

## Cours *Régulation Industrielle* E2i4

### Objectifs du cours :

- Apprendre les bases de la commande par micro-processeur (ou la commande numérique) ainsi que la synthèse de régulateurs PID numériques, qui sont les plus répandus dans l'industrie.
- Savoir utiliser les méthodes analytiques numériques (transformée en  $z$ , stabilité, dynamiques) dans le cas de systèmes concrets.
- Acquérir des compétences en implémentation de régulateurs numériques et en utilisation de logiciels adaptés (Matlab, Simulink) sur des systèmes simulés et réels.

**Mots clé :** modèles, fonction transfert premier ordre, 2<sup>ème</sup> ordre, retard, bloqueur, échantillonneur, stabilité, cercle unitaire, régulateur PID numérique, placement pôles.

### Plan du cours :

Introduction, rappels, vue générale schémas de commande numérique en boucle fermée ;

1. Echantillonnage, maintien (blocage), Signaux échantillonnés, systèmes échantillonnés, transformée en  $z$ , propriétés, équations aux différences ;
2. Analyse des systèmes numériques, stabilité, performances ;
3. Systèmes numériques bouclés, compensation, stabilité, performances ;
4. Synthèse de régulateur numérique, méthode indirecte ;
5. Synthèse de régulateur numérique, méthode directe ;
6. Aspects liés à l'implémentation.

### Bibliographie :

1. R.C. Dorf, R. H. Bishop "Modern Control Systems" Ed. Pearson Intern., 2008.
2. I.D. Landau "Commande des systèmes" Ed. Hermès Lavoisier, 2002.

### Organisation du module :

- Cours et travaux dirigés ;
- TP sur ordinateur (Matlab, Simulink) ;
- Evaluation écrite.

## Introduction, schémas en boucle fermée

Grâce à l'évolution des micro-processeurs, la commande numérique est actuellement largement répandue dans l'industrie. La commande analogique en boucle fermée est représentée dans la figure 1 partie haute, et le passage à la commande numérique, dans la partie basse de la même figure.

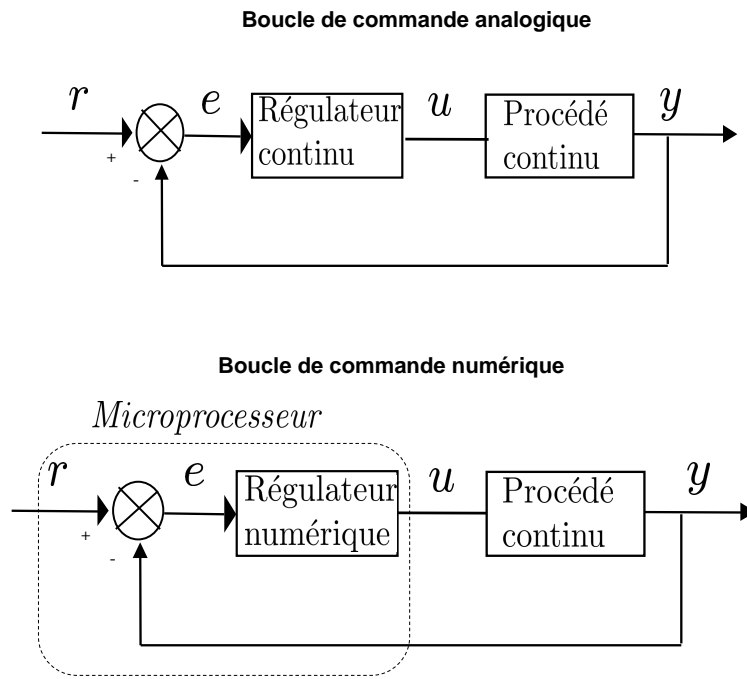


FIGURE 1 – Evolution de la commande de l'analogique vers le numérique

La réalisation d'une commande numérique nécessite des nouveaux éléments pour interfacer le procédé analogique avec le processeur numérique. Ces éléments sont inclus dans les convertisseurs analogique/numérique et numérique/analogique.

