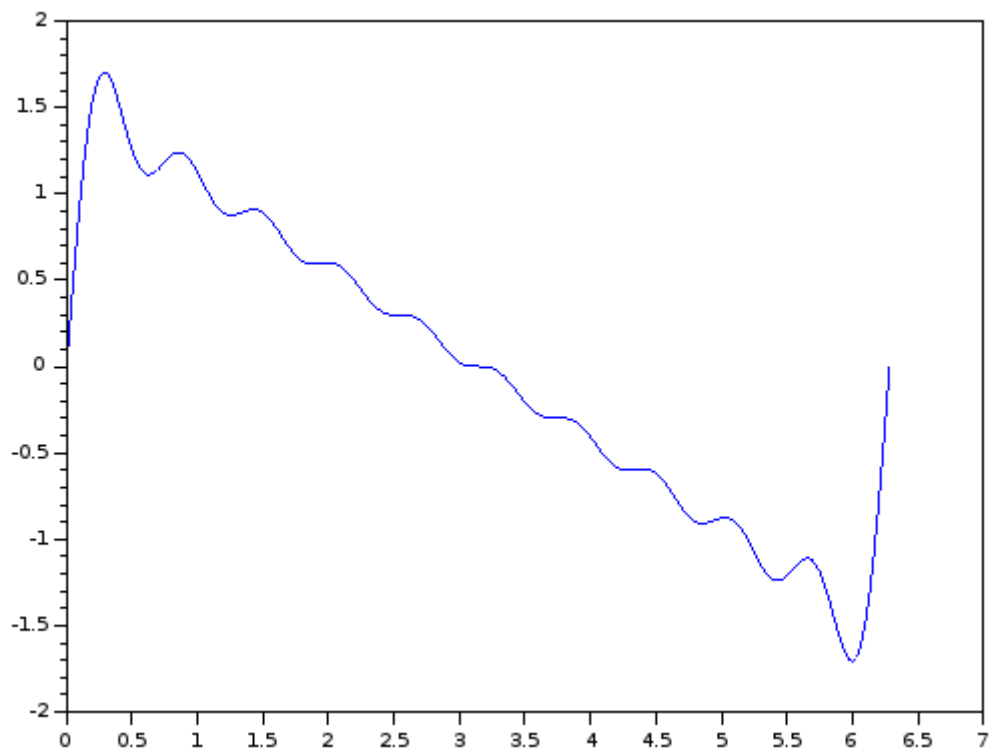
HUARD Titouan

Exercice 1:

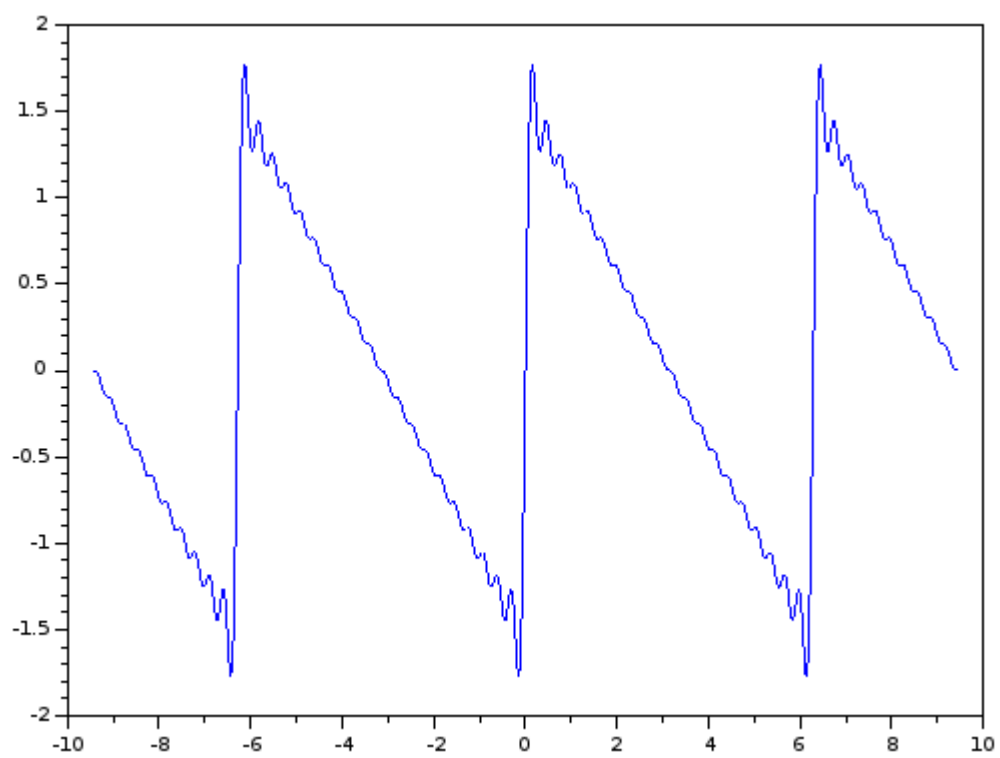
1)

