

# Chapitre IV : Les boucles à verrouillage de phase

## I. Introduction – A quoi ça sert

Les boucles à verrouillage de phase sont utilisées depuis presque 40 ans dans le domaine des télécommunications spatiales. Comme tout système électronique, ce système a fait son apparition dans les applications grand public et il est désormais présent dans un grand nombre d'applications de télécommunication au sens général, dans des appareils de mesure ou dans la synthèse de fréquence.

Les boucles à verrouillage de phase sont des systèmes asservis. Ils travaillent par asservissement de phase (PLL : Phase Locked Loop). Elles sont utilisées en électronique pour asservir en fréquence un oscillateur à un signal source de référence. On les retrouve dans différentes applications telles que :

- En démodulateur de fréquence dans le domaine de l'électronique analogique (cf TD & TP)
- En synthétiseur de fréquence par asservissement sur un oscillateur à quartz
- Retrouver la phase donc la fréquence d'un signal noyé dans du bruit.
- En numérique, les PLL peuvent servir à la reconstitution d'un signal d'horloge à partir d'un train numérique de données.

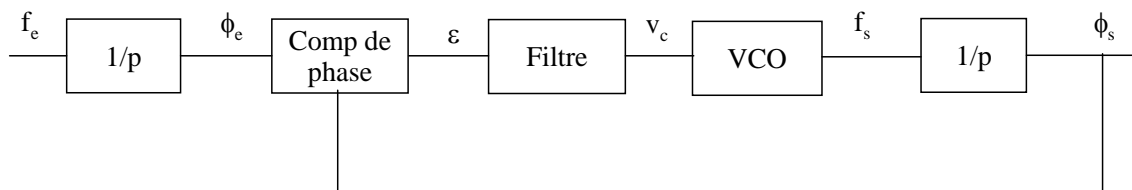
La propriété principale des PLL est de réaliser une détection cohérente du signal. Cette méthode de détection est très avantageuse lorsque la puissance du signal reçu est très faible, ce qui est le cas de nombreuses applications où la nécessité de communiquer de plus en plus loin croît sans cesse. Les boucles à verrouillage de phase constituent alors une bonne solution par rapport au prix, à la simplicité de conception et de réglage des équipements.

## II. Principes et constituants

### II.1. Principe de base

Un oscillateur commandé en tension (VCO) délivre un signal de fréquence  $f_s$ , dont la valeur dépend de la tension  $v_c$  appliquée sur son entrée de commande. Cette fréquence est comparée à la fréquence du signal de référence  $f_e$  via les phases instantanées  $\phi_e(t)$  et  $\phi_s(t)$ . Le comparateur de phase donne en temps réel l'écart (ou l'erreur)  $\varepsilon$  de phase entre la source de référence et le VCO. Cette information est filtrée puis appliquée à l'entrée  $v_c$  du VCO. Ainsi la fréquence  $f_s$  est en permanence corrigée pour rester égale à celle de la source.

### II.2. Schéma de principe

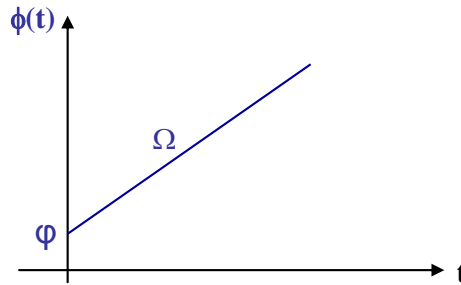


Rq : Pourquoi passer par un comparateur de phase alors qu'on souhaite asservir des signaux en fréquence ?

Parce qu'il est plus facile d'un point de vue fonction électronique de comparer les phases en temps réel plutôt que les fréquences.

Soit le signal d'entrée  $e(t) = \sin(\Omega.t + \varphi)$

Le terme  $(\Omega.t + \varphi)$  est appelé phase instantanée ce qui correspond à la phase à un instant  $t$ .



La relation entre la phase et la fréquence est la suivante :

$$\phi(t) = \int \Omega(t).dt \rightarrow \phi(p) = \frac{1}{p} \cdot \Omega(p)$$

Si  $\Omega = \text{cste} \rightarrow \phi(t) = \Omega.t + \phi(0)$

### II.3. Les constituants

#### II.3.a. Le comparateur de phase

Dans le cas idéal, il faudrait avoir une tension de sortie :

$$v_d(t) = K[\phi_e(t) - \phi_s(t)]$$

Comme la phase d'un signal est périodique et connue qu'à  $2\pi$  près, la sortie du comparateur sera forcément une fonction périodique de la grandeur  $\phi_e(t) - \phi_s(t)$ .

Dans la plupart des cas, le comparateur de phase est un multiplieur. Pour deux signaux de la forme suivante :

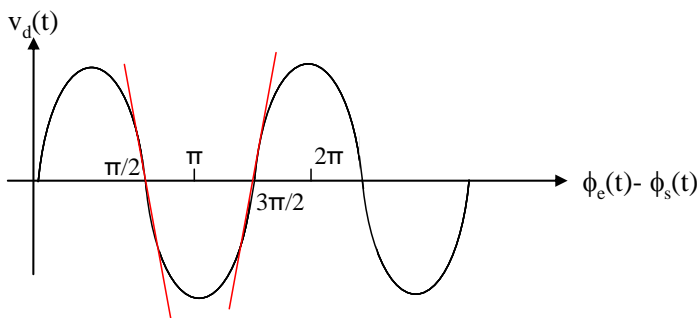
$$e(t) = A.\sin[\phi_e(t)]$$

$$s(t) = B.\sin[\phi_s(t)]$$

Le produit des deux est :

$$v_d(t) = e(t).s(t) = \frac{A.B}{2} [\cos[\phi_e(t) - \phi_s(t)] - \cos[\phi_e(t) + \phi_s(t)]]$$

