

ANNEXE FILTRAGE

- Fonctions de transfert -
 - Schéma de filtres actifs -
 - Abaques Bessel, Butherworth, Tchebycheff -
-

Tableau VI. – Fonctions de transfert et courbes de réponse en amplitude et temps de propagation des circuits élémentaires du 1^{er} et du 2^e ordres servant à la synthèse des filtres en cascade.

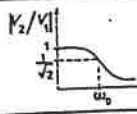
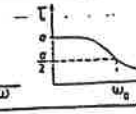
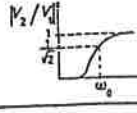
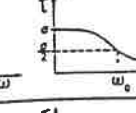
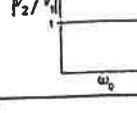
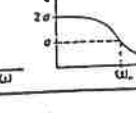
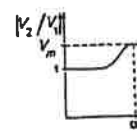
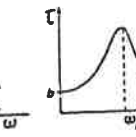
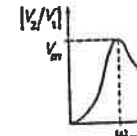
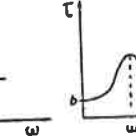
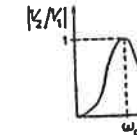
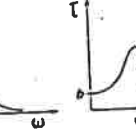
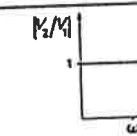
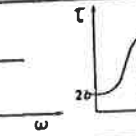
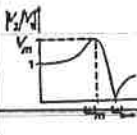
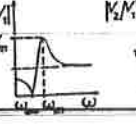
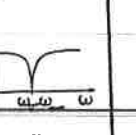
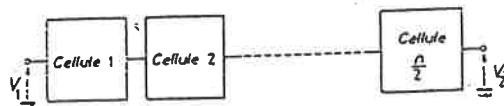
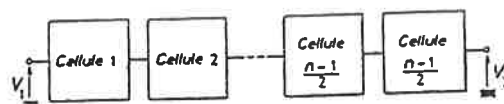
Type de filtre		Fonction de transfert $F(p) = V_2/V_1$	Paramètres usuels	Courbes de réponse
Premier ordre	Passe-bas	$\frac{1}{ap + 1}$	$\omega_0 = 1/a$ $\tau = \frac{a}{1 + a^2 \omega^2}$	 
	Passe-haut	$\frac{ap}{ap + 1}$	$\omega_0 = 1/a$ $\tau = \frac{a}{1 + a^2 \omega^2}$	 
	Passe-tout	$\frac{ap - 1}{ap + 1}$	$\omega_0 = 1/a$ $\tau = \frac{2a}{1 + a^2 \omega^2}$	 
Deuxième ordre sans zéro de transmission	Passe-bas	$\frac{1}{ap^2 + bp + 1}$	$Q = \sqrt{a/b}$ $\omega_0^2 = 1/a$ $\omega_m = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ $V_m = Q \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$ $\omega'_m \approx \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$	 
	Passe-haut	$\frac{ap^2}{ap^2 + bp + 1}$	$Q = \sqrt{a/b}$ $\omega_0^2 = 1/a$ $\omega_m = \omega_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$ $V_m = Q \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$ $\omega'_m \approx \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$	 
	Passe-bande	$\frac{bp}{ap^2 + bp + 1}$	$Q = \sqrt{a/b}$ $\omega_0^2 = 1/a$ $\omega_m = \omega_0$ $V_m = 1$ $\omega'_m \approx \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$	 
	Passe-tout	$\frac{ap^2 - bp + 1}{ap^2 + bp + 1}$	$Q = \sqrt{a/b}$ $\omega_0^2 = 1/a$ $\omega'_m \approx \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$	 
Deuxième ordre avec zéro de transmission	Passe-bas Passe-haut et réjecteur	$\frac{p^2 + \omega_\infty^2}{ap^2 + bp + 1}$ Passe-bas: $\omega_0 < \omega_\infty$ Passe-haut: $\omega_0 > \omega_\infty$ Réjecteur: $\omega_0 = \omega_\infty$	$Q = \sqrt{a/b}$ $\omega_0^2 = 1/a$ τ identique aux filtres de 2 ^e ordre sans zéro de transmission	  
				Passe-bas Passe-haut Réjecteur

Tableau VII. – Principe de réalisation d'un filtre en cascade.