La somme est réaliser grâce à la fonction suivante :

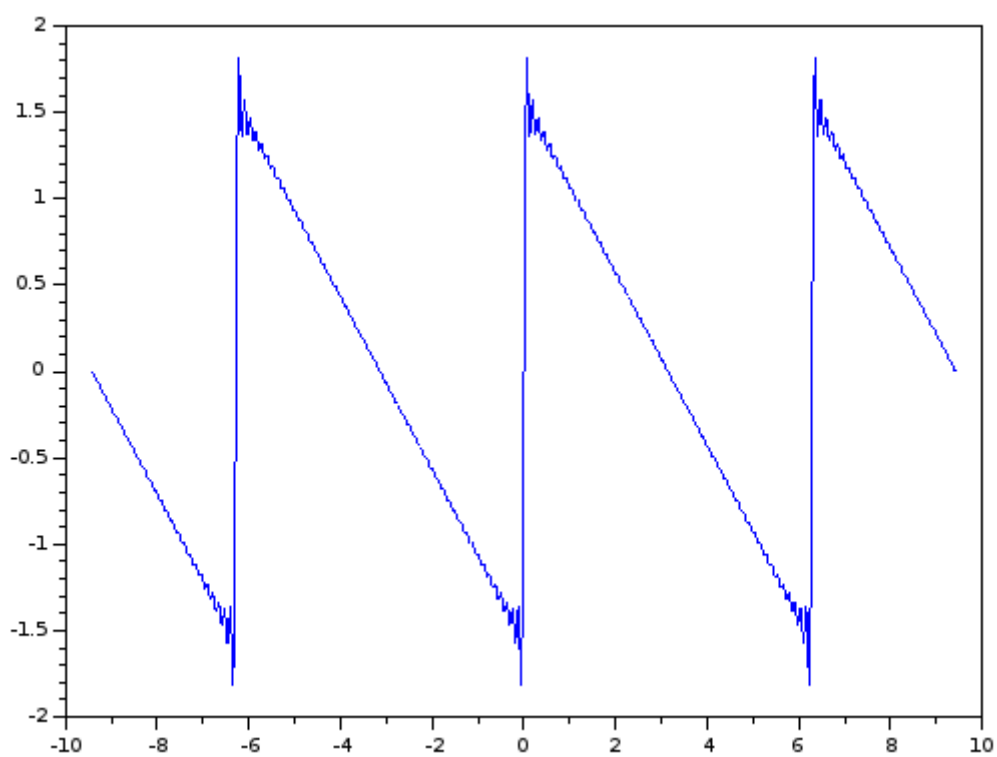
```
function y = somme(n,t)
    s=0
    for k=1:n,
        s = s + ((1/k) * sin(k * t))
    end
    y = s
endfunction
```