Le produit est bien une fonction périodique de  $\phi_e(t) - \phi_s(t)$ . Le terme parasite fonction de  $\phi_e(t) + \phi_s(t)$  est rejeté dans les hautes fréquences et coupé par le filtre.



$$v_d(t) = \frac{A.B}{2} \cdot \cos[\phi_e(t) - \phi_s(t)]$$

Le comparateur est donc un dispositif non linéaire. Ce comportement rend l'étude du fonctionnement des boucles à verrouillage de phase assez complexe dans le cas général. On distingue deux cas :

- ✓  $\phi_e(t) - \phi_s(t)$  reste dans une zone linéaire autour de  $\pi/2 + k\pi$ . Le comparateur peut être assimilé à un élément linéaire. Les autres éléments de la boucle étant eux aussi linéaires, l'étude de la boucle peut se faire à l'aide de la théorie des asservissements linéaires. On peut donc écrire la caractéristique du comparateur :

$$v_d(t) = K_{\text{comp}} \cdot (\phi_e(t) - \phi_s(t))$$

- ✓  $\phi_e(t) - \phi_s(t)$  varie beaucoup. On se trouve dans cette situation lorsque les deux signaux ne sont pas à la même fréquence ou alors lorsque leur différence de phase s'éloigne trop de  $\pi/2 + k\pi$ . Dans ce cas l'asservissement est non linéaire.

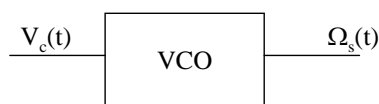
### II.3.b. Le filtre de boucle

Le filtre utilisé est un filtre passe-bas. Situé en sortie du comparateur, il permet d'éliminer le terme parasite issu du comparateur. Le filtre joue également un rôle pour assurer la stabilité du système. Il permet de régler la marge de phase, la bande passante, le temps de réponse, etc...

Les filtres utilisés ont des structures assez simples, de type passe-bas 1<sup>er</sup> ou 2<sup>nd</sup> ordre. On étudiera les caractéristiques de ces différents filtres dans le chapitre sur l'étude en régime linéaire.

### II.3.c. L'oscillateur modulable en fréquence

Ce composant délivre une fréquence qui dépend de la tension d'entrée de manière linéaire.



$$\text{Avec } \Omega_s(t) = \Omega_0 + K_{\text{vco}} \cdot v_c(t)$$

$\Omega_0$ : pulsation de repos

$K_{\text{vco}}$ : Gain du VCO ( $\text{rd.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ )

En variable de Laplace:  $\Omega_s(p) = K_{\text{vco}} \cdot v_c(p) \rightarrow$  pour la phase:  $\phi_s(p) = \frac{K_{\text{vco}}}{p} \cdot v_c(p)$

## III. Etude qualitative d'une PLL

Hypothèse de départ : La boucle est déverrouillée. Situation équivalente au cas où la sortie du filtre n'est pas reliée au VCO. Ce dernier oscille donc à sa pulsation de repos puisque sa tension d'entrée est nulle. Soit le signal d'entrée :

$$e(t) = A \cdot \sin(\phi_e(t)) = A \cdot \sin(\Omega_e \cdot t + \phi_e)$$

La sortie du VCO:  $s(t) = B \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t + \phi_s)$  avec  $\Omega_0$  la pulsation de repos du VCO.

En sortie du comparateur, la tension peut s'écrire de la façon suivante :

$$v_d(t) = \frac{A \cdot B}{2} [\cos(\phi_e(t) - \phi_s(t)) - \cos(\phi_e(t) + \phi_s(t))]$$

Le terme  $\cos(\phi_e(t) + \phi_s(t))$  correspondant à une gamme de fréquence filtrée par le filtre passe-bas de la boucle, nous pouvons le négliger et la tension  $v_d(t)$  s'écrit donc de façon simplifiée :

$$v_d(t) = \frac{A \cdot B}{2} [\cos((\Omega_e - \Omega_s) \cdot t + \phi_e - \phi_s)]$$

La tension de sortie du filtre va donc être un signal oscillant :

$$v_c(t) = K_{comp} \cdot |F(j(\Omega_e - \Omega_0))| \cdot \cos[(\Omega_e - \Omega_0) \cdot t + \varphi_e - \varphi_s + \arg(j(\Omega_e - \Omega_0))]$$

Dans l'expression ci-dessus,  $|F(j\Omega)|$  représente le module du filtre qui traduit l'atténuation à la pulsation  $(\Omega_e - \Omega_0)$  et  $\arg(j\Omega)$  représente l'argument du filtre qui traduit le déphasage sur le signal  $v_d(t)$  à la pulsation  $(\Omega_e - \Omega_0)$ .

Les deux grandeurs, module et argument auront un rôle d'autant plus important que  $\Omega_e$  sera différent de  $\Omega_0$ .

Pour avoir un état stable (avec  $\Omega_0$  en sortie), il faut que  $v_c(t)$  soit nulle.

