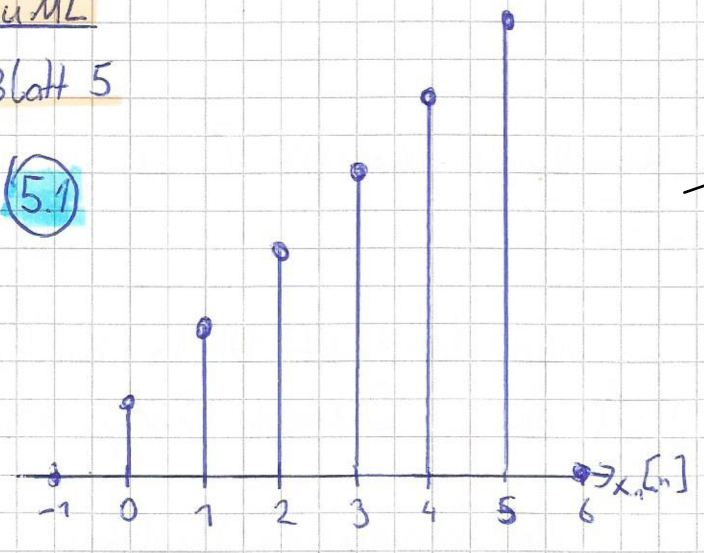
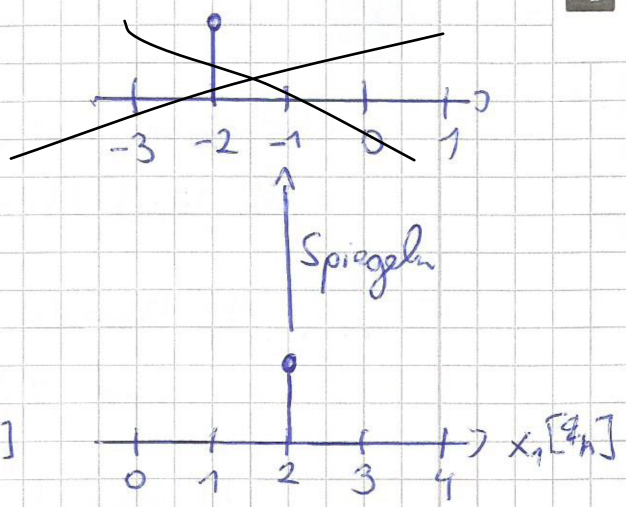
SuML

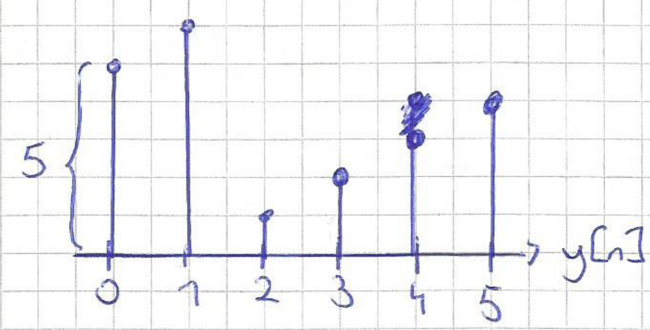
Blatt 5

5.1





	k	0	1	2	3	4	5	
	$x_1[k]$	1	2	3	4	5	6	$y[n]$
0-k	$x_2[\cancel{n-0}]$	0	0	0	0	1	0	5
1-k	$x_2[\cancel{n-1}]$	0	0	0	0	0	1	6
2-k	$x_2[\cancel{n-2}]$	1	0	0	0	0	0	1
3-k	$x_2[\cancel{n-3}]$	0	1	0	0	0	0	2
4-k	$x_2[\cancel{n-4}]$	0	0	1	0	0	0	3
5-k	$x_2[\cancel{n-5}]$	0	0	0	1	0	0	4