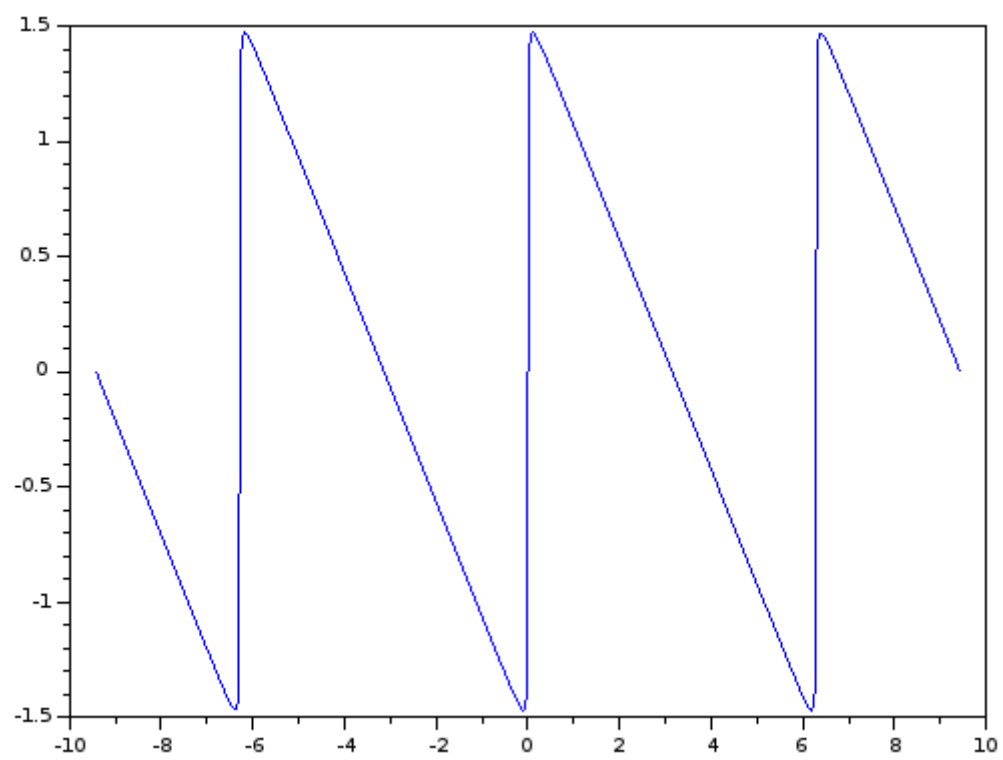
fonction somme pour n=10



fonction somme pour $n=20$



fonction somme pour $n=50$



fonction somme pour $n=200$

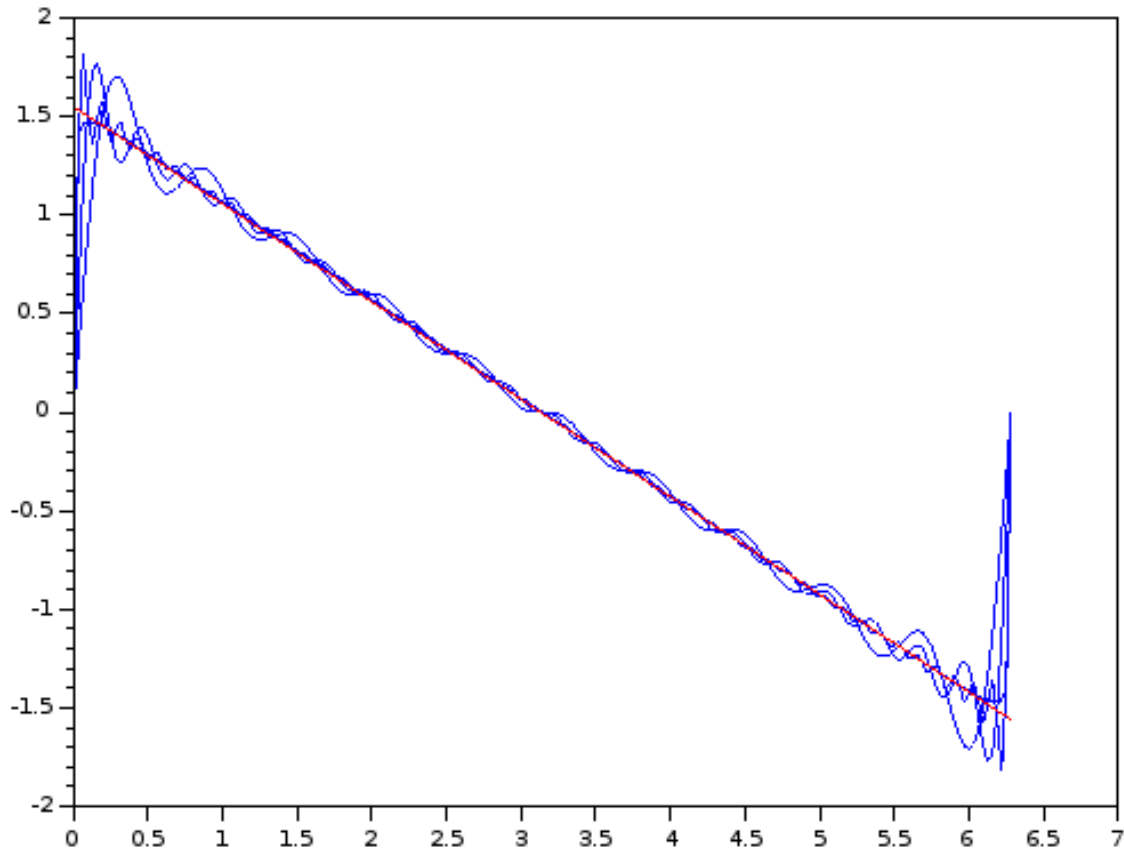
2)

Le signal de la somme de sinus semble converger vers un signal en dent de scie 2π périodique.

En déterminant la pente de la droite, on trouve que entre 0 et 2π la fonction est la suivante :

$$y = -0,495*x + 1,55$$

Ce qui donne la fonction en rouge sur la figure suivante :



approximation de la fonction somme sur $0, 2\pi$

Exercice 2 :

1)

les fonctions sont les suivantes :

```
function y = an_num(T, f, x, n)
