Lab2

Naive Way

复杂度为O(n3)

```
def NaiveMultiply(a,b):
   #验证乘法能否执行
   if len(a[0])!=len(b):
       print("Math error")
   else:
       result = [[0]*len(b[0]) for i in range(len(a))]
       for i in range(0,len(a)):
           for j in range(0,len(b[0])):
               sum=0
               for k in range(0,len(a[0])):
                   sum+=a[i][k]*b[k][j]
               result[i][j]=sum
       return result
```

Strassen

使用python当中的numpy库来简化了一些操作
理论复杂度O=(N2.87)

Version 1

```
if len(Matrix1[0])!=len(Matrix2):
            print("Math error")

        else:
            N=len(Matrix1)

            if(N>1):
                result = np.zeros((N,N))
                n=(int)(N/2)
                #切割矩阵
                a=Matrix1[:n,:n]
                b=Matrix1[:n,n:]
                c=Matrix1[n:,:n]
                d=Matrix1[n:,n:]
                e=Matrix2[:n,:n]
                f=Matrix2[:n,n:]
                g=Matrix2[n:,:n]
                h=Matrix2[n:,n:]
                #递归计算
                P1=self.StrassenMultiply(self,a,self.Matrix_Minus(f,h))
                P2=self.StrassenMultiply(self,self.Matrix_Add(a,b),h)
                P3=self.StrassenMultiply(self,self.Matrix_Add(c,d),e)
                P4=self.StrassenMultiply(self,d,self.Matrix_Minus(g,e))
                P5=self.StrassenMultiply(self,self.Matrix_Add(a,d),self.Matrix_Add(e,h))
                P6=self.StrassenMultiply(self,self.Matrix_Minus(b,d),self.Matrix_Add(g,h))
                P7=self.StrassenMultiply(self,self.Matrix_Minus(a,c),self.Matrix_Add(e,f))

                R=self.Matrix_Minus(self.Matrix_Add(self.Matrix_Add(P4,P5),P6),P2)
                S=self.Matrix_Add(P1,P2)
                T=self.Matrix_Add(P3,P4)
                U=self.Matrix_Minus(self.Matrix_Minus(self.Matrix_Add(P1,P5),P3),P7)

                result1 = np.concatenate((R, S), axis=1)
                result2= np.concatenate((T, U), axis=1)
                result =np.concatenate((result1,result2),axis=0)
                return result
            else:
                return np.array([[Matrix1[0][0]*Matrix2[0][0]]])
```