5.2

1. Verfahren zur Berechnung der DFT ist bekannt als FFT (Fast-FT)

1) Berechnung der N-Punkt DFTs $X_1[k]$ und $X_2[k]$ der zu faltenden Folgen ($x_1[k]$ u. $x_2[k]$)

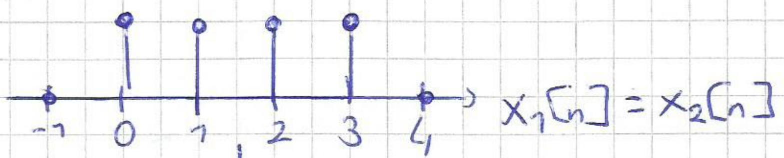
2) Berechnung des komplexen Produkts:
$X_3[k] = X_1[k] \cdot X_2[k]$

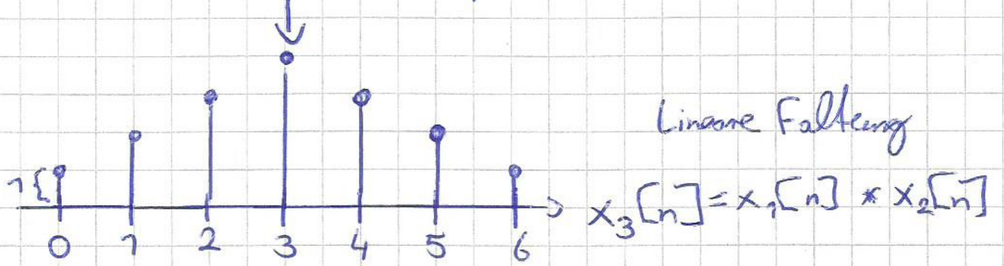
3) Die gefaltete Folge $x_3[n] = x_1[n] \, (N) \, x_2[n]$ ist durch die inverse DFT von $X_3[k]$ gegeben

2. $x_1[n]$ mit Länge L, $x_2[n]$ mit Länge P, wobei $L \geq P$

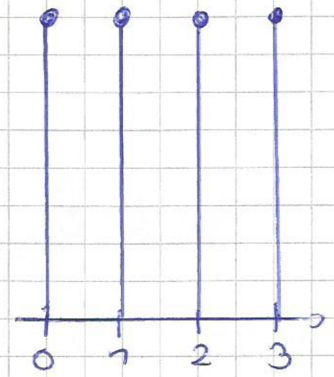
Die zirkulare Faltung entspricht nur der Linearen, wenn $N \geq L+P-1$
Wenn $N < L+P-1$, dann:
- $N = P \leq L$: Zeit-aliasing in allen Werten
- $N = P > L$: —"— in den ersten P-1 Werten

Beispiel 1: $x_1[n] = x_2[n]$, $L = P = 4$



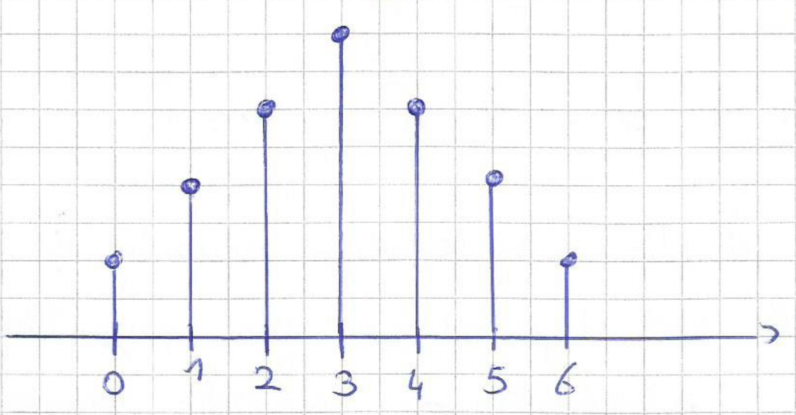


Zirkulare Faltung mit $N = P = L = 4$:



