

直流非平衡电桥

直流电桥是一种精密的电阻测量仪器，具有重要的应用价值。按电桥的测量方式可分为平衡电桥和非平衡电桥。平衡电桥是把待测电阻与标准电阻进行比较，通过调节电桥平衡，从而测得待测电阻值，如单臂直流电桥（惠斯登电桥）、双臂直流电桥（开尔文电桥）。它们只能用于测量具有相对稳定状态的物理量，而在实际工程和科学实验中，很多物理量是连续变化的，只能采用非平衡电桥才能测量。

非平衡电桥的基本原理是通过桥式电路来测量电阻，根据电桥输出的不平衡电压，再进行运算处理，从而得到引起电阻变化的其它物理量，如温度、压力、形变等。

待研究的问题

- (1) 了解非平衡电桥的组成和工作原理，以及在实际中的应用。
- (2) 学会用外接电阻箱法研究非平衡电桥的桥路输出电压与电阻应变量之间的关系，通过作图法研究其线性规律。
- (3) 研究桥臂电阻大小对非平衡电桥的灵敏度和线性范围的影响，根据不同的测量需求来选择合适的桥臂电阻。
- (4) 利用非平衡电桥测量 Cu 丝的电阻温度系数。

实验仪器

稳压电源、电阻箱、万用表（用作毫伏表）、Keithy2000（用作微伏表）、铜丝（漆包线）、加热台、温度计、导线等。

实验原理

非平衡电桥原理如图 1 所示，当 $\frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_1}$ 时，电桥平衡，有 $U_g = 0$ 。当用

$R_4 + \Delta R$ 代替 R_4 时， $\frac{R_3}{R_2}$ 不等于 $\frac{R_4 + \Delta R}{R_1}$ ，此时 U_g 不等于 0，为非平衡状态。

U_g 为数字电压表测量 C、D 二点输出电压（电压表内阻看着无穷大），应用电路分析知识，可算出输出的非平衡电压为：

$$U_g = \frac{R_2 R_4 + R_2 \Delta R - R_1 R_3}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3) + \Delta R(R_2 + R_3)} U_s \quad (1)$$

分析上式，可以得到电桥的三种形式：

(1) 等臂电桥： $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \equiv R_0$

(2) 卧式电桥： $R_1 = R_4, R_2 = R_3$

(3) 立式电桥： $R_1 = R_2, R_3 = R_4$

将等臂条件代入 (1) 式经简化得：

$$U_g = \frac{U_s}{4} \delta \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \delta} \quad (2)$$

其中 $\delta = \frac{\Delta R}{R_0}$ 称为电阻的应变变量，或叫“相对改

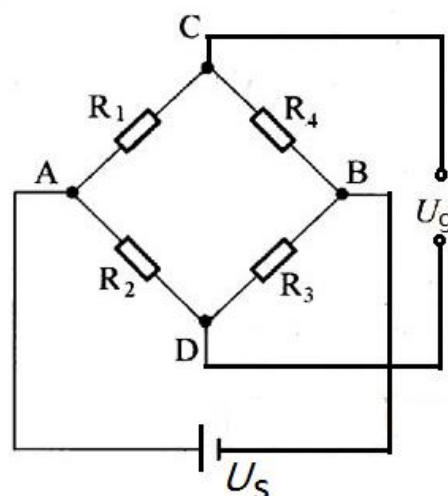


图 1：非平衡电桥电路图

变量”。我们在设计电桥时，令 $\Delta R \ll R_0$ ，则 $\delta \rightarrow 0$ ，于是有：

$$U_g = \frac{U_s}{4} \delta = \frac{U_s}{4 R_0} \Delta R \quad (3)$$

这样，非平衡电桥输出电压 U_g 与桥臂电阻的变化量 ΔR 成正比，为线性关系。

当 ΔR 较大时，(2) 式中的 $\frac{\delta}{2}$ 项不能省略，此时 $U_g = \frac{U_s}{4} \delta \frac{1}{1 + \frac{\delta}{2}}$ ， U_g 与 δ 呈非