La conversion des signaux et les calculs par microprocesseur s'exécutent à une cadence fixée par l'horloge de celui-ci, et elle est nommée **période d'échantillonnage**,  $T_e$ , elle se mesure en secondes. La fréquence d'échantillonnage est son inverse, et elle se mesure en Hz.

## 1. Echantillonnage, maintien, transformée en z

### *Echantillonneur*

L'échantillonneur apparaît dans la conversion analogique/numérique, par exemple pour numériser la sortie mesurée.

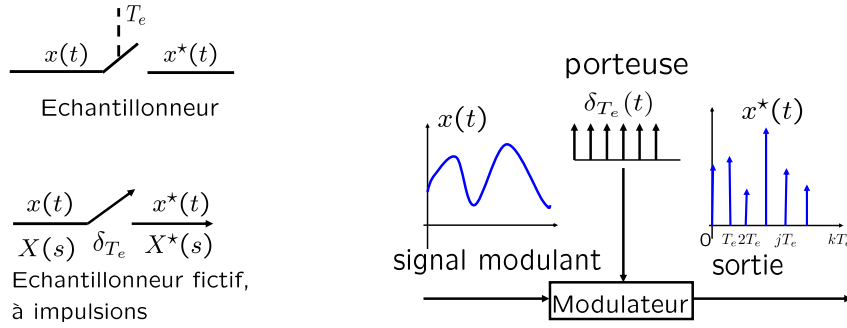


FIGURE 2 – Echantillonneur (gauche), opération d'échantillonnage (droite)

Pour obtenir un signal échantillonné, nous utilisons un train d'impulsions Dirac unitaires  $\delta_{T_e}(t)$  défini comme suit :

$$\delta_{T_e}(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \delta(t - kT_e) \text{ avec impulsion } \delta(t - kT_e) = \begin{cases} 1 & t = kT_e \\ 0 & t \neq kT_e \end{cases} \quad (1)$$

Le signal échantillonné et sa transformée de Laplace s'écrivent :

$$x^*(t) = x(t) \cdot \delta_{T_e}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_e) \delta(t - kT_e) \Rightarrow X^*(s) = \int_0^{\infty} x^*(t) e^{-ts} dt \quad (2)$$

La transformée de Laplace échantillonnée est définie par :

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_e) e^{-kT_e s} \quad (3)$$

Avec le changement de variable :  $z = e^{T_e s}$ ,  
la transformée en  $z$  d'un signal échantillonné se définit par :

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_e) z^{-k} \quad (4)$$

### Bloqueur d'ordre zéro

Le bloqueur est nécessaire dans la conversion numérique/analogique des signaux. Le signal issu d'un bloqueur d'ordre zéro :

$$b(kT_e + \tau) = x(kT_e) \quad 0 \leq \tau < T_e, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

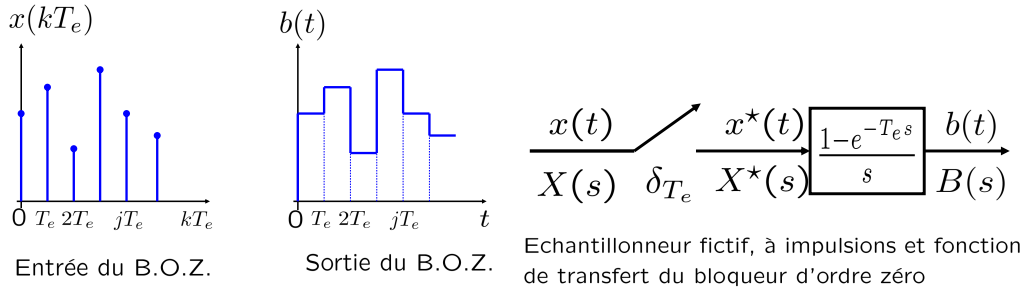


FIGURE 3 – Signal discret (gauche), signal reconstruit après l'élément de maintien - bloqueur (centre), schéma avec échantillonneur et bloqueur (droite)

La fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro est donnée par l'expression :

$$G_0 = \frac{1 - e^{-T_e s}}{s} \quad (6)$$

Dans une stratégie moderne de commande, le bloqueur d'ordre zéro est considéré comme associé au procédé (plutôt qu'au régulateur), et alors il se rajoute devant le procédé continu  $G_p(s)$  (figure 4). La fonction de transfert de l'ensemble bloqueur et procédé continu est :

$$G(s) = \frac{1 - e^{-T_e s}}{s} G_p(s) \quad (7)$$

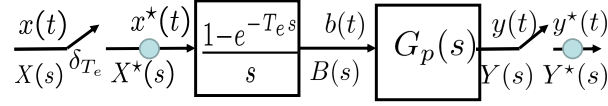


FIGURE 4 – Bloqueur, procédé, signaux entrants et sortants.

La fonction de transfert numérique  $G(z)$  du procédé discrétisé avec bloqueur d'ordre zéro se calcule selon la formule :

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_p(s)}{s} \right\} \quad (8)$$

où  $\mathcal{Z}$  signifie la transformée en  $z$  de la fonction de transfert respective. Le schéma des éléments qui composent le procédé discrétisé est donné ci-dessous :

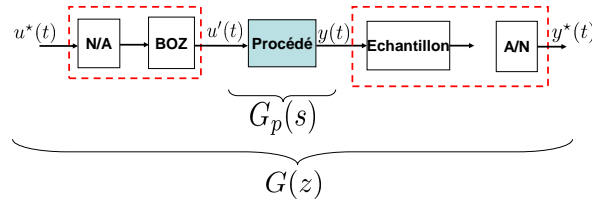


FIGURE 5 – Procédé discrétisé avec bloqueur d'ordre zéro.

### Forme générale d'une fonction en $z$

L'expression générale d'une fonction en  $z$  (p.ex. la transformée en  $z$  d'un signal numérique, ou bien la fonction de transfert d'un système numérique), est généralement écrite sous la forme de rapport de deux polynômes en puissances de  $z$  :

$$G(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0} \quad (9)$$

ou en puissances de  $z^{-1}$  :

$$G(z) = \frac{b_m z^{-(n-m)} + b_{m-1} z^{-(n-m+1)} + \dots + b_0 z^{-n}}{1 + a_{n-1} z^{-1} + \dots + a_0 z^{-n}} \quad (10)$$

Tableau transformée en  $z$  :

	$X(s)$	$x(kT_e)$ ou $x(k)$	$X(z)$
1	-	$\delta_0(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$	1
2	-	$\delta_0(n - k) = \begin{cases} 1, & n = k \\ 0, & n \neq k \end{cases}$	$z^{-k}$
3	$\frac{1}{s}$	$1(k)$	$\frac{z}{z - 1}$
4	$\frac{1}{s^2}$	$kT_e$	$\frac{T_e z}{(z - 1)^2}$
5	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{2!}(kT_e)^2$	$\frac{T_e^2}{2} \frac{z(z + 1)}{(z - 1)^3}$
6	$\frac{1}{s^4}$	$\frac{1}{3!}(kT_e)^3$	$\frac{T_e^3}{6} \frac{z(z^2 + 4z + 1)}{(z - 1)^4}$
7	$\frac{1}{s^m}$	$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} e^{-akT_e}$	$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} \frac{z}{z - e^{-aT_e}}$
8	$\frac{1}{s + a}$	$e^{-akT_e}$	$\frac{z}{z - e^{-aT_e}}$

TABLE 1 – Tableau des transformées en  $z$

Tableau transformée en  $z$  (suite) :

