

Zadanie nr 1 - Generacja sygnału i szumu

Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów

Dawid Jakubik, 224307 Hubert Gawłowski, 224298

22.04.2021

1 Cel zadania

Celem zadania było zapoznanie się z procesem konwersji A/C oraz C/A sygnałów jednocześnie poznając kilka metod na przeprowadzenie obu procesów jak i zaimplementowanie ich w aplikacji.

2 Wstęp teoretyczny

Sygnały, które podlegają kwantyzacji oraz rekonstrukcji generowane są na podstawie wzorów znajdujących się w instrukcji do zadania nr 1 [1]. W instrukcji [2] znajdują się wzory oraz opisy metod konwersji A/C oraz C/A użyte w celu kwantyzacji, rekonstrukcji oraz do obliczenia błędu średniokwadratowego, stosunku sygnał-szum, szczytowego stosunku sygnał-szum oraz maksymalnej różnicy. Do sprawdzenia jakości rekonstruowanych sygnałów oraz sygnałów poddanych kwantyzacji użyjemy następujących miar:

- Błąd średniokwadratowy (MSE ang. Mean Squared Error)

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [x(i) - \hat{x}(i)]^2 \quad (1)$$

- Stosunek sygnał - szum (SNR, ang. Signal to Noise Ratio)

$$SNR_{db} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=0}^{N-1} x^2(i)}{\sum_{i=0}^{N-1} [x(i) - \hat{x}(i)]^2} \right) \quad (2)$$

- Szczytowy stosunek sygnał-szum (PSNR, ang. PeakSignaltoNoiseRatio)

$$PSNR_{db} = 10 \log_{10} \left(\frac{\max_{i=0, \dots, N} x(i)}{MSE} \right) \quad (3)$$

- Maksymalna różnica (MD, ang. Maximum Difference)

$$MD = \max_{i=0, 1, \dots, N} |x(i) - \hat{x}(i)| \quad (4)$$

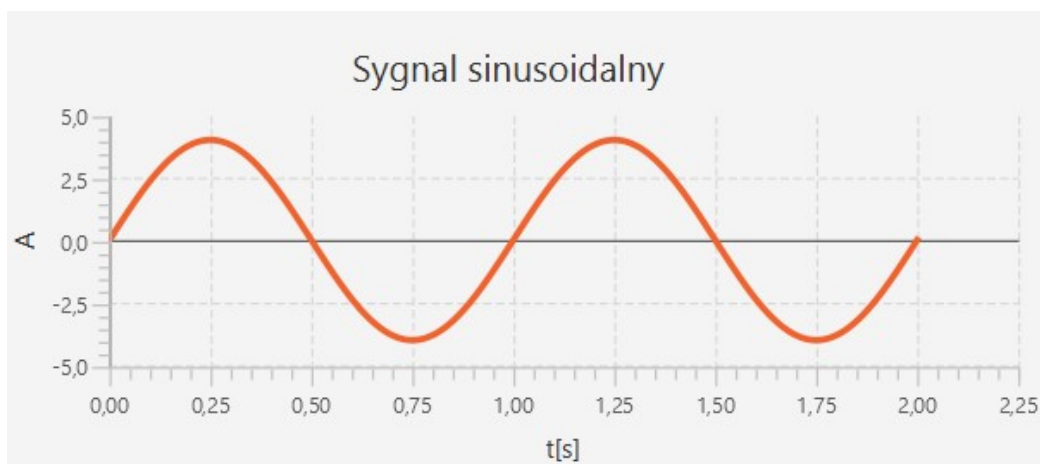
3 Eksperymenty i wyniki

W każdym z eksperymentów jako sygnał ciągły posłużył nam sygnał sinusoidalny o następujących parametrach:

- Amplituda: 4

- Czas początkowy: 0s
- Czas trwania sygnału: 2s
- Okres: 1s

Wygląda on następująco:



Rysunek 1: Sygnał sinusoidalny wykorzystywany w eksperymentach

3.1 Eksperyment nr 1 Kwantyzacja równomierna z obcięciem

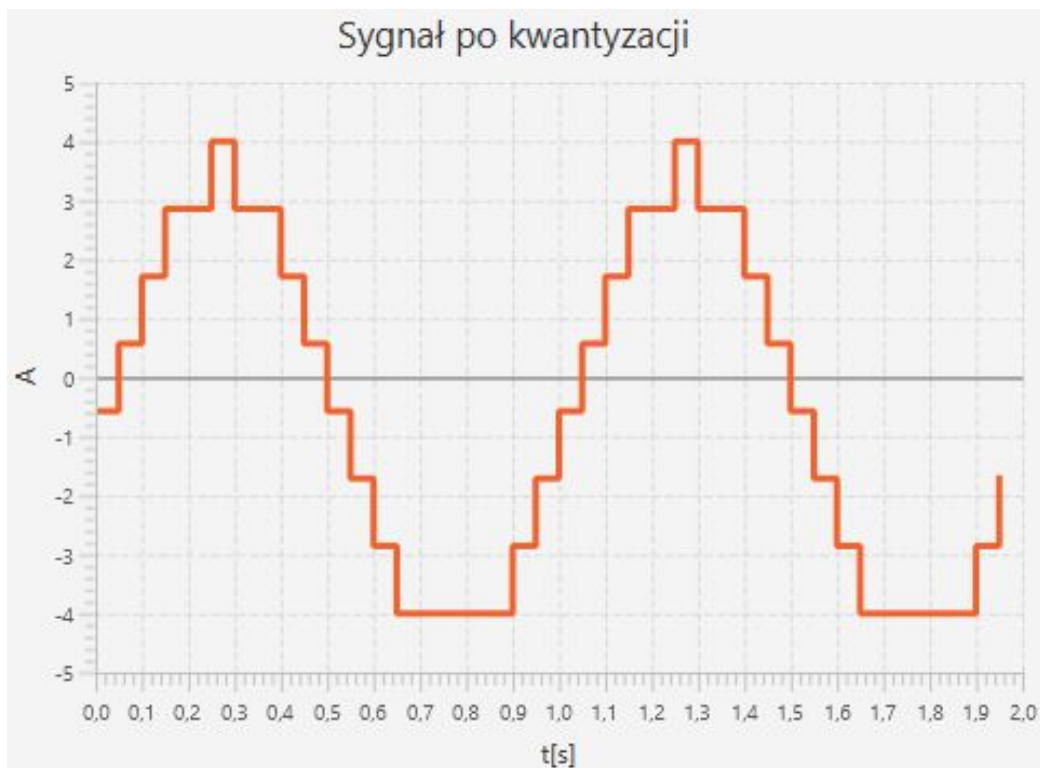
Celem eksperymentu było przeprowadzenie kwantyzacji sygnału ciągłego z obcięciem.

3.1.1 Założenia

- Częstotliwość próbkowania: 20 Hz
- Liczba poziomów kwantyzacji: 8

3.1.2 Przebieg

Skwantyzowana postać sygnału prezentuje się następująco:



Rysunek 2: Kwantyzacja równomierna z obcięciem sygnału sinusoidalnego

3.1.3 Rezultat

Obliczone miary dla procesu kwantyzacji:

Błąd średniokwadratowy: 15.97267327218366
 Stosunek sygnał - szum: -3.002876210812942
 Szczytowy stosunek sygnał - szum: 0.007423745826868857
 Maksymalna różnica: 7.804226065180615

Rysunek 3: Miary obliczone dla kwantyzacji równomiernej z obcięciem sygnału sinusoidalnego

3.2 Eksperyment nr 2 : Kwantyzacja równomierna z zaokrągleniem

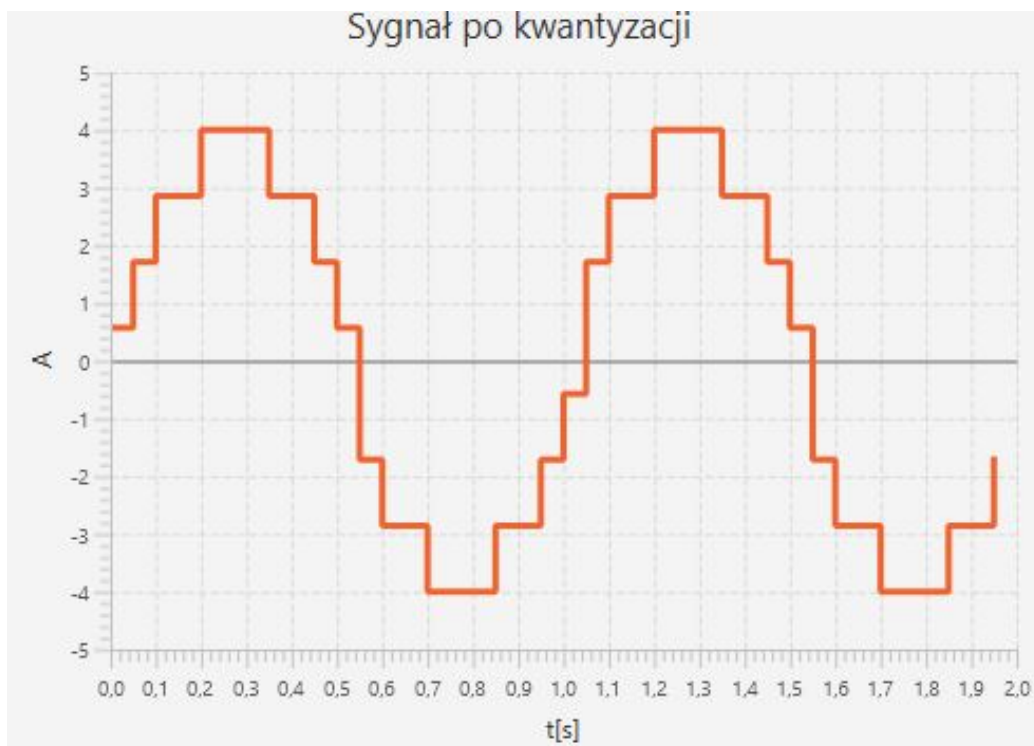
Celem eksperymentu było przeprowadzenie kwantyzacji sygnału ciągłego z zaokrągleniem.