线性关系。

实验内容

1. 用外接电阻箱法研究非平衡电桥的 $U_g \sim \delta$ 关系，作出 $U_g \sim \delta$ 曲线，并对此实验曲线进行线性和非线性分析。

(1) 调节电源输出电压，同时用万用表直流电压档来校准，使输出电压为 $U_s = 2.0V$ 。电路如图 1 所示并用导线连接好，用台式万用表 (Keithy2000) 来测量 U_g 。

(2) 先取电桥为等臂，即： $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \equiv R_0 = 1k\Omega$ ，由于导线有一定的电阻，微调改变 R_3 的值，使 U_g 为零，此时电桥平衡。(记录一下 R_3

的具体值)

- (3) 改变 R_4 从 $800 \sim 1200 \Omega$, 每次变化量为 20Ω , 按顺序记下各 U_g 的值, 将数据填入表 1 中, 作出 $U_g \sim \delta$ (或 $U_g \sim \Delta R$) 曲线。

表 1: $R_0 = 1k\Omega$ 时, 桥路二端点 C、D 输出电压与桥臂电阻改变量的关系 ($R_3 = \Omega$)

$R_4 (\Omega)$	800	820	840	1000	1160	1180	1200
$U_g (mV)$				0			

- (4) 根据公式 (3) 过原点作一条直线 (斜线) $U_g^{\text{理直线}} \sim \delta$, 并与实际测量的 $U_g^{\text{实测曲线}} \sim \delta$ 曲线比较, 得出 $U_g \sim \delta$ 的线性关系成立的 δ 取值范围。

$$\text{有 } \frac{|U_g^{\text{实测曲线}} - U_g^{\text{理直线}}|}{|U_g^{\text{理直线}}|} \leq \frac{5}{100} \text{ 关系成立时的 } \delta \text{ 取值范围 (或 } R_4 \text{ 取值范围), 均可}$$

以看成 $U_g \sim \delta$ 的线性关系成立的范围, 并与理论计算的 δ 取值范围 (或 R_4 取值范围) 进行比较。

2. 保持电源电压 $U_s = 2.0V$ 不变, 改变 R_0 的值, 研究非平衡电桥的线性范围和灵敏度 (灵敏度定义见本讲义附录) 与 R_0 的关系。(这一步只要求定性、半定量测量一下就可以了)

- (1) 电路图仍如图 1 所示, 保持电源电压 $U_s = 2.0V$ 不变, 取电桥为等臂, 即 $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \equiv R_0$, R_0 取两种不同的值, 具体 R_0 为多少可自定。建议一种取大一些比如几千欧姆 (如: 5000Ω), 一种取小一些比如几百、几十欧姆左右 (如: 50Ω)。微调 R_3 使 U_g 为零, 此时电桥平衡。
(记录 R_3 调整后的具体值。)

- (2) 改变 R_4 的电阻, 每次改变量 (即: 步长) 以及取值范围, 自己恰当设定。测量并记录数据, 画图测算线性范围, 并计算 (零点) 绝对灵敏度和相对灵敏度。

- (3) 结合实验内容 1, 写出总结。总结包括以下二个方面:

- a) 实测数据曲线上, $U_g \sim \delta$ 之间关系 (近似满足) 线性关系时的 R_4 取值范围, 此范围的长度 ΔR_4 与 R_0 大小之间的关系;
- b) 零点绝对灵敏度大小与 R_0 大小之间的关系。
3. 利用你搭建的直流非平衡电桥, 测量并记录铜丝 (Cu) 的电阻, 以及其电阻随温度的改变值。计算铜丝的电阻温度系数, 在 0°C 和 20°C 时的值和不确定度。
- (1) 取桥臂电阻为 50Ω (为什么?), 用 Keithy2000 (精度可以到 $1\mu\text{V}$, 使用最小量程 100mV) 来测量桥路输出电压 U_g 。保持恒压源输出电压为 2.0V , 微调 R_3 使电桥平衡 (即: 使 U_g 尽可能地小, 越小越好。一般情况下, 接近于或小于 0.01mV)。平衡后, 记录对应的 $U_{g0\min}$ 。
- (2) 把 3m 长, 直径为 0.60mm 的 Cu 丝 (漆包线, 电阻率 $\rho = 1.687 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$) 串联到 R_4 所在的桥臂上。把 Cu 丝浸没到杯内水中, 用温度计测量水温 t , 记录水温并测量当前水温下桥路输出电压 U_g 值。并与没有串联 Cu 丝时 $U_{g0\min}$ 比较, 计算 Cu 丝的当前温度下的电阻值 R_{Cu} (暂时可不计算, 继续下面的测量)。
- (3) 用加热台对杯子进行加热, 铜丝温度缓慢上升。每隔 5°C 记录一下对应的 U_g 值, 直到 85°C (或 100°C) 为止。

根据各个不同温度点下的 U_g 值 (与没有串联 Cu 丝时 $U_{g0\min}$ 比较), 利用简单的线性关系, 计算出铜丝在各个温度点下的电阻值 R_{Cu} , 并在坐标纸上作出 $R_{\text{Cu}} \sim t$ 的散点图以及拟合直线。求出拟合直线的斜率 dR/dt , 并推算 0°C 和 20°C 时的铜丝电阻 (拟合) 值 \hat{R}_0 和 \hat{R}_2 。

根据电阻温度系数定义式 $\alpha_T = (dR/dt)/R_T$, 计算 Cu 丝的在 0°C 和 20°C 处的电阻温度系数。最后, 本实验要求分析和计算 2 个不同温度处的电阻温度系数 α_T , 以及在 95% 置信概率下的不确定度 u_α (A 类不确定度)。

（选做） 另外本实验非平衡电桥测量出铜丝电阻值，可与电阻定律公式

$R_0 = \rho \frac{l}{S}$ 的计算值进行比较，分析产生差别的原因。

铜线参数 $\rho = 0.01687 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$, $l = 3\text{m}$, $\phi = 0.60\text{mm}$ 则 $R_0 = \rho \frac{l}{S} = 0.179 \Omega$

注意事项

1. 要用万用表测量恒压源的输出电压值。因直流电压源液晶面板所显示的电压值与实际输出值之间可能存在着差异。
2. Cu 丝与温度计的感温泡都浸泡在水中同一个高度；不要让它们接触到杯子的底部或者壁上。
3. 别让实验仪器的连接导线，接触电炉的发热盘面，否则容易把导线烧焦、烧毁，引起火灾事故。加热结束后，应立即关掉和拔掉加热台电炉的电源。
4. 用电炉加热时，要控制加热速度，开始用 3 档，到 50°C 以后用 1 档加热即可，否则会使温度上升过快而来不及读数和记录数据。

思考题

1. 简述直流非平衡电桥与直流平衡电桥的关系。
2. 为什么在实验内容 1 中， ΔR_4 的绝对值相同时， R_4 小于 1000Ω 时的 U_g 值比 R_4 大于 1000Ω 时的 U_g 值，绝对值大？
3. 假设用非平衡电桥来测量一个热敏电阻的电阻值随温度的变化， $U_s = 2.0\text{V}$ ，毫伏表最小刻度为 1mV ，在室温（ 35°C ）到 85°C 度范围内，热敏电阻的电阻值改变 50Ω ，取等臂电桥，为了保证测量的灵敏度（即：每隔 5°C 读一次输出电压值，变化量不小于 1mV ）并且保持（与理论线性之间的误差小于）5% 的线性范围，请问 R_0 取多少比较合适？（指取值范围的上下限。）
4. 把计算出来的 Cu 丝电阻温度系数与参考值 $0.00393(^{\circ}\text{C})^{-1}$ 进行比较并分析。