9	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$kT_e e^{-akT_e}$	$\frac{T_e z e^{-aT_e}}{(z - e^{-aT_e})^2}$
10	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2}(kT_e)^2 e^{-akT_e}$	$\frac{T_e^2}{2} e^{-aT_e} \frac{z(z + e^{-aT_e})}{(z - e^{-aT_e})^3}$
11	$\frac{1}{(a+s)^m}$	$\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} e^{-akT_e}$	$\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} \frac{z}{z - e^{-aT_e}}$
12	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-akT_e}$	$\frac{z(1 - e^{-aT_e})}{(z-1)(z - e^{-aT_e})}$
13	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$e^{-akT_e} - e^{-bkT_e}$	$\frac{(e^{-aT_e} - e^{-bT_e})z}{(z - e^{-aT_e})(z - e^{-bT_e})}$
14	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1 - akT_e)e^{-akT_e}$	$\frac{z(z - (1 + aT_e)e^{-aT_e})}{(z - e^{-aT_e})^2}$
15	$\frac{a^2}{s^2(s+a)}$	$akT_e - 1 + e^{-akT_e}$	$\frac{[(aT_e - 1 + e^{-aT_e})]z^2}{(z-1)^2(z - e^{-aT_e})} + \frac{[1 - e^{-aT_e} - aT_e e^{-aT_e}]z}{(z-1)^2(z - e^{-aT_e})}$
16	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega kT_e)$	$\frac{\sin(\omega T_e)z}{z^2 - 2\cos(\omega T_e)z + 1}$

TABLE 2 – Tableau des transformées en  $z$

Tableau transformée en  $z$  (suite) :

17	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega k T_e)$	$\frac{z(z - \cos(\omega T_e))}{z^2 - 2\cos(\omega T_e)z + 1}$
18	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$	$e^{-akT_e} \sin(\omega k T_e)$	$\frac{e^{-aT_e} \sin(\omega T_e) z}{z^2 - 2e^{-aT_e} \cos(\omega T_e) z + e^{-2aT_e}}$
19	$\frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$	$e^{-akT_e} \cos(\omega k T_e)$	$\frac{z(z - e^{-aT_e} \cos(\omega T_e))}{z^2 - 2e^{-aT_e} \cos(\omega T_e) z + e^{-2aT_e}}$
20		$a^k$	$\frac{z}{z - a}$
21		$a^{k-1}, k = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{1}{z - a}$
22		$ka^{k-1}, k = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{z}{(z - a)^2}$
23		$k^2 a^{k-1}$	$\frac{z^2(z + a)}{(z - a)^3}$
24		$a^k \cos k\pi$	$\frac{z}{z + a}$

TABLE 3 – Tableau des transformées en  $z$



*Session TD 1 : Discrétisation de fonctions de transfert analogiques*

**Exercice 1 :**

En utilisant le tableau des transformées en  $z$ , calculez la transformée en  $z$  des fonctions suivantes :

1.

$$G_p(s) = \frac{1}{1 + Ts} \quad (11)$$

2.

$$G_p(s) = \frac{1}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)} \quad (12)$$

3.

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s + 1)} \quad (13)$$

**Exercice 2 :**

calculez la transformée en  $z$  des systèmes suivants, en considérant qu'il y a un bloqueur d'ordre zéro devant le système :

1.

$$G_p(s) = \frac{1}{s} \quad (14)$$

2.

$$G_p(s) = \frac{1}{Ts + 1} \quad (15)$$

***Session applicative TP 1 : discrétisation de fonctions de transfert analogiques***

Créez les fonctions de transfert analogiques suivantes,  $G_p(s)$ , et transformez ces fonctions en numérique, avec l'option **impulse** et avec l'option bloqueur d'ordre zéro, **zoh**.

Pour cela, utilisez Matlab et les commandes adaptées : **tf**, **c2d**.