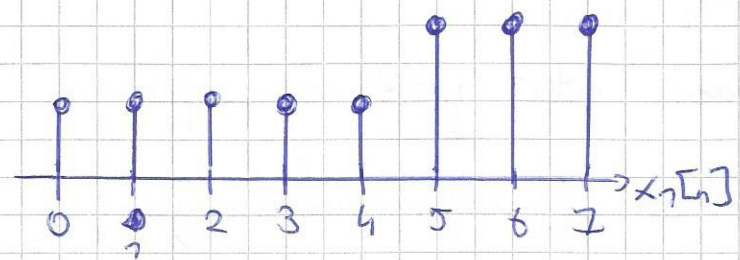
$x_3[n] = x_1[n] \; (4) \; x_2[n]$

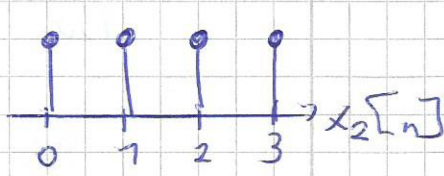
Zirkulare Faltung mit $N = 2L = 8$:

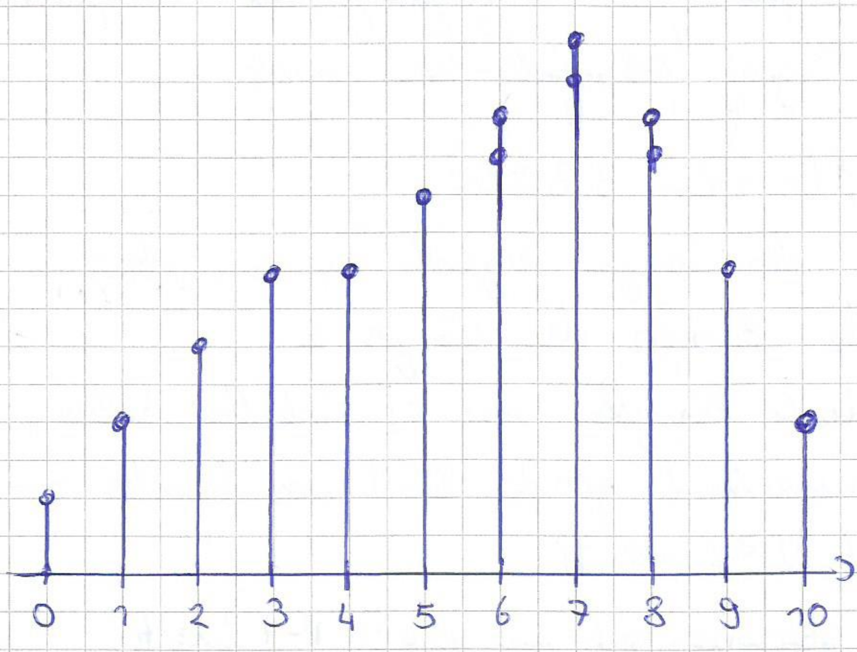


$x_3[n] = x_1[n] \; (8) \; x_2[n]$

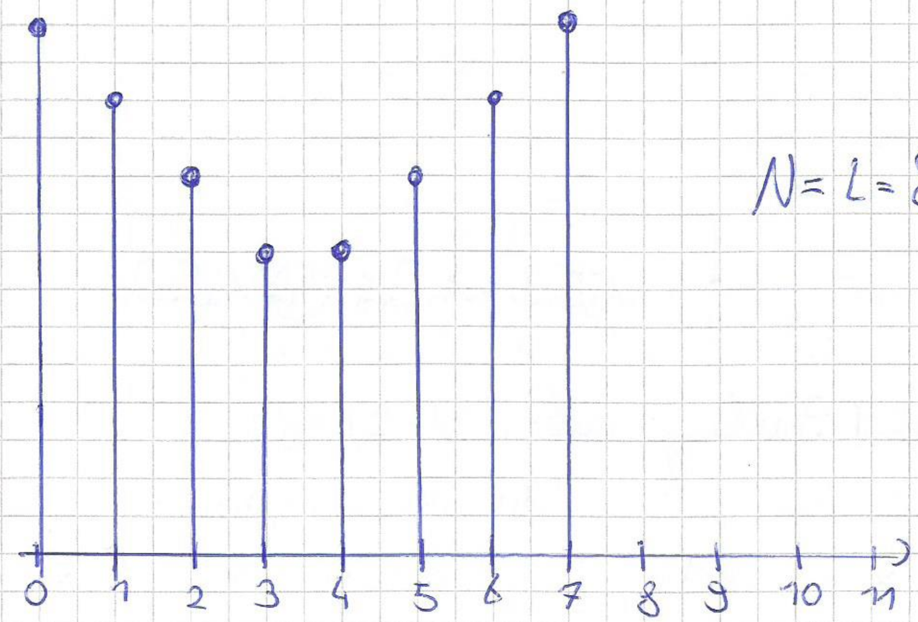
Beispiel 2: $L = 8, \; P = 4$







$N = L + P - 1$



$N = L = 8$

3. Warum ist blockweises verarbeiten notwendig?

→ Signale sind typischerweise sehr lang. Damit kein Zeitaliasing auftritt, müsste die N-Punkt DFT berechnet werden, wobei $N \geq L + P - 1$

Da L meist sehr groß ist, heißt das:

a) Je größer N, desto aufwendiger

b) System hat Verzögerung, da komplettes Signal bekannt sein muss.

Overlap-Add (s. Folie 3.3.25)

- Zerlegung des langen Signals x_1 in nicht-überlappende Blöcke der Länge L'
- Jeden Block einzeln mit x_2 zirkular falten, dazu ausreichend große DFT des Blocks berechnen ($N \geq L + P - 1$)
- Ergebnisse überlappen sich um jeweils P-1 Werte

- Zur Konstruktion des Ausgabesignals, werden die Blöcke addiert

Overlap - Save:

- Zerlegung des Signals x_1 in Blöcke der Länge L', die sich um P-1 Werte überlappen
- Jeder Block wird ~~[illegible]~~ mit x_2 zirkular gefaltet. Dazu DFT mit $N = L'$
- Die ersten P-1 Werte des Ergebnisse der Faltung von jedem ~~[illegible]~~ Block sind verfälscht und werden verworfen