理论

Ordinary 算法

for i $(0, n)$

for j $(0, n)$

for k $(0, n)$ 复杂度为 $O(n^3)$

Strassen算法

$$T(n) = 7T(\frac{n}{2}) + O(n^2)$$

由master method可知

$$\log_a b = \log_2 7$$

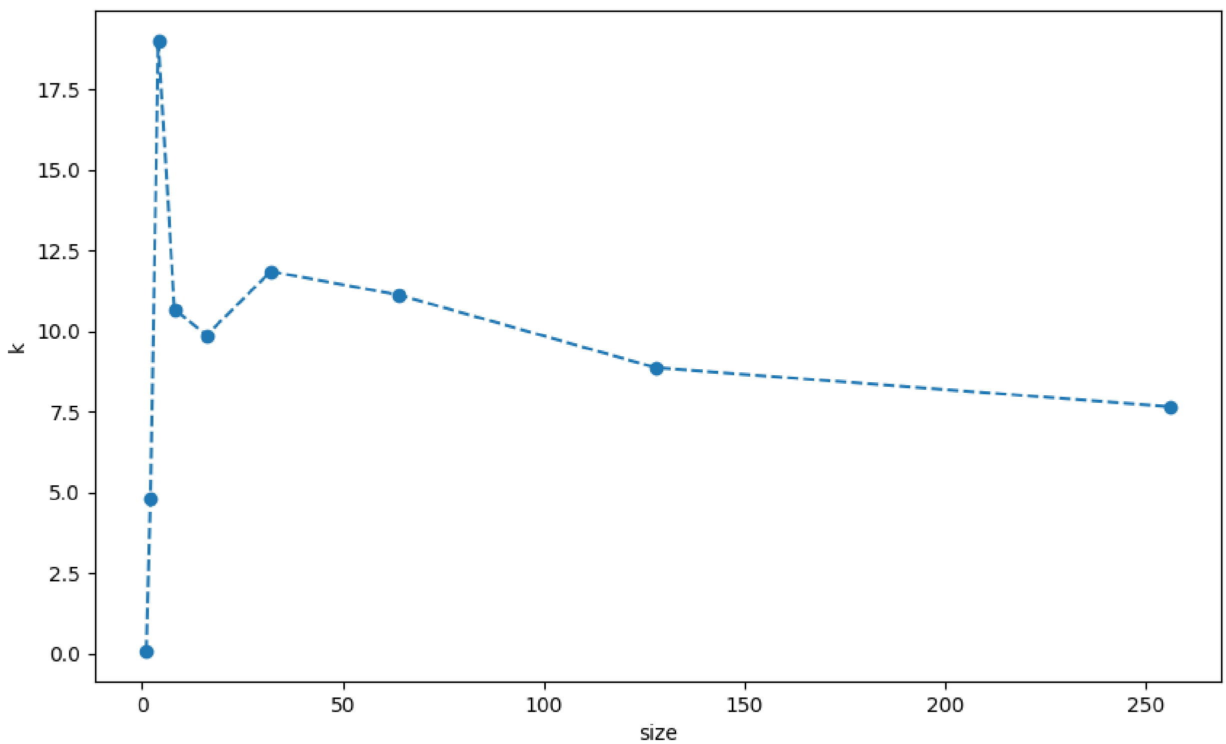
$$\therefore n^{\log_2 7} > n^2$$

$\therefore$ 复杂度为 $n^{\log_2 7}$

实验过程

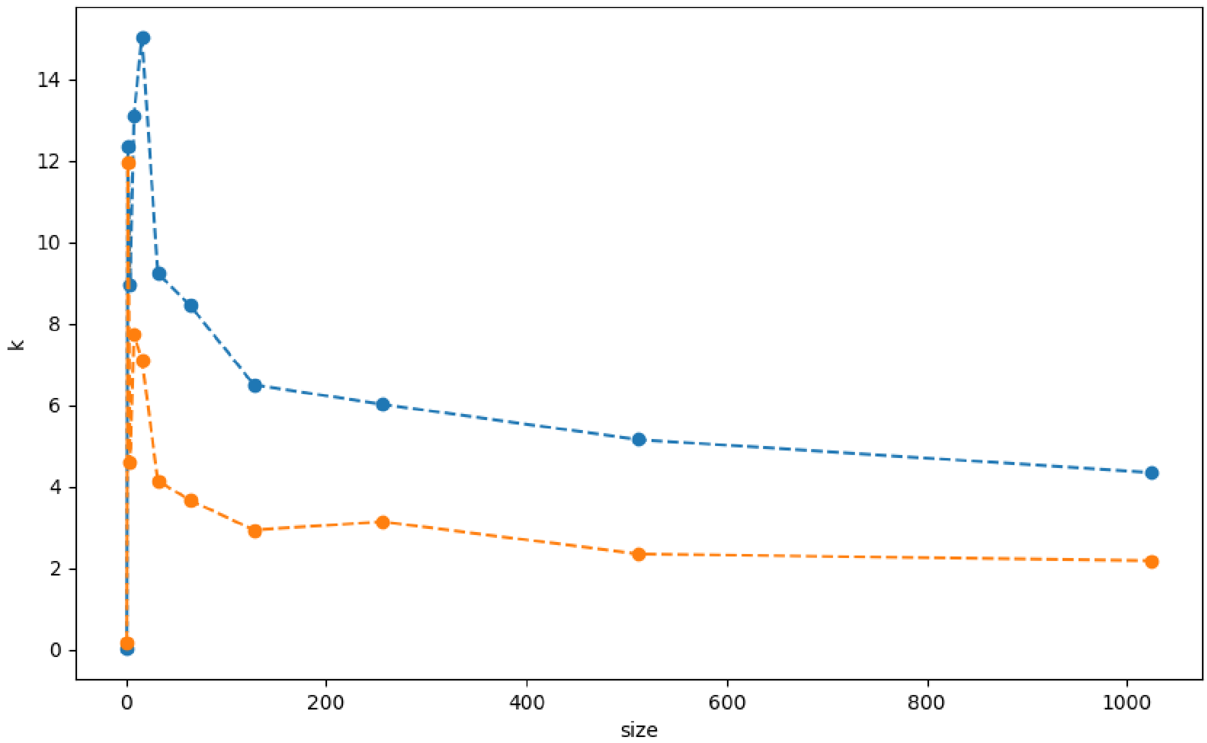
首次测试

使用原版代码测试，发现与Naive Way 差距太大，虽然比值一直在缩小，但仍然没办法超过
图中曲线为 **average_time_strassen/verage_time_naive**（两种算法的时间比值） 随**size**的变化呈现的变化
在数据量不断变大的过程中，该比值不断缩小，即strassen算法的时间在不断追近原始算法，但由于达到相等时需要的数据量过大无法测出