Pour chaque fonction de transfert et pour chaque valeur de la période d'échantillonnage  $T_e$ , étudier en comparant :

1. La structure de la fonction de transfert numérique obtenue avec l'option **impulse** avec celle obtenue en utilisant l'option **zoh**.
2. L'influence de la valeur de  $T_e$  sur les valeurs des coefficients de la fonction de transfert numérique obtenue avec chacune des options précédentes, séparément.

Procédé $G_p(s)$ :	Paramètres de $G_p(s)$	Choix de $T_e$ :
$\frac{1}{1 + T \cdot s}$	$T = 10 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T, 0.1T, 0.5T)$
$\frac{e^{-Ls}}{1 + T \cdot s}$	$T = 10 \text{ sec},$ $L = 0.5 \text{ sec}, 2 \text{ sec}, 3 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T, 0.1T, 0.5T)$
$\frac{1}{(1 + T_1 \cdot s)(1 + T_2 \cdot s)}$	$T_1 = 1 \text{ sec}, T_2 = 10 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T_2, 0.1T_2, 0.5T_2)$
$\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\zeta\omega_0s + s^2}$	$\omega_0 = 0.05 \text{ rad/sec},$ $\zeta = 0.1, \zeta = 0.5, \zeta = 0.8$	$T_e = 1 \text{ sec}$

## 1. Transformée en $z$ (cont.)

*Fonction de transfert d'un système et équations aux différences*

Soit l'expression de la fonction de transfert d'un système sous la forme de rapport de deux polynômes en  $z$  :

$$G(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0} \quad (16)$$

et en  $z^{-1}$  :

$$G(z) = \frac{b_m z^{-(n-m)} + b_{m-1} z^{-(n-m+1)} + \dots + b_0 z^{-n}}{1 + a_{n-1} z^{-1} + \dots + a_0 z^{-n}} \quad (17)$$

La fonction de transfert d'un système représente la relation entrée/sortie de ce système, dans le domaine fréquentiel, à partir des signaux temporels causaux d'entrée  $u(k)$  et de sortie  $y(k)$  :

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} \quad \text{avec} \quad U(z) = \mathcal{Z}\{u(k)\}, Y(z) = \mathcal{Z}\{y(k)\} \quad (18)$$

pour  $y(k) = 0$  si  $k < 0$  et  $u(k) = 0$  si  $k < 0$

Voir fig 5 ou plus généralement fig. 6 pour le schéma d'un système numérique avec entrée numérique  $u$  et sortie numérique  $y$ .

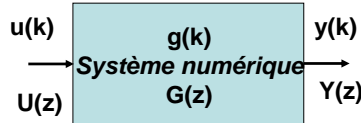


FIGURE 6 – Système discret, entrée/sortie en numérique, fonction de transfert  $G(z)$  et réponse impulsionnelle discrète  $g(k)$ .

La transformée en  $z$  inverse de la fonction de transfert représente la réponse impulsionnelle du système, notée ici  $g(k)$ , qui est une des caractéristiques du système dans le domaine temporel. Elle est obtenue pour une entrée impulsion unitaire  $u(k) = \delta(k)$ , et alors :

$$\text{Pour } U(z) = 1, Y(z) = G(z) \cdot 1 \rightarrow \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\} = y(k) = \mathcal{Z}^{-1}\{G(z)\} \equiv g(k) \quad (19)$$

*En résumé :*

La fonction de transfert  $G(z)$  caractérise le système dans le domaine fréquentiel et la réponse impulsionnelle discrète  $g(k)$ , dans le domaine "temporel", à travers la *convolution*  $*$  :

$$Y(z) = G(z)U(z) \iff y(k) = g(k) * u(k) \quad (20)$$

Pour l'implémentation de la commande sur un microprocesseur, il faut savoir écrire la représentation d'un système par son équation aux différences. Cette équation aux différences, pour l'expression de  $G(z)$  donnée dans (17) s'écrit :

$$y(k) + a_{n-1}y(k-1) + \dots + a_0y(k-n) = b_mu(k-(n-m)) + \dots + b_1u(k-(n-1)) + b_0u(k-n) \quad (21)$$

et la solution de celle-ci donne l'expression de la sortie de celui-ci,  $y(k)$  pour une entrée quelconque  $u(k)$ .