Les cellules 1, 2, ... $n/2$ si n est pair et 1, 2, ... $(n-1)/2$ si n est impair sont des circuits biquadratiques dont les schémas les plus utiles sont donnés dans les tableaux VIII, IX et X et l'allure des réponses individuelles dans le tableau VI. Dans les tableaux XI à XXI figurent également les valeurs V_m et ω_m permettant d'effectuer un réglage précis, cellule par cellule. La dernière cellule des filtres d'ordre n impair est un circuit du premier ordre dont le schéma est indiqué en ⓐ (passe-bas), ⓑ (passe-haut) et ⓒ (passe-tout).



I filtre d'ordre n pair



II filtre d'ordre n impair

Schéma de la cellule ($n+1/2$)	Fonction de transfert	Paramètres
<p>ⓐ passe-bas</p>	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{RCp + 1}$	$RC\omega_0 = 1$
<p>ⓑ passe-haut</p>	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{RCp}{RCp + 1}$	$RC\omega_0 = 1$
<p>ⓒ passe-tout</p>	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1 - RCp}{1 + RCp}$	$RC\omega_0 = 1$

Tableau VIII. - Filtrés actifs du 2^e ordre à un amplificateur opérationnel et à réaction positive.

• Les circuits (a) à (c) sont le plus simples possible (cellules de Sallen et Key). La variation de r permet d'ajuster Q indépendamment de ω_0 .

Si $r_2 \ll R$, la dispersion de la valeur des éléments est de quelques Q^2 . Les sensibilités sont alors:

$S_{r_1}^0$ faibles (quelques unités au maximum),
 S_A^0 proportionnelles à Q^2 .

Si r/R est augmenté, tout en restant faible devant l'unité, la dispersion des éléments est fortement réduite sans que les sensibilités $S_{r_1}^0$ ne soient trop augmentées (optimisation de Saraga, [l.b. 74] en Doc. E 3132).

• Les circuits (d) à (h) (cellules de Sedra) sont plus complexes et nécessitent des composants appariés dans les doubles T. Il en résulte une plus faible sensibilité S_A^0 , qui devient de l'ordre de grandeur de Q , et une dispersion faible de la valeur des éléments (de l'ordre de grandeur de Q); mais les sensibilités $S_{r_1}^0$ sont augmentées et deviennent du même ordre de grandeur que Q .

Toutes les sensibilités S^{**0} sont faibles (< 1).

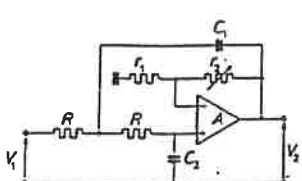
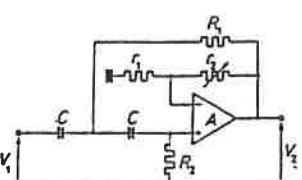
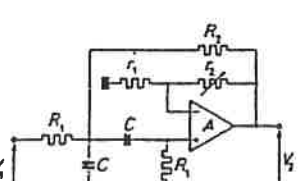
Schémas	Fonction de transfert	Paramètres
 <p>Ⓐ passe-bas</p>	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + \alpha}{R^2 C_1 C_2 p^2 + R p (2 C_2 - \alpha C_1) + 1}$	$R^2 C_1 C_2 \omega_0^2 = 1$ $\alpha = \frac{r_2}{r_1}$ $Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{2 C_2 - \alpha C_1}$ <p>Si $r_2 = \alpha = 0$: $C_1 = 4 Q^2 C_2$</p>
 <p>Ⓑ passe-haut</p>	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 R_2 C^2 (1 + \omega^2 p^2)}{R_1 R_2 C^2 p^2 + C p (2 R_1 - \alpha R_2) + 1}$	$R_1 R_2 C^2 \omega_0^2 = 1$ $\alpha = \frac{r_2}{r_1}$ $Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{2 R_1 - \alpha R_2}$ <p>Si $r_2 = \alpha = 0$: $R_1 = R_2 / 4 Q^2$</p>
 <p>Ⓒ passe-bande</p>	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(1 + \omega R_2 C p)}{R_1 R_2 C^2 p^2 + C p (3 R_2 - \alpha R_1) + 1 + \frac{R_2}{R_1}}$	$R_1 R_2 C^2 \omega_0^2 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ $\alpha = \frac{r_2}{r_1}$ $Q = \frac{\sqrt{R_2 (R_1 + R_2)}}{3 R_2 - \alpha R_1}$ <p>Si $r_2 = \alpha = 0$: $R_1 = (9 Q^2 - 1) R_2$</p>