Deux cas de figure sont donc possibles :

- **Soit  $\Omega_e = \Omega_0$**

Dans ce cas  $v_d(t) = K_{comp} \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_s)$ , expression de valeur constante et indépendante de la fréquence. Le filtre passe-bas n'atténue pas ce signal continu et le déphasage est nul.

$$v_c(t) = v_d(t) = K_{comp} \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_s)$$

$$\text{Sachant que } \Omega_s(t) = \Omega_0 + K_{VCO} \cdot v_d(t) = \Omega_0 + K_{VCO} \cdot K_{comp} \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_s)$$

Cela signifie que le second terme  $K_{VCO} \cdot K_{comp} \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_s)$  est nul puisqu'on part du cas où  $\Omega_e = \Omega_0$ .

$$\text{Donc } \cos(\varphi_e - \varphi_s) = 0 \quad \text{et} \quad (\varphi_e - \varphi_s) = \pi/2 [\pi]$$

Bilan :  **$\Omega_e = \Omega_0$  et  $(\varphi_e - \varphi_s) = \pi/2 [\pi]$**

Ce qui signifie que lorsque la pulsation d'entrée  $\Omega_e$  s'écarte de la pulsation de repos du VCO  $\Omega_0$  alors la différence de phase d'écarte de  $\pi/2$ . Si cette différence de phase reste dans un domaine linéaire, alors la pulsation de sortie suivra les variations de la pulsation d'entrée.

- **Soit  $\Omega_e \neq \Omega_0$**

Le filtre atténue complètement le signal,  $v_c(t)$  est très faible donc le VCO oscille à sa fréquence de repos. Ici la sortie est indépendante de l'entrée, la boucle n'est pas verrouillée. On est dans l'hypothèse formulée au début.

## **IV. Définition des plages de capture et de verrouillage**

Dans ce paragraphe, on étudie les conditions de passage entre la position verrouillée et déverrouillée.

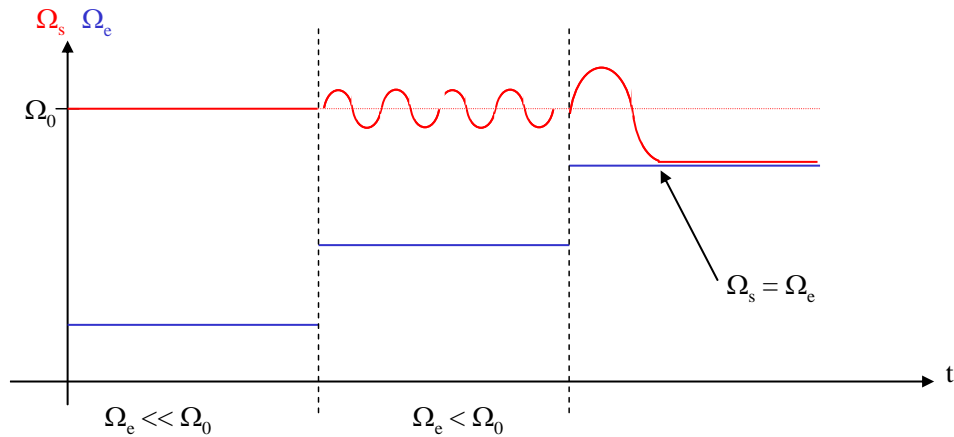
### **IV.1. Plage de capture**

La plage de capture correspond à l'intervalle pour lequel la PLL se verrouille. On étudie donc le passage de l'état décroché à l'état verrouillé.

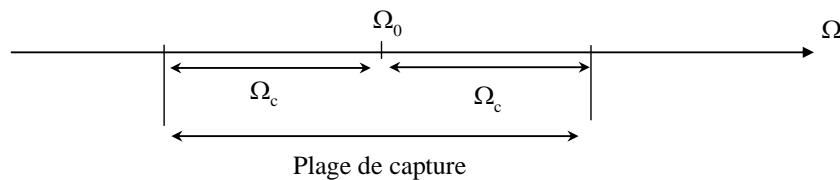
Etat initial :  $\Omega_e \ll \Omega_0$  : Le signal issu du filtre  $v_c(t) = 0$  car  $\Omega_e - \Omega_0$  est grand. Le VCO oscille donc à sa pulsation de repos  $\Omega_0$ .

On augmente  $\Omega_e$ ,  $\Omega_e - \Omega_0$  diminue, le filtre atténue un peu moins le signal du comparateur, donc  $v_c(t)$  va osciller et la pulsation de sortie du VCO va osciller autour de  $\Omega_0$ . Tant que  $\Omega_s \neq \Omega_e$ , il n'y a pas d'état stable possible.

$\Omega_e$  augmente encore jusqu'à ce que  $\Omega_s$  oscille avec une amplitude telle qu'elle passe par  $\Omega_e$ . Quand  $\Omega_e = \Omega_s$ , le signal en sortie du comparateur devient constant, donc la tension en entrée du VCO se stabilise. En sortie  $\Omega_s$  reste donc égale à  $\Omega_e$ , la boucle est accrochée.



L'écart entre la pulsation de repos et la pulsation d'entrée qui permet l'accrochage est la définition de la demi plage de capture. Cette valeur est normalement la même quelque soit « le côté » par lequel la PLL va s'accrocher.