## 2. Analyse des systèmes échantillonnés, stabilité, performances

*Analyse*

- Ordre de la fonction transfert, à partir de son expression en  $z$  (16) :

$$\text{ordre } n = \text{deg polyn den} \quad (22)$$

- Pôles et zéros de la fonction de transfert du système, exprimée en puissances de  $z$  : ce sont les racines du polynôme du dénominateur et du numérateur respectivement :

$$\text{Poles } z_i, \text{ t.q. } \text{den}(G(z))|_{z_i} = 0 \quad (23)$$

$$\text{Zeros } z_j, \text{ t.q. } \text{num}(G(z))|_{z_j} = 0 \quad (24)$$

- Gain statique, se calcule à partir de la fonction de transfert du système, en considérant  $z = 1$  :

$$G(z)|_{z=1} = \text{gain statique} = G(1) \quad (25)$$

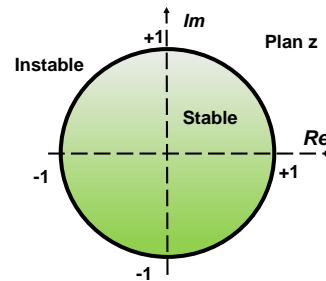
### Stabilité d'un système

La stabilité entrée/sortie se définit comme la propriété d'un système d'avoir une sortie  $y(k)$  qui soit bornée pour une entrée  $u(k)$  bornée.

La stabilité d'un système décrit par sa fonction de transfert numérique  $G(z)$  est assurée si toutes les racines du polynôme du dénominateur  $A(z)$  sont à module inférieur à 1, *i.e.* si tous les pôles du système sont à l'intérieur du cercle unitaire :

Les pôles du système, notés  $z_i$ , doivent être de module inférieur à 1 pour que le système soit **stable**.

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \text{ et } z_i \text{ t.q. } A(z_i) = 0 \rightarrow |z_i| < 1$$



Zone de stabilité intérieur cercle.

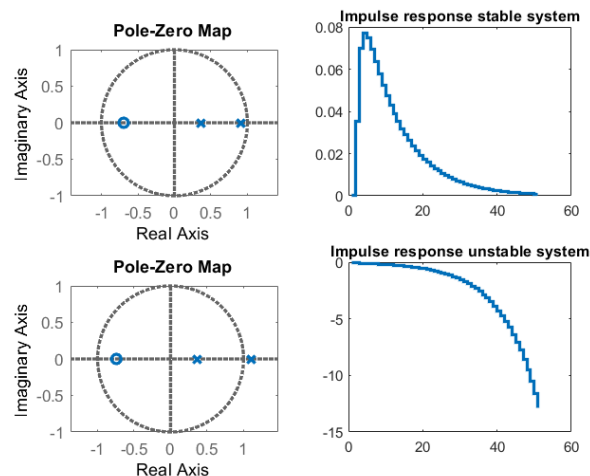


FIGURE 7 – Système stable et sa réponse impulsionnelle (en haut). Système instable et sa réponse impulsionnelle (en bas).

Le **critère algébrique de Jury** donne les conditions nécessaires pour les coefficients de  $A(z)$  pour que la fonction de transfert soit stable, sans passer par le calcul explicite des pôles du système (racines de  $A(z)$ ).