retour = zeros(1, n)
for i=0:n-1,
    retour(1, i+1) = (2/T) * inttrap(x, f .* cos (2 * %pi * i * (1/T) .* x))
end
y = retour
endfunction
```

```
function y = bn_num(T, f, x, n)
retour = zeros(1, n)
for i=1:n-1,
    retour(1, i+1) = (2/T) * inttrap(x, f .* sin (2 * %pi * i * (1/T) .* x))
end
y = retour
endfunction
```

2)

En calculant les coefficients pour $\cos(2t)$, on observe que tous les B_n sont égale à 0 et qu'il n'y a que A_2 qui est égale à 1.

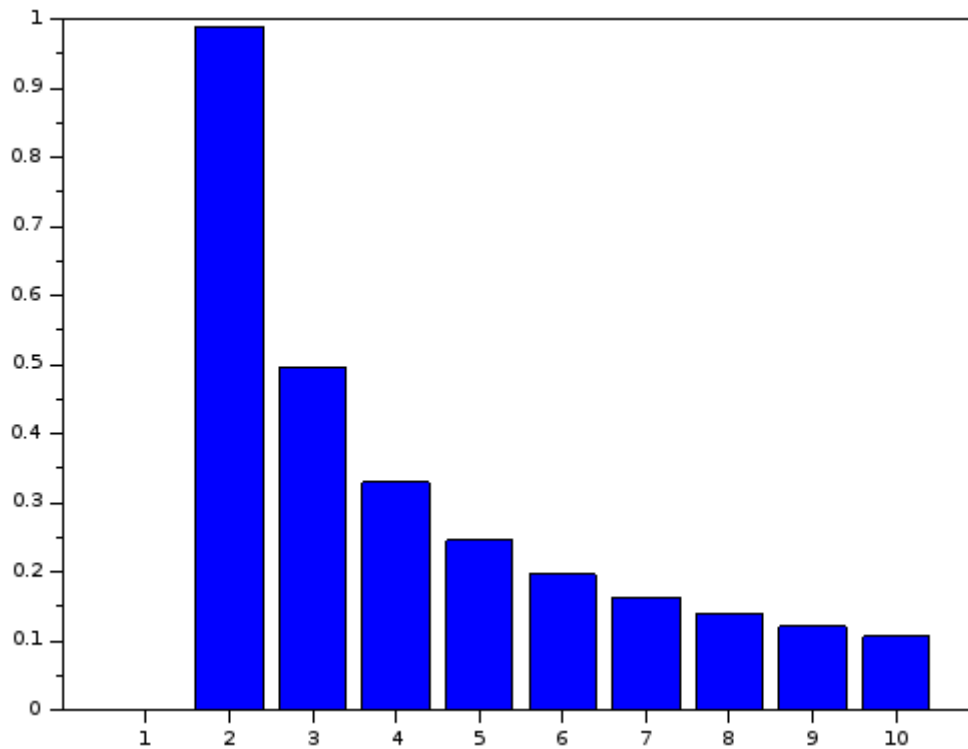
cela est normal étant donnée que la décomposition d'un cos en sinus et cos donne un cosinus.