Tableau XI. – Filtres de Bessel.

n	Cellule	V_m	ω_m	$F^{-1}(p) = V_1/V_2$
2	1			$0,618\,0\,p^2 + 1,361\,6\,p + 1$
3	1 2			$0,477\,1\,p^2 + 0,999\,6\,p + 1$ $0,756\,p + 1$
4	1 2	1,02	0,768	$0,388\,9\,p^2 + 0,774\,2\,p + 1$ $0,488\,9\,p^2 + 1,339\,6\,p + 1$
5	1 2 3	1,09	1,116	$0,412\,8\,p^2 + 1,140\,1\,p + 1$ $0,324\,5\,p^2 + 0,621\,5\,p + 1$ $0,665\,p + 1$
6	1 2 3	1,17	1,376	$0,388\,7\,p^2 + 1,221\,7\,p + 1$ $0,350\,4\,p^2 + 0,968\,6\,p + 1$ $0,275\,6\,p^2 + 0,513\,0\,p + 1$
7	1 2 3 4	1,25	1,595	$0,339\,4\,p^2 + 1,094\,4\,p + 1$ $0,301\,0\,p^2 + 0,830\,3\,p + 1$ $0,238\,0\,p^2 + 0,433\,2\,p + 1$ $0,593\,p + 1$
8	1 2 3 4	1,34	1,787	$0,316\,1\,p^2 + 1,111\,2\,p + 1$ $0,297\,9\,p^2 + 0,975\,3\,p + 1$ $0,262\,1\,p^2 + 0,720\,2\,p + 1$ $0,208\,7\,p^2 + 0,372\,7\,p + 1$
9	1 2 3 4 5	1,42	1,962	$0,283\,4\,p^2 + 1,024\,3\,p + 1$ $0,263\,5\,p^2 + 0,871\,0\,p + 1$ $0,185\,4\,p^2 + 0,325\,7\,p + 1$ $0,231\,0\,p^2 + 0,631\,9\,p + 1$ $0,538\,p + 1$

On remarque que les filtres de Bessel ont une courbe de réponse en bande passante pratiquement indépendante de l'ordre du filtre.

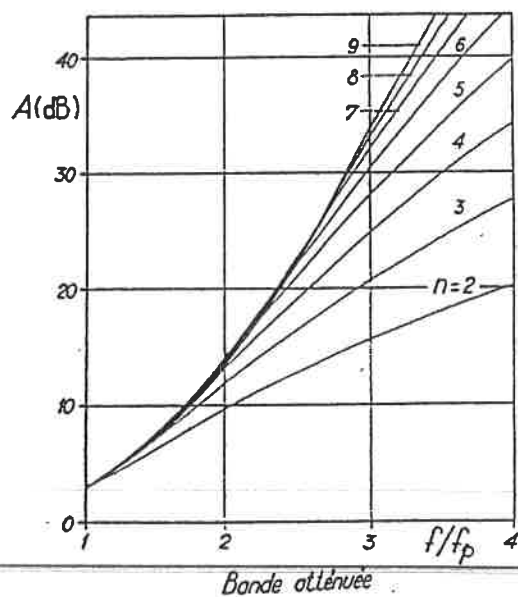
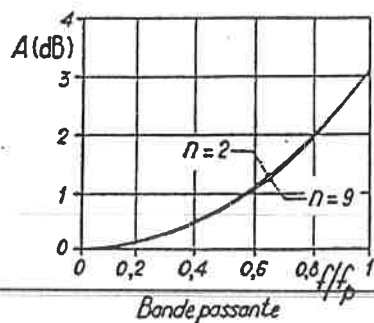


Tableau XII. - Filtres de Butterworth.