Soit le polynôme  $A(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots a_{n-1}z^{n-1} + a_nz^n$

La *condition nécessaire et suffisante de stabilité asymptotique* est que les conditions suivantes soient remplies simultanément :

Conditions pour  $n = 2, 3$  et  $a_n = 1$

Pour  $n = 2$  :

- $|a_0| < 1$
- $A(1) = 1 + a_1 + a_0 > 0 \Rightarrow a_0 > -a_1 - 1$
- $A(-1) = 1 - a_1 + a_0 > 0 \Rightarrow a_0 > a_1 - 1$

Pour  $n = 3$  :

- $|a_0| < 1$
- $A(1) = a_0 + a_1 + a_2 + 1 > 0$
- $A(-1) = a_0 - a_1 + a_2 - 1 < 0$
- $|b_0| < |b_2| \Rightarrow a_0^2 - 1 < a_2a_0 - a_1$
- $|b_{n-1}| < |b_0|$

### Performances dynamiques

*Temporel* : réponse impulsionnelle, indicielle, gain statique, ordre, temps de montée, temps d'établissement, dépassement.

Se rappeler de l'année précédente, du cours d'Asservissements linéaires, la réponse typique d'un premier ordre et ses caractéristiques.

Les performances temporelles d'un système du deuxième ordre sont montrées à la figure 8.

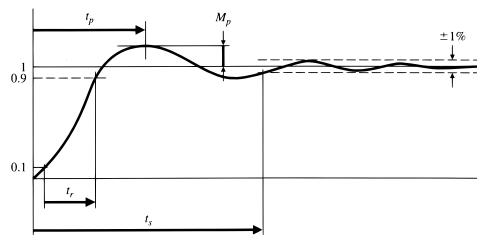


FIGURE 8 – Réponse indicielle d'un deuxième ordre avec indices perf.

Dans la figure 9 nous représentons la famille des réponses indicielle d'un système du deuxième ordre stable avec une pulsation caractéristique  $\omega_n$ , pour différentes valeurs de l'amortissement  $\zeta$  :

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2}$$

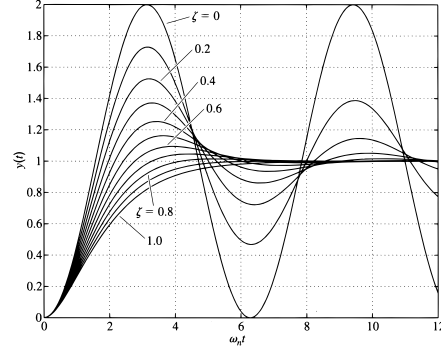


FIGURE 9 – Réponses indicielles d'un système stable du deuxième ordre, en temps normalisé avec  $\omega_n$ .

*Fréquentiel* : Diagramme pôle/zéro : fréquence normalisée, amortissement. Diagramme de Bode : ordre, pente asymptote basses fréquences, pente asymptote hautes fréquences, bande passante, résonance.

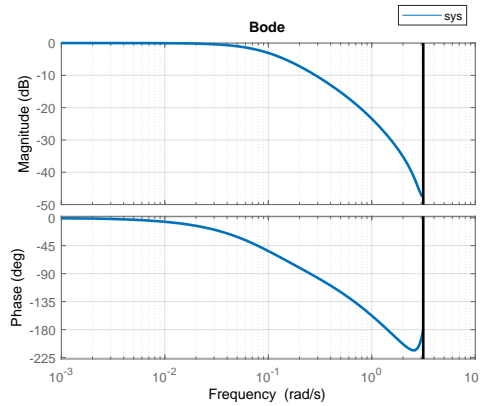


FIGURE 10 – Exemple de diagramme de Bode, tracé en numérique jusqu'à la fréquence de Shannon.

Dans la figure 11 nous montrons les lieux d'amortissement constant, dans le demi plan supérieur du cercle unité (le demi-plan inférieur étant symétrique par rapport à l'horizontale).