3)

En calculant les a_n et b_n de `fonc1`, on trouve que les a_n sont tous égale à 0 et que les b_n valent 1, 1/2, 1/4 ... Ce résultat est cohérent avec les valeurs théoriques en effet, la fonction est défini avec des fractions de sinus donc les a_n sont bien égale à 0 et les b_n valent bien les fractions.

4)

L'histogramme des module de A_n n'est pas intéressant étant donné qu'ils sont tous égaux à 0. pour ce qui est des B_n , le graphe est le suivant :



histogramme des modules des coefficients B_n de la fonction fonc1

On observe bien la décroissance des harmoniques en fonction du rang, cette décroissance peut aussi s'expliquer par le coefficient $1/k$ dans la fonction de somme de sinus.

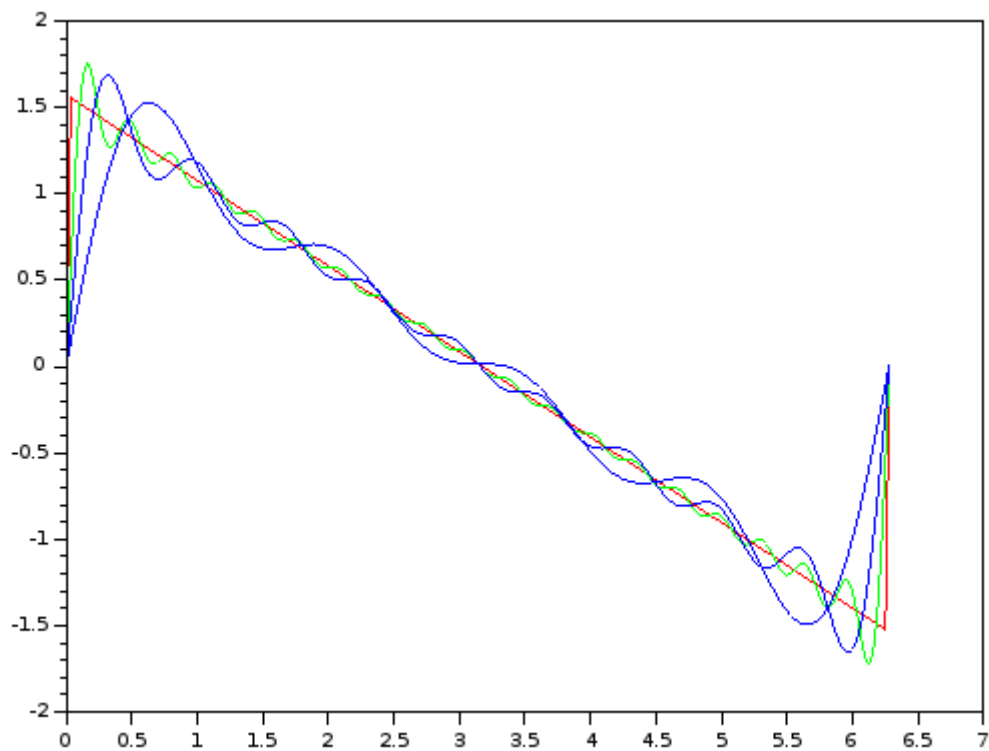
5)