n	Cellule	V_m	ω_m	$F^{-1}(p) = V_1/V_2$
2	1			$p^2 + 1,414\,2\,p + 1$
3	1 2	1,15	0,707	$p^2 + 1,000\,0\,p + 1$
4	1 2	1,41	0,840	$p^2 + 1,847\,7\,p + 1$ $p^2 + 0,765\,3\,p + 1$
5	1 2 3	1,70	0,899	$p^2 + 1,618\,0\,p + 1$ $p^2 + 0,618\,0\,p + 1$ $p + 1$
6	1 2 3	1,99	0,930	$p^2 + 1,931\,8\,p + 1$ $p^2 + 1,414\,2\,p + 1$ $p^2 + 0,517\,6\,p + 1$
7	1 2 3 4	1,02 2,30	0,471 0,949	$p^2 + 1,801\,9\,p + 1$ $p^2 + 1,246\,9\,p + 1$ $p^2 + 0,445\,0\,p + 1$ $p + 1$
8	1 2 3 4	1,08 2,61	0,618 0,961	$p^2 + 1,961\,5\,p + 1$ $p^2 + 1,662\,9\,p + 1$ $p^2 + 1,111\,1\,p + 1$ $p^2 + 0,390\,1\,p + 1$
9	1 2 3 4 5	1,15 2,92	0,707 0,969	$p^2 + 1,879\,3\,p + 1$ $p^2 + 1,532\,0\,p + 1$ $p^2 + 1,000\,0\,p + 1$ $p^2 + 0,347\,2\,p + 1$ $p + 1$

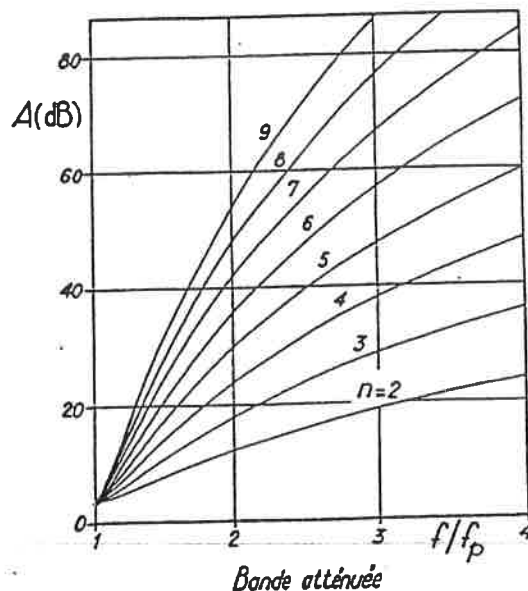
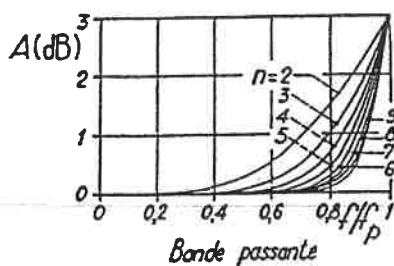


Tableau XV. – Filtres de Tchebycheff d'ondulation en bande passante de 0,1 dB.

n	Cellule	V_m	ω_m	$F^{-1}(p) = V_1/V_2$
2	1	1,01	0,707	$0,3017 p^2 + 0,7158 p + 1$
3	1 2	1,44	1,104	$0,5918 p^2 + 0,5736 p + 1$ $1,031 p + 1$
4	1 2	2,24	1,091	$0,7518 p^2 + 0,3972 p + 1$ $1,6053 p^2 + 2,0475 p + 1$
5	1 2 3	3,32 1,09	1,067 0,505	$0,8368 p^2 + 0,2787 p + 1$ $1,5725 p^2 + 1,3712 p + 1$ $1,855 p + 1$
6	1 2 3	4,66 1,43	1,050 0,707	$3,7970 p^2 + 3,2506 p + 1$ $0,8854 p^2 + 0,2031 p + 1$ $1,4360 p^2 + 0,8999 p + 1$
7	1 2 3 4	6,25 1,04 1,91	1,038 0,315 0,801	$0,9153 p^2 + 0,1534 p + 1$ $3,0283 p^2 + 2,0560 p + 1$ $1,3276 p^2 + 0,6237 p + 1$ $2,654 p + 1$
8	1 2 3 4	8,09 2,50 1,30	1,030 0,855 0,517	$6,8675 p^2 + 4,4178 p + 1$ $0,9350 p^2 + 0,1196 p + 1$ $1,2517 p^2 + 0,4561 p + 1$ $2,4026 p^2 + 1,3103 p + 1$
9	1 2 3 4 5	1,67 10,19 1,03 3,18	0,631 1,024 0,228 0,890	$2,0098 p^2 + 0,8944 p + 1$ $0,9485 p^2 + 0,0956 p + 1$ $4,9665 p^2 + 2,7112 p + 1$ $1,1985 p^2 + 0,3481 p + 1$ $3,442 p + 1$