$\Omega_c$ : demi-plage de capture

Avant l'accroche :

Avant l'accroche,  $\Omega_s$  oscille et les amplitudes maximales sont:

$$\Omega_0 \pm K_{comp} \cdot K_{vco} \cdot |F(j(\Omega_e - \Omega_s))|$$

1<sup>ère</sup> approximation :

On suppose que  $\Omega_s \approx \Omega_0$

A l'accrochage,  $\Omega_e = \Omega_s$  donc  $\Omega_e = \Omega_0 \pm K_{comp} \cdot K_{vco} \cdot |F(j(\Omega_e - \Omega_0))|$

A cet instant la différence  $(\Omega_e - \Omega_0)$  est telle qu'on peut définir la pulsation  $\Omega_c = \Omega_e - \Omega_0$  comme étant la demi-plage de capture.

$$\Omega_c = \pm K_{comp} \cdot K_{vco} \cdot |F(j \cdot \Omega_c)|$$

D'après le comportement du filtre passe-bas, on sait que  $\Omega_c > \omega_{coup}$  avec  $\omega_{coup}$  la pulsation de coupure du filtre, le filtre atténue encore un peu le signal.

Quand la différence de pulsation  $(\Omega_e - \Omega_0)$  diminue l'amplitude du signal de sortie du filtre augmente.

2<sup>ème</sup> approximation :

Soit la fonction de transfert du filtre de la forme :  $F(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_{coup}}}$ . A  $\omega = \Omega_c$ , on a  $\Omega_c > \omega_{coup}$

Le module de la fonction de transfert du filtre, à  $\omega = \Omega_c$ , peut donc s'approximer par l'expression suivante :  $|F(j\Omega_c)| = \frac{\omega_{coup}}{\Omega_c}$

$$\Omega_c \approx K_{comp} \cdot K_{vco} \cdot \frac{\omega_{coup}}{\Omega_c} \quad \text{Donc} \quad \Omega_c \approx \sqrt{K_{comp} \cdot K_{vco} \cdot \omega_{coup}}$$

En règle générale, en faisant varier les 3 paramètres  $K_{vco}$ ,  $K_{comp}$  et  $\omega_{coup}$ , on peut ajuster la plage  $\Omega_c$ .

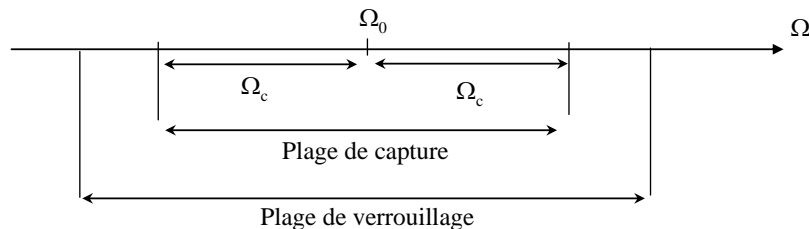
Pour augmenter  $\Omega_c$ , il faut :

- augmenter la bande passante du filtre
- augmenter les gains  $K_{vco}$ ,  $K_{comp}$

## IV.2. La plage de verrouillage

La plage de verrouillage correspond à l'intervalle pour lequel la PLL reste verrouillée. On étudie donc le passage de l'état verrouillé à l'état décroché.

Rq : En général la plage de verrouillage est identique à la plage de capture. Malgré tout, il existe certains systèmes où cette règle n'est pas vérifiée et la plage de verrouillage est différente de la plage de capture.



Etat initial : La PLL est verrouillée.

$$\Omega_s = \Omega_e$$

$$\rightarrow v_c = K_{comp} \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_s) = \text{cste.} \quad \text{et} \quad \Omega_s = \Omega_0 + K_{VCO} \cdot v_c \quad (\text{différente de } \Omega_0)$$

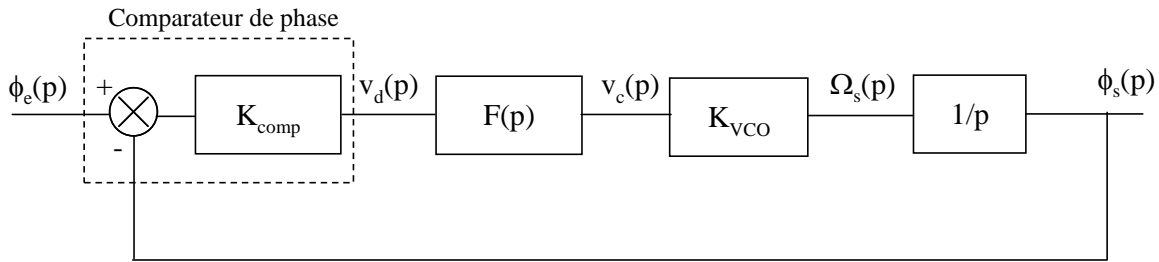
On diminue  $\Omega_e$ , la différence de phase instantanée va augmenter, la tension en sortie du filtre va diminuer donc la pulsation de sortie  $\Omega_s$  va diminuer, jusqu'à ne plus arriver à suivre les variations de  $\Omega_e$ .

**!!** : Ne pas oublier que  $v_d(t) = K_{comp} \cdot (\phi_e(t) - \phi_s(t))$

- Si  $\phi_e(t) - \phi_s(t)$  est trop grande, le filtre ne peut plus donner une tension de sortie suffisante.
- La tension de sortie du comparateur de phase limite également le système (on sort du régime linéaire)
- La pulsation de sortie du VCO limite également la plage de verrouillage (on sort de la plage de fonctionnement du VCO).