- Ergebnissignal ergibt sich aus Aneinander~~[illegible]~~hänger der restlichen Werte
- beim ersten Block werden die ersten P-1 Werte mit 0 aufgefüllt

(53)

1. Bestimme die DFT von $r[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Kap. 3.2, Folie 43

$$\Rightarrow R[e^{i\omega}] = e^{-i\omega \frac{M}{2}} \cdot \frac{\sin\left(\omega\left(\frac{M+1}{2}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

2.
$$w[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \cancel{\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)\right), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$w[n] = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)\right] \cdot r[n] =$$

Euler-formel

$$= \frac{1}{2} \cdot r[n] - \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi n}{M}} + e^{-i\cdot\frac{2\pi n}{M}}}{2} \cdot r[n] =$$

$$= \frac{1}{2} r[n] - \frac{1}{4} \cdot e^{i\frac{2\pi n}{M}} \cdot r[n] - \frac{1}{4} \cdot e^{-i\frac{2\pi n}{M}} \cdot r[n] =$$

$$W[e^{i\omega}] = \frac{1}{2} \cdot R[e^{i\omega}] - \frac{1}{4} \cdot R[\underbrace{e^{i(\omega - \frac{2\pi}{M})}]}_{*} - \frac{1}{4} \cdot R\underbrace{[e^{i(\omega + \frac{2\pi}{M})}]}_{*}$$

$$* \quad e^{i\omega_0 n} x[n] = X[e^{i(\omega - \omega_0)}], \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{M}$$