改进代码再次测试

使用chatgpt改进代码后，重新测试
效率较原本的strassen算法更快，但在1024*1024大小矩阵时，仍然未超过原始算法
PS:图中橙色为改进后代码



分析原因

在运行过程中，切割矩阵时总是需要copy一份

```
# 分割输入矩阵为四个子矩阵
        n = len(A)
        n_half = n // 2
        A11 = A[:n_half, :n_half]
        A12 = A[:n_half, n_half:]
        A21 = A[n_half:, :n_half]
        A22 = A[n_half:, n_half:]

        B11 = B[:n_half, :n_half]
        B12 = B[:n_half, n_half:]
        B21 = B[n_half:, :n_half]
        B22 = B[n_half:, n_half:]
```

每次计算的结果也都需要重新开一个数组来存储

```python
def Matrix_Add(a,b):
    n=len(a)

    result = np.zeros((n,n))
    for i in range(0,n):
        for j in range(0,n):
            result[i][j]=a[i][j]+b[i][j]
    return result

def Matrix_Minus(a,b):
    n=len(a)

    result = np.zeros((n,n))
    for i in range(0,n):
        for j in range(0,n):
            result[i][j]=a[i][j]-b[i][j]
    return result
```

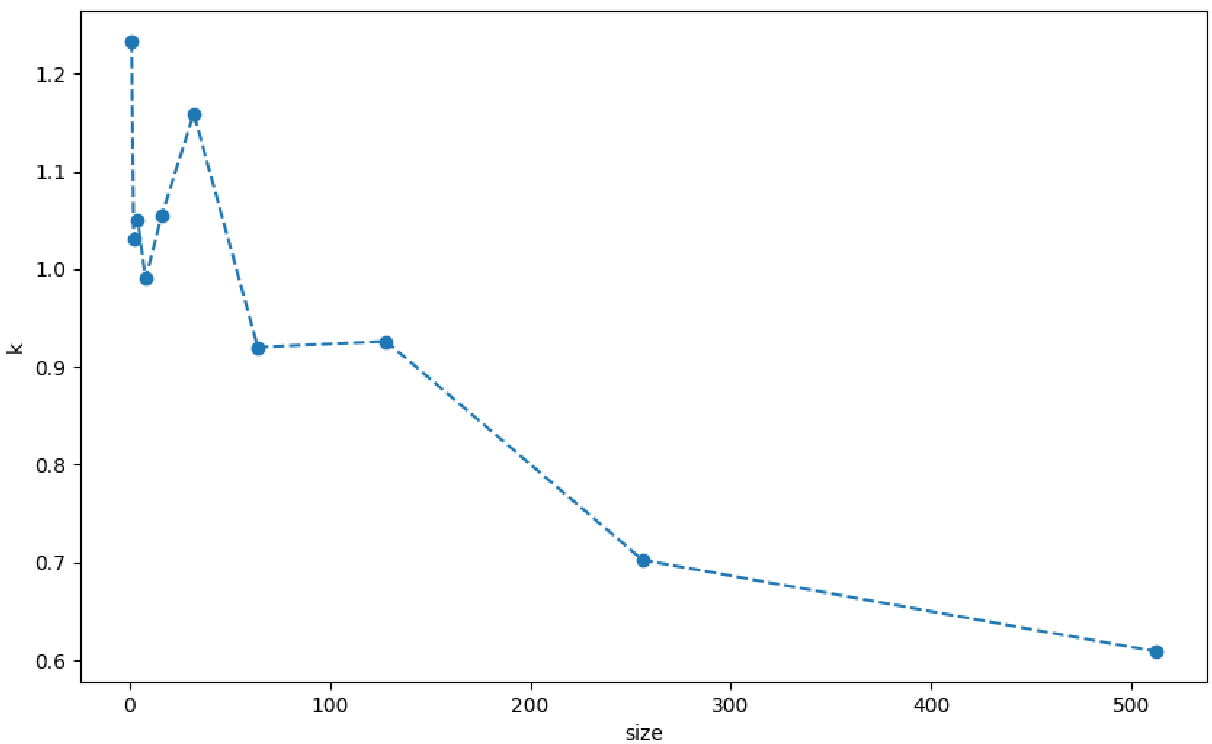
消耗过高，导致结果始终不能超过最快算法

改进方法

Conbinded Way
在切割到一定大小后 直接使用原始算法来加快计算

```python
if len(A) <= 32:
            return Matirx.NaiveMultiply(A,B)
```

测试结果



在size=64 时其就超越了原始算法