## V. Modélisation des PLL en régime linéaire.

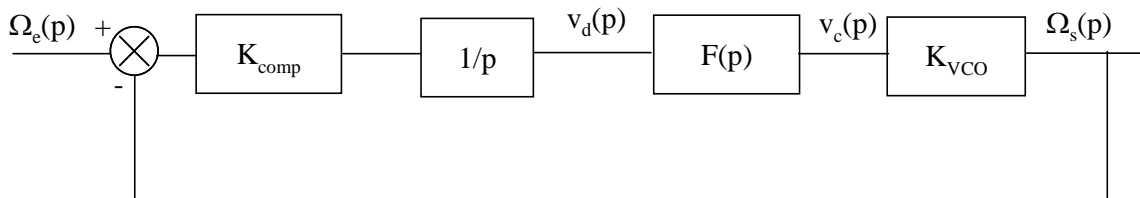
Lorsque la différence de phase instantanée  $\phi_e(t) - \phi_s(t)$  est proche de  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ , le comparateur de phase est considéré comme un élément linéaire. On peut donc le représenter sous la forme d'un schéma bloc de gain  $K_{comp}$ .



Dans l'étude linéaire, la grandeur d'entrée  $\phi_e(t)$  varie en fonction du temps de manière linéaire :

$$\phi_e(t) = \Omega_e \cdot t + \phi_e$$

Le signal est donc une rampe. Or il est plus facile de traiter des problèmes possédant en entrée une grandeur d'entrée constante. Il est donc plus fréquent d'utiliser comme grandeur d'entrée, la pulsation du signal. Ca ne modifie pas l'étude, ni le résultat obtenu car cette modification opère simplement un changement de position du bloc intégrateur dans la chaîne directe.



Détermination de la fonction de transfert :

En boucle ouverte :

$$H_{BO}(p) = \frac{K_{comp}}{p} \cdot F(p) \cdot K_{VCO} = \frac{\omega_0}{p} \cdot F(p)$$

$$\omega_0 = K_{comp} \cdot K_{VCO} \text{ pulsation propre de la PLL}$$

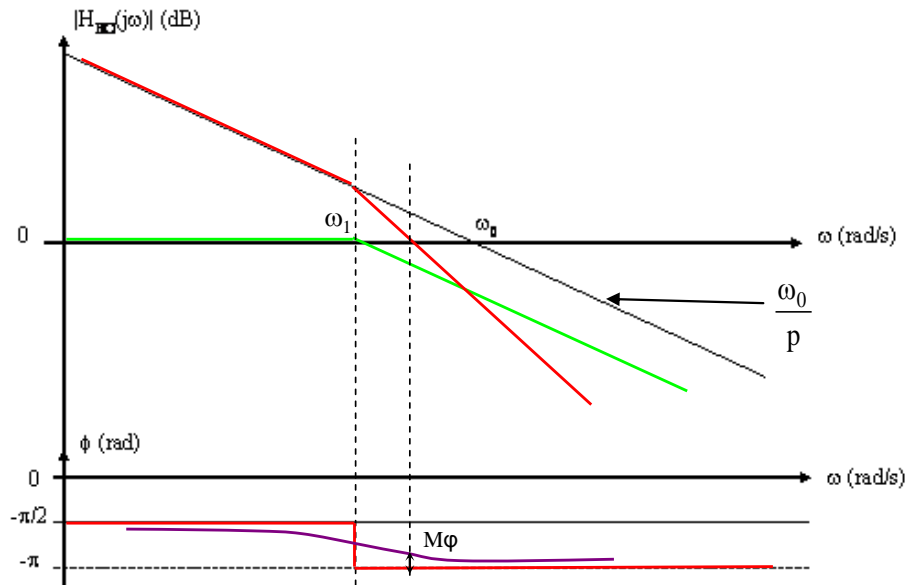
$$[K_{comp}] = V$$

$$[K_{vco}] = \text{rd/s/V}$$

Etude de la fonction de transfert en boucle ouverte du système  $H_{BO}(p)$  en fonction de  $F(p)$  la fonction de transfert du filtre de boucle. L'allure du filtre doit être de type passe bas afin d'éliminer les termes parasites.

$$\text{- Si } F(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_1}}$$

$$H_{BO}(p) = \frac{\omega_0}{p \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)}$$



- Si  $\omega_1 < \omega_0 \rightarrow M\phi$  trop faible
- Si  $\omega_1 > \omega_0 \rightarrow$  mauvais filtrage des termes HF
- $\omega_1 = \omega_0$  : Meilleur compromis. La bande passante est fixée à  $\omega_1 = \omega_0$ . Si la bande passante souhaitée est différente de  $\omega_0$  (cas général), ce type de filtre n'est pas utilisable.