参考资料

- [1] 吕斯骅, 段家祗 新编基础物理实验 2006 153-158
- [2] 杨述武, 赵立竹, 沈国土 普通物理实验 2 (电磁学部分) (第四版) 53-59
- [3] 王丽香、吕春、王吉有, “用非平衡电桥原理制作铜电阻热敏温度计”, 《大学物理实验》, 2007, 20:2, 41-43
- [4] 倪新蕾, “非平衡电桥的输出特性研究”, 《大学物理》, 2009, 28:3, 33-35
- [5] 苏启录, “非平衡电桥灵敏度特性比较研究”, 《赤峰学院学报》, 2012, 28:7, 9-11
- [6] 李林、徐泽红、吴新全, “应用非平衡电桥测量电阻实验的研究”, 《实验技术与管理》, 2007, 24:3, 31-34

附录

1. 直流非平衡电桥输出电压的绝对灵敏度、相对灵敏度, 零点灵敏度 S_0

$$S_{U_{\text{绝对}}} = \frac{U_g}{\Delta R} = \frac{1}{4} \frac{U_s}{R_0} \quad S_{U_{\text{相对}}} = \frac{U_g}{\Delta R / R_0} = \frac{U_s}{4}$$

在平衡态附近, 即 $\delta \rightarrow 0$ 时, 输出电压的灵敏度称为零点灵敏度 S_0

2. 直流非平衡电桥的线性范围

公式 (3) 是 δ 比较小的时候的一个近似公式, 当 δ 比较大的时候该公式不成立。当 ΔR_4 在 0 值附近、一个近似对称的正负小区间内, 根据公式 (2) 和 (3) 分别计算所得的 U_g 和 U'_g , 它们之间的差值与自身的值比较时, $\leq 5\%$, 可以认为在此区间内满足线性要求。这样根据实测 U_g 值可以使用近似公式 (3) 直接来计算 ΔR_4 。(实测线性范围)

理论线性范围的计算可以通过公式 (2) 和 (3) 来得到。给定某一 ΔR_4 由公式 (2) 可以计算得到一个 U_g , 由公式 (3) 可以得到 U'_g , 比较 U_g 与 U'_g 可知道它们差别是否超过自身大小的 5%, 来计算出 δ 值范围 (即: $-\frac{10}{105} \leq \delta_{\text{理}} \leq \frac{10}{95}$)。

辅导资料

电阻温度系数及其不确定度的计算（忽略电桥电阻箱电阻值的 B 类不确定度）

用实际测量数据举例，计算电阻的温度系数 α 及其不确定度 u_α

表 1：测量 3 米长的铜丝电阻值随温度的变化。计算电阻温度系数以及不确定度

温度 $T/^\circ\text{C}$	20.5	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0	55.0	60.0
电阻 R_{Cu}/Ω	0.2481	0.2527	0.2574	0.2610	0.2660	0.2709	0.2756	0.2806	0.2852
温度 $T/^\circ\text{C}$	65.0	70.0	75.0	80.0	85.0	90.0	95.0	99.0	
电阻 R_{Cu}/Ω	0.2898	0.2948	0.2994	0.3051	0.3099	0.3148	0.3196	0.3218	

$$R_T = R_0(1 + \alpha T) = \alpha R_0 T + R_0 = mT + b$$

一元线性回归拟合的结果（ $N=17$ ）

$$R_T \rightarrow y \quad T \rightarrow x \quad \Rightarrow y = mx + b$$

截距 $b = 0.22819\Omega$

截距的标准差 $s_b = 3.49572 \times 10^{-4}\Omega$

斜率 $m = 9.54891 \times 10^{-4}\Omega/^\circ\text{C}$

斜率的标准差 $s_m = 5.40077 \times 10^{-6}\Omega/^\circ\text{C}$

$N = 17 \quad v = 15 \quad P = 0.95 \quad t = 2.13$

斜率和截距的 95%置信区间的半宽 u （即不确定度），及全宽 $2u$

$$2u_b = 0.00149 \quad \left[\approx 2 \times 7.45094 \times 10^{-4} \approx 2 \times 2.13 \times 3.49572 \times 10^{-4} \right] \quad p = 0.95$$