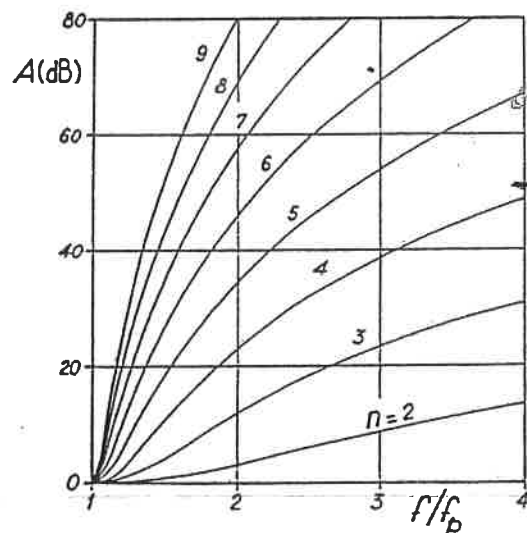
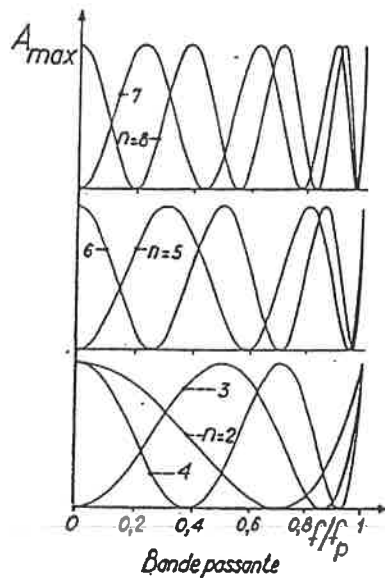


Tableau XVII. - Filtres de Tchebycheff d'ondulation en bande passante de 0,5 dB.

n	Cellule	V_m	ω_m	$F^{-1}(p) = V_1/V_2$
2	1	1,05	0,707	$0,659\ 5\ p^2 + 0,940\ 2\ p + 1$
3	1 2	1,78	0,972	$0,875\ 3\ p^2 + 0,548\ 3\ p + 1$ $1,596\ p + 1$
4	1 2	2,98	1,001	$0,940\ 2\ p^2 + 0,329\ 7\ p + 1$ $2,805\ 7\ p^2 + 2,375\ 5\ p + 1$
5	1 2 3	1,30 4,57	0,552 1,005	$2,097\ 4\ p^2 + 1,229\ 6\ p + 1$ $0,965\ 4\ p^2 + 0,216\ 1\ p + 1$ $2,759\ p + 1$
6	1 2 3	6,53 1,88	1,005 0,707	$6,369\ 5\ p^2 + 3,691\ 7\ p + 1$ $0,977\ 4\ p^2 + 0,151\ 8\ p + 1$ $1,694\ 8\ p^2 + 0,719\ 1\ p + 1$
7	1 2 3 4	8,85 1,22 2,62	1,004 0,383 0,791	$0,984\ 1\ p^2 + 0,112\ 1\ p + 1$ $3,938\ 8\ p^2 + 1,818\ 2\ p + 1$ $1,477\ 3\ p^2 + 0,471\ 9\ p + 1$ $3,903\ p + 1$
8	1 2 3 4	11,54 1,69 3,50	1,004 0,538 0,842	$11,356\ 8\ p^2 + 4,980\ 9\ p + 1$ $0,988\ 2\ p^2 + 0,086\ 2\ p + 1$ $2,788\ 2\ p^2 + 1,036\ 7\ p + 1$ $1,348\ 9\ p^2 + 0,335\ 1\ p + 1$
9	1 2 3 4 5	2,27 1,20 14,58 4,50	0,637 0,294 1,003 0,877	$2,209\ 7\ p^2 + 0,671\ 7\ p + 1$ $6,396\ 2\ p^2 + 2,385\ 0\ p + 1$ $0,990\ 8\ p^2 + 0,068\ 2\ p + 1$ $1,266\ 8\ p^2 + 0,251\ 3\ p + 1$ $5,040\ p + 1$