$$\text{Si } F(p) = \frac{1 + \frac{p}{\omega_2}}{1 + \frac{p}{\omega_1}}$$

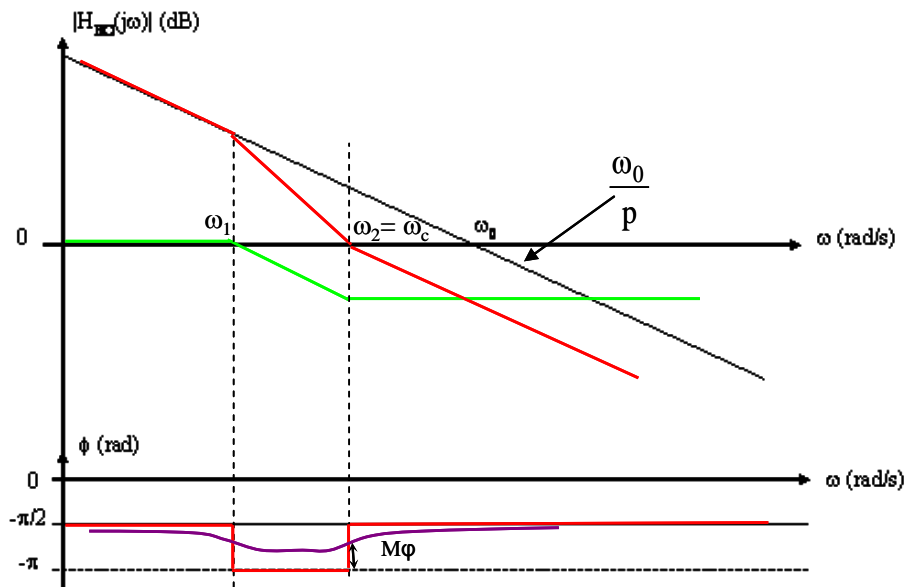
$$H_{BO}(p) = \frac{\omega_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}{p \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)}$$

Dans le cas où une bande passante de l'asservissement inférieure à  $\omega_0$  est recherchée, une solution consiste à placer le filtre passe-bas précédent avec  $\omega_1 < \omega_0$ , et à faire remonter la phase au voisinage de la pulsation critique de façon à stabiliser le système. Il y a deux stratégies classiques pour le placement des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

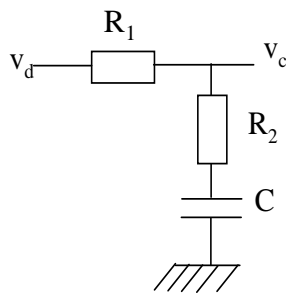
- Soit  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont choisies telles que  $|H_{BO}(j\omega_2)| = 0\text{dB}$ . Si  $\omega_1 \ll \omega_2$ , le déphasage introduit par le filtre sera de  $-45^\circ$  en  $\omega_2$ , la marge de phase sera donc de  $M_\phi = 45^\circ$  (cf diagramme ci-dessous).
- Soit  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont choisies telles que  $|H_{BO}(j\omega_c)| = 0\text{dB}$ . La pulsation critique  $\omega_c$  est située entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . L'écartement  $\omega_1/\omega_2$  permet alors d'ajuster la marge de phase.

L'avantage de ce type de filtre est que la bande passante et l'amortissement sont ajustables séparément. L'inconvénient est que l'atténuation en haute fréquence de ce filtre est faible. Elle est de  $\omega_1/\omega_2$ . Le signal d'entrée du VCO est donc mal filtré. Ce signal est alors difficilement exploitable pour certaines applications.





La structure la plus courante utilisée pour ce filtre est le filtre RRC :



$$v_c = \frac{1 + jR_2C\omega}{1 + j(R_1 + R_2)C\omega} \cdot v_d$$

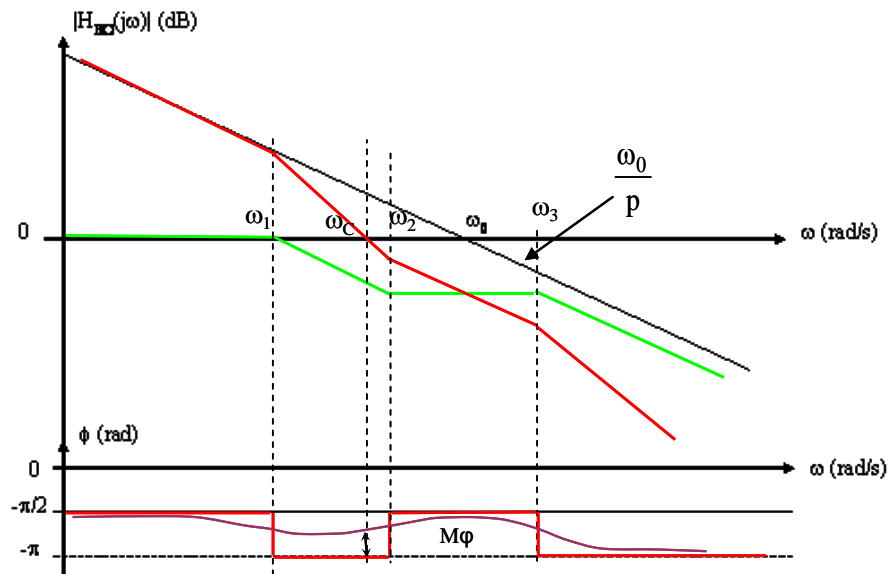
- Si  $F(p) = \frac{1 + \frac{p}{\omega_2}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right)}$

$$H_{BO}(p) = \frac{\omega_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}{p \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right)}$$

Afin de combler l'inconvénient du montage précédent, on place vers les hautes fréquences (suffisamment loin de  $\omega_2$  pour ne pas perturber la marge de phase) un terme passe-bas supplémentaire.

Rq :  $\omega_3$  ne sert qu'à atténuer correctement les termes hautes fréquences. A proximité de la fréquence de coupure, on a le même type de filtre que le précédent.