la fonction fourier est donc :

```
function y= fourier(T, f, x, t, N)
an = an_num(T,f,x,N)
bn = bn_num(T,f,x,N)

retour = 0
for i=1:N-1,
    retour = retour + ( an(1,i+1).*cos(2 * %pi * i * (1/T) .* t) + bn(1,i+1).*sin(2 * %pi * i * (1/T) .* t) )
end
retour = retour + an(1,1)/2
y = retour
endfunction
```

6)



signal reconstitué avec 5,10,20 et 100 harmoniques

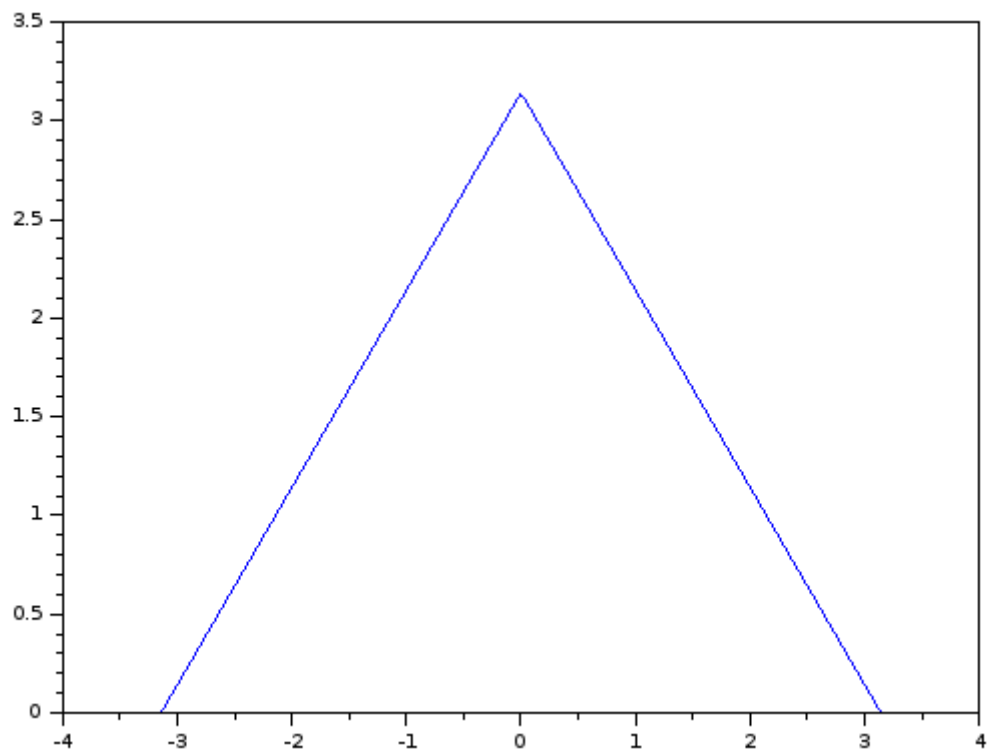
On voit que plus le nombre harmoniques est élevé plus l'approximation de la fonction `fonc1` est bonne. Pour 100 harmoniques, on ne voit pas la différence avec la fonction d'origine.

7)

La fonction suivante permet de créer la courbe voulue

```
function y = triangle(x)
y = zeros(x)
n = length(x)
for i=1:n,
    if(-%pi <= x(i) & x(i) <= 0)
        then y(i) = x(i)+%pi
    elseif(0 <= x(i) & x(i) <= %pi)
        then y(i) = -x(i)+%pi
    end
end
end
endfunction
```

cela permet d'avoir la fonction suivante :



graphe de la fonction crée par triangle()