3.2.1 Założenia

- Częstotliwość próbkowania: 20 Hz
- Liczba poziomów kwantyzacji: 8

3.2.2 Przebieg

Skwantyzowana postać sygnału prezentuje się następująco:



Rysunek 4: Kwantyzacja równomierna z zaokrągleniem sygnału sinusoidalnego

3.2.3 Rezultat

Obliczone miary dla procesu kwantyzacji:

Błąd średniokwadratowy: 16.615081829857157
Stosunek sygnał - szum: -3.1741249754351477
Szczytowy stosunek sygnał - szum: -0.1638250187953358
Maksymalna różnica: 7.23606797749979

Rysunek 5: Miary obliczone dla kwantyzacji równomiernej z zaokrągleniem sygnału sinusoidalnego

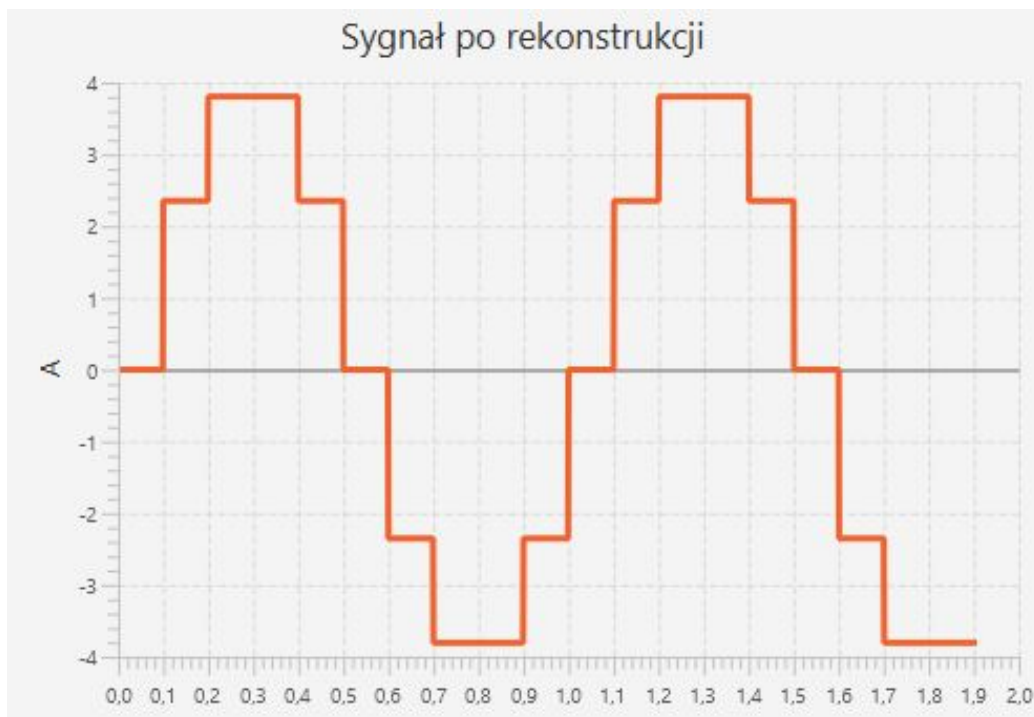
3.3 Eksperyment nr 3: Ekstrapolacja zerowego rzędu

3.3.1 Założenia

Eksperyment nr 3 polegał na ekstrapolacji zerowego rzędu spróbkowanego sygnału ciągłego.

3.3.2 Przebieg

Sygnał ciągły został spróbkowany z częstotliwością 10Hz a następnie zrekonstruowany. Wygenerowana rekonstrukcja sygnału prezentuje się następująco:



Rysunek 6: Wykres Ekstrapolacji zerowego rzędu sygnału sinusoidalnego

3.3.3 Rezultat

Obliczone parametry dla otrzymanego w rezultacie sygnału ciągłego:

Błąd średniokwadratowy: 0.992142439556234
Stosunek sygnał - szum: 9.132940076385834
Szczytowy stosunek sygnał - szum: 11.63958606478399
Maksymalna różnica: 2.351141009169683

Rysunek 7: Obliczone miary dla Ekstrapolacji zerowego rzędu sygnału sinusoidalnego

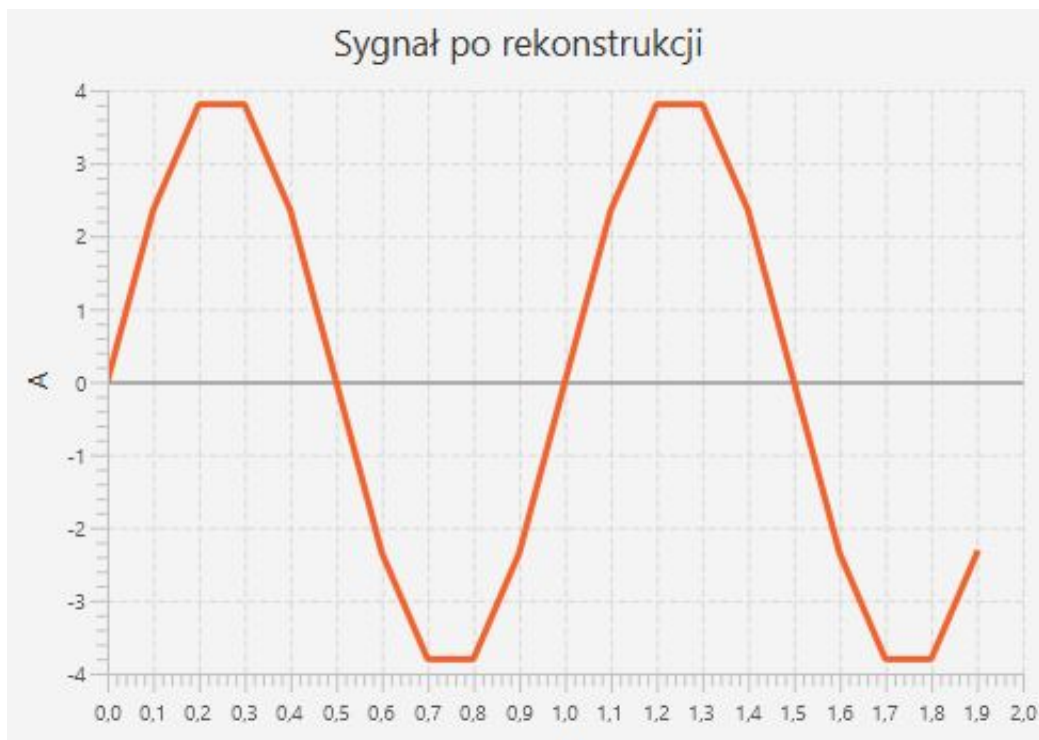
3.4 Eksperyment nr 4: Interpolacja pierwszego rzędu

3.4.1 Założenia

Eksperyment nr 4 polegał na Interpolacji pierwszego rzędu spróbkowanego sygnału ciągłego.

3.4.2 Przebieg

Sygnał ciągły został spróbkowany z częstotliwością 10Hz a następnie zrekonstruowany. Wygenerowana rekonstrukcja sygnału prezentuje się następująco:



Rysunek 8: Wykres Interpolacji pierwszego rzędu sygnału sinusoidalnego

3.4.3 Rezultat

Obliczone parametry dla otrzymanego w rezultacie sygnału ciągłego:

Błąd średniokwadratowy: 0.01064052061782601
Stosunek sygnał - szum: 28.643172612304117
Szczytowy stosunek sygnał - szum: 31.335697561706056
Maksymalna różnica: 0.19577393481938588

Rysunek 9: Obliczone miary dla Interpolacja pierwszego rzędu sygnału sinusoidalnego