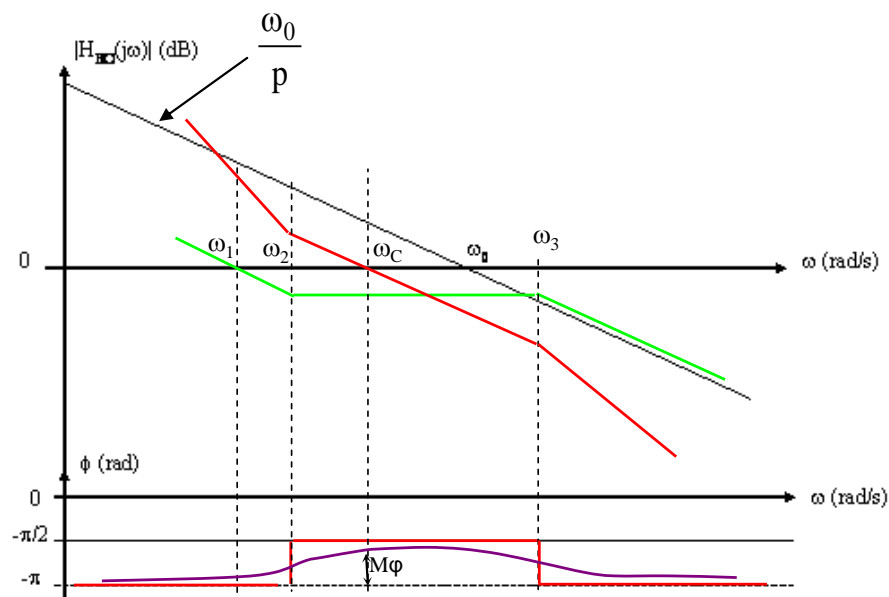
Pour  $|H_{BO}(j\omega)| = 0\text{dB}$ , on choisit cette fois la deuxième solution présentée ci-dessus (choix arbitraire).



- Si  $F(p) = \frac{\omega_1}{p} \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right)}$

$$H_{BO}(p) = \frac{\omega_1 \cdot \omega_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}{p^2 \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right)}$$

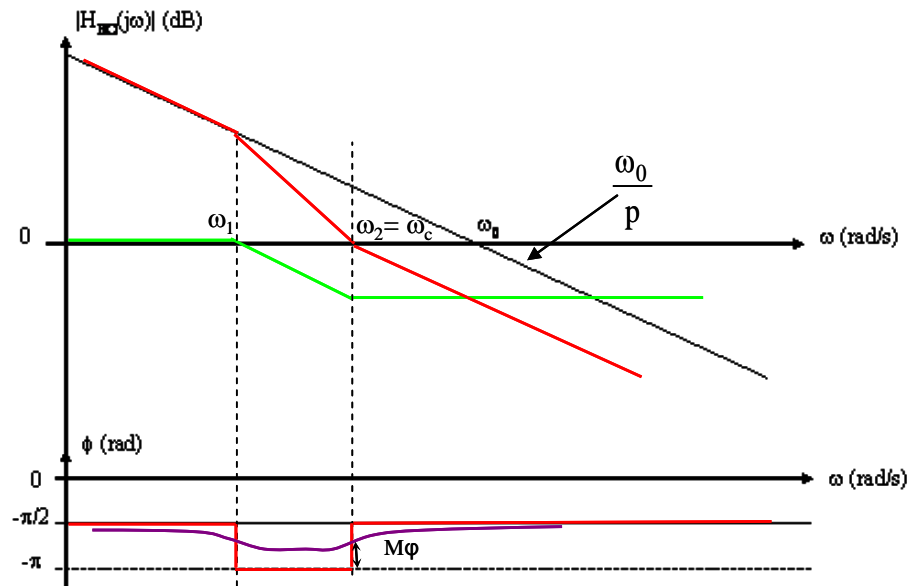
Dans le cas où une erreur de traînage nulle est recherchée, le filtre doit posséder une intégration. Celle-ci a pour effet de rendre le système instable. Pour remédier à cela, on fait remonter la phase au voisinage de la pulsation critique en ajoutant un terme au numérateur, et un terme au dénominateur à plus haute fréquence pour conserver les propriétés d'un filtre passe-bas. Comme pour le filtre RRC, il y a deux méthodes classiques pour placer les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Dans le graphe ci-dessous, on a représenté la deuxième méthode citée précédemment.



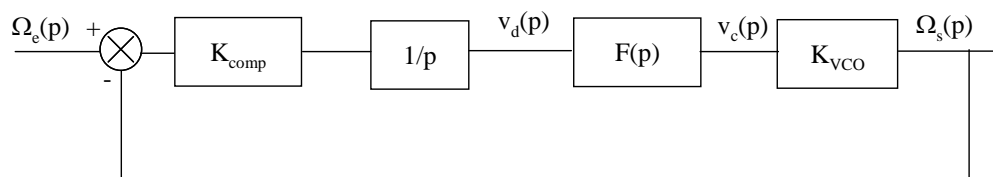
### Application : PLL analogique 1 MHz.

Un signal très bruité a un fondamental autour de 1MHz d'amplitude 1V. On désire réaliser l'asservissement en fréquence de ce fondamental, avec une bande passante de 5kHz. On dispose d'un multiplieur analogique de caractéristique  $s = e_1.e_2$  ( $e_1$  et  $e_2$  sont les entrées du multiplieur et  $s$  est la sortie) faisant office de comparateur de phase et d'un VCO Colpitts à varicap de gain 100kHz/V autour de 1MHz, délivrant un signal sinusoïdal d'amplitude 1V, et pouvant osciller de 900 à 1100kHz.