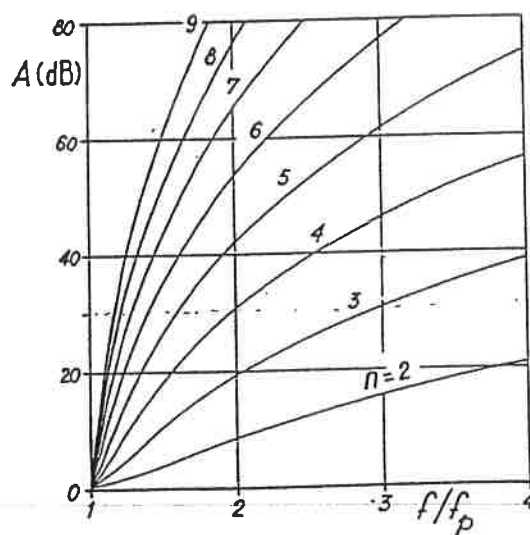
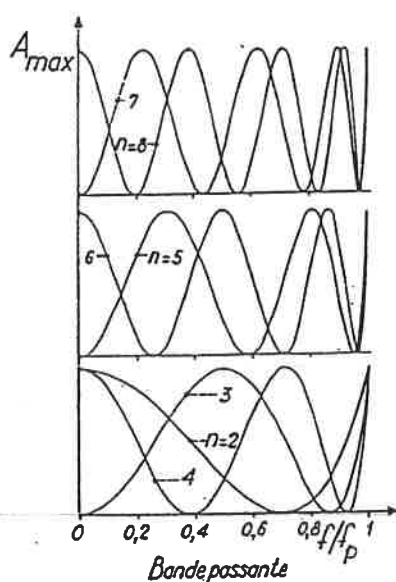


Tableau XVIII. – Filtrés de Tchebycheff d'ondulation en bande passante de 1 dB.

n	Cellule	V_m	ω_m	$F^{-1}(p) = V_1/V_2$
2	1	1,12	0,707	$0,907\ 0\ p^2 + 0,995\ 6\ p + 1$
3	1 2	2,08	0,933	$1,005\ 8\ p^2 + 0,497\ 0\ p + 1$ $2,023\ p + 1$
4	1 2	3,59 1,01	0,973 0,228	$1,013\ 6\ p^2 + 0,282\ 8\ p + 1$ $3,579\ 1\ p^2 + 2,411\ 3\ p + 1$
5	1 2 3	1,49 5,57	0,565 0,986	$2,329\ 3\ p^2 + 1,091\ 1\ p + 1$ $1,011\ 8\ p^2 + 0,181\ 0\ p + 1$ $3,454\ p + 1$
6	1 2 3	8,01 2,25	0,991 0,707	$8,018\ 8\ p^2 + 3,721\ 7\ p + 1$ $1,009\ 3\ p^2 + 0,125\ 5\ p + 1$ $1,793\ 0\ p^2 + 0,609\ 2\ p + 1$
7	1 2 3 4	1,40 3,19 10,91	0,402 0,787 0,994	$4,339\ 3\ p^2 + 1,606\ 1\ p + 1$ $1,530\ 3\ p^2 + 0,391\ 9\ p + 1$ $1,007\ 3\ p^2 + 0,092\ 0\ p + 1$ $4,868\ p + 1$
8	1 2 3 4	4,29 2,02 14,24	0,838 0,544 0,995	$14,232\ 6\ p^2 + 5,009\ 8\ p + 1$ $1,382\ 0\ p^2 + 0,275\ 5\ p + 1$ $2,933\ 7\ p^2 + 0,875\ 4\ p + 1$ $1,005\ 8\ p^2 + 0,070\ 4\ p + 1$
9	1 2 3 4 5	1,37 2,76 18,03 5,54	0,312 0,639 0,996 0,873	$7,024\ 2\ p^2 + 2,103\ 3\ p + 1$ $2,280\ 1\ p^2 + 0,556\ 6\ p + 1$ $1,004\ 7\ p^2 + 0,055\ 6\ p + 1$ $1,289\ 6\ p^2 + 0,205\ 4\ p + 1$ $6,276\ p + 1$