$$2u_m = 0.23023 \times 10^{-4} \left[= 2 \times 1.15115 \times 10^{-5} \approx 2 \times 2.13 \times 5.40077 \times 10^{-6} \right] \quad p = 0.95$$

斜率和截距的上、下限（在 95%置信概率下）

$$b = 0.22744 \sim 0.22893 \quad (P = 0.95) \quad m = (9.43379 \sim 9.66402) \times 10^{-4} \quad (P = 0.95)$$

斜率与截距的相关系数 $\rho_{b,m} = \rho_{m,b} = -0.92653$ 【其中 $\rho_{b,k} = -\bar{x} / \sqrt{x^2}$ 】

（上述数据可以直接从 origin2017 软件中读取，并与手工计算器计算结果进行比较）

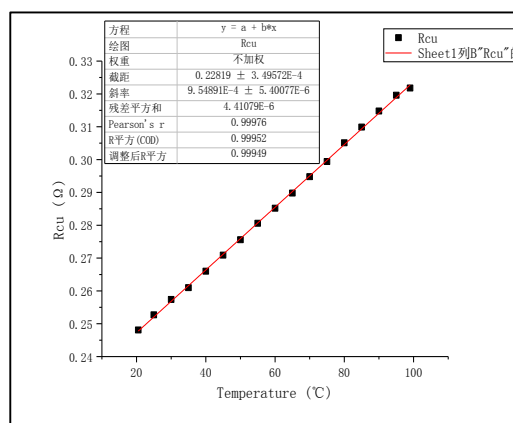


图 x：铜丝的电阻值随温度的变化

则，在 95%置信概率下， 0°C 的电阻温度系数 α_0 及其相对不确定度 u_{α_0}

$$\alpha_0 = \frac{m}{b} \approx 4.18 \times 10^{-3} \quad (^\circ\text{C})^{-1} \quad \frac{u_{\alpha_0}}{\alpha_0} = \sqrt{\left(\frac{u_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{u_m}{m}\right)^2 - 2\rho_{b,m}\left(\frac{u_b}{b}\right)\left(\frac{u_m}{m}\right)} \approx 1.5\%$$

【延伸计算】在 95%置信概率下，求电阻温度系数在 20°C 时的值 α_2 及其相对不确定度 u_{α_2}

R_2 值可取 20°C 时铜丝电阻的实测值，或者取铜丝电阻在 20°C 处的线性拟合值

$$\alpha_2 = \frac{m}{R_2} = ? \quad \frac{u_{\alpha_2}}{\alpha_2} = \sqrt{\left(\frac{u_{R_2}}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{u_m}{m}\right)^2 - 2\rho_{R_2,m}\left(\frac{u_{R_2}}{R_2}\right)\left(\frac{u_m}{m}\right)} = ? \%$$

实验报告格式

实验题目

实验者含学号

实验者所在的院系和班级（实验分组号）

摘要：主要包含实验的技术方法和概括性的结论以及可能的应用前景

第一部分为前言或背景介绍：实验的发展历史、进展，能测量的物理量以及物理量的内涵及应用等

第二部分为实验方法：包含实验的仪器、实验的原理以及实验采取的技术方法介绍

第三部分为结果和分析：数据处理、不确定度分析，数据得到结果的分析以及原因

第四部分为结论，给出实验的总结性语言描述，以及应用前景

第五部分为参考文献

英文题目和英文摘要可以根据自己的实际情况来写，可写可不写