- 1- Représenter le système bouclé sous forme d'un schéma bloc avec comme grandeur d'entrée/sortie, la pulsation.
- 2- Déterminer la fonction de transfert du filtre de boucle et proposer une réalisation de celui-ci.



- 1- Le système bouclé, en considérant comme grandeur d'entrée/sortie la pulsation, peut se représenter par le schéma suivant :



Le comparateur est représenté par un multiplieur tel que la sortie de celui-ci peut s'écrire  $s = e_1.e_2$ . Après développement de la multiplication de signaux sinusoïdaux, tel que décrit dans la partie II-3 de ce cours, nous pouvons en conclure que le gain final du comparateur de phase,  $K_{comp} = 0.5V$

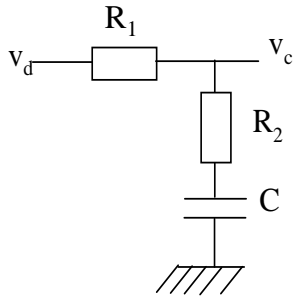
Le gain du VCO est déterminé dans la partie linéaire de ce composant et est égal à  $K_{VCO} = 100kHz/V = 628krad/s/V$

La pulsation propre de la PLL est  $\omega_0 = K_{comp}.K_{VCO} = 628k \times 0.5 = 314krad/s$ .

La fonction de transfert en Boucle Ouverte de la PLL s'écrit :

$$H_{BO}(p) = \frac{\omega_0}{p} \cdot F(p) \quad \text{avec } F(p) \text{ la fonction de transfert du filtre.}$$

- 2- Pour la détermination du filtre, on choisit une topologie de type RRC.



$$v_c = \frac{1 + jR_2C\omega}{1 + j(R_1 + R_2)C\omega} \cdot v_d$$

La fonction de transfert s'écrit : 
$$F(p) = \frac{1 + \frac{p}{\omega_2}}{1 + \frac{p}{\omega_1}}$$

La représentation de la fonction de transfert est donnée en vert sur le diagramme de Bode ci-dessus.

#### Détermination de $\omega_2$ :

La bande passante de la PLL étant de 5kHz, cela correspond à la fréquence de coupure en Boucle Fermée.

On choisit de fixer la pulsation  $\omega_2$  du filtre comme étant celle pour laquelle la fonction de transfert en Boucle Ouverte de la PLL passe par 0dB. Cela correspond également à la bande passante de la PLL.

Donc  $\omega_2 = 2\pi \cdot 5\text{kHz} = 31.4\text{krad/s}$ .

#### Détermination de $\omega_1$ :

La pulsation  $\omega_1$ , telle que le représente le diagramme de Bode, correspond à la pulsation où se rejoignent l'asymptote d'ordre 2 de la fonction de transfert en Boucle Ouverte de la PLL et la droite d'ordre 1 représentant la caractéristique  $\omega_0/p$ .

A cette intersection, nous pouvons donc écrire :

$$\frac{\omega_0}{p} = \frac{\omega_2^2}{p^2} \text{ avec } (p = j\omega \text{ pour } \omega = \omega_1) \quad \rightarrow \quad \frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \quad \rightarrow \quad \omega_1 = \frac{\omega_2^2}{\omega_0} = 3.14\text{krad/s}$$

#### Détermination des composants du filtre :

On choisit  $C = 10\text{nF}$

$$R_2 = \frac{1}{C \cdot \omega_2} = \frac{1}{31.4 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9}} = 3.2\text{k}\Omega$$

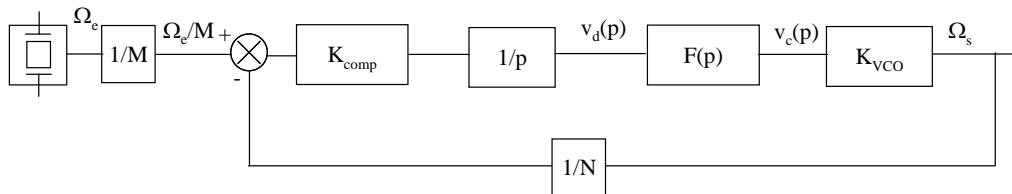
$$R_1 = \frac{1}{C \cdot \omega_1} - R_2 = \frac{1}{3.14 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9}} - 3.2 \times 10^3 = 28.6\text{k}\Omega$$

## VI. Applications des PLL

### VI.1. Synthèse de fréquence

*Objectif* : Génération d'une fréquence stable et réglable.

*Principe* : Utilisation d'une fréquence en entrée issue d'un oscillateur à quartz. Un diviseur par N est intégré dans la boucle de retour.



Quand la boucle est accrochée, on peut écrire l'égalité suivante :

$$\frac{\Omega_e}{N} = \frac{\Omega_s}{M} \rightarrow \Omega_s = \frac{N \cdot \Omega_e}{M}$$

Avantages :

- fréquence très stable (issue d'un quartz)
- fréquence réglable. N donne le multiple de la fréquence d'entrée et M règle le pas de l'incrément.

*Utilisation* : Tuner radio en modulation de fréquence

### VI.2. Filtrage suiveur

Pour éliminer le bruit autour d'un signal sinusoïdal on utilise un filtre passe bande. Si la fréquence du signal change, il faut soit élargir la bande passante du filtre et donc diminuer l'efficacité du filtrage, soit adapter la fréquence centrale du filtre à la fréquence du signal. Le montage présenté ci-dessous, utilisant un filtre à capacité commuté et une PLL permet de réaliser l'ajustement de la fréquence centrale du filtre.