Le lien entre le plan de la variable Laplace  $s$  et celui de la variable  $z$  est donné par la relation :

$$z = e^{sT_e} \text{ avec } s = \sigma + j\omega \quad (26)$$

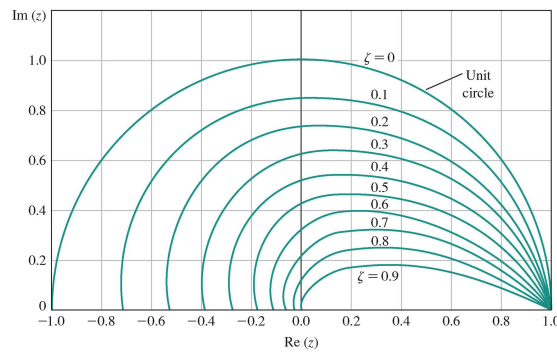


FIGURE 11 – Demi-cercle unitaire du plan  $z$ , lieux amortissement const.  $\zeta$ .

### *Session TD 2 : Représentations, stabilité et performances*

1. Ecrire les équations aux différences des systèmes numériques obtenus dans la session applicative 1 en Matlab.  
Travaillez pour le cas  $T_e = 1$  sec uniquement.
2. Calculer les pôles et les zéros des fonctions de transfert numériques obtenues dans la session applicative 1 en Matlab. Commenter la stabilité en fonction de ces pôles.
3. Appliquer le critère de Jury pour les fonctions de transfert numériques obtenues dans la session applicative 1 en Matlab, juste les 2 derniers systèmes, du second ordre.  
Travaillez pour le cas  $T_e = 1$  sec uniquement.



### *Session applicative TP 2 : analyse des systèmes échantillonnés*

Les systèmes échantillonnés sont décrites soit par une équation aux différences soit par une fonction de transfert. Dans cette session nous utiliserons la *fonction de transfert*.

Les buts de cette session sont :

- comprendre la stabilité d'un système discret, à travers l'emplacement de ses pôles ;
- montrer le lien entre les caractéristiques de la fonction de transfert en continu et celle en discret ;
- interpréter les graphiques obtenus et préciser les indices de "performance dynamique" en temporel et en fréquentiel.

Comme dans la première session applicative, créer les fonctions de transfert analogiques dans le tableau suivant,  $G_p(s)$  et transformez ces fonctions en numérique, avec l'option bloqueur d'ordre zéro.

Pour cela, utiliser Matlab et les commandes adaptées : `tf`, `c2d`.

*Remarque* : Ces fonctions de transfert ont été déjà créées dans la première session applicative (sauf la dernière).

Pour chacune de ces fonctions de transfert numériques :

1. Etudier les réponses temporelles en utilisant les commandes `impulse`, `step`.
2. Etudier le cercle unité pour les pôles et les zéros en utilisant les commandes `pzmap`, `grid`, `ddamp`.
3. Etudier les réponses fréquentielles en utilisant les commandes `bode`.
4. Interpréter les résultats obtenus et commenter les différentes manières d'analyser le système : en temporel (gain statique, temps de montée, temps de réponse, dépassement, période d'oscillation) et en fréquentiel (gain statique, fréquence de coupure, pente de l'asymptote hautes fréquences en Bode).

Procédé $G_p(s)$ :	Paramètres de $G_p(s)$	Choix de $T_e$ :
$\frac{1}{1 + T \cdot s}$	$T = 10 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T, 0.1T, 0.5T)$
$\frac{e^{-Ls}}{1 + T \cdot s}$	$T = 10 \text{ sec},$ $L = 0.5 \text{ sec}, 2 \text{ sec}, 3 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T, 0.1T, 0.5T)$
$\frac{1}{(1 + T_1 \cdot s)(1 + T_2 \cdot s)}$	$T_1 = 1 \text{ sec}, T_2 = 10 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T_2, 0.1T_2, 0.5T_2)$
$\frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2}$	$\omega_n = 0.05 \text{ rad/sec},$ $\zeta = 0.1, \zeta = 0.5, \zeta = 0.8$	$T_e = 1 \text{ sec}$
$\frac{1}{(1 + T_1 \cdot s)(1 - T_2 \cdot s)}$	$T_1 = 1 \text{ sec}, T_2 = 10 \text{ sec}$	$T_e = (0.01T_2, 0.1T_2, 0.5T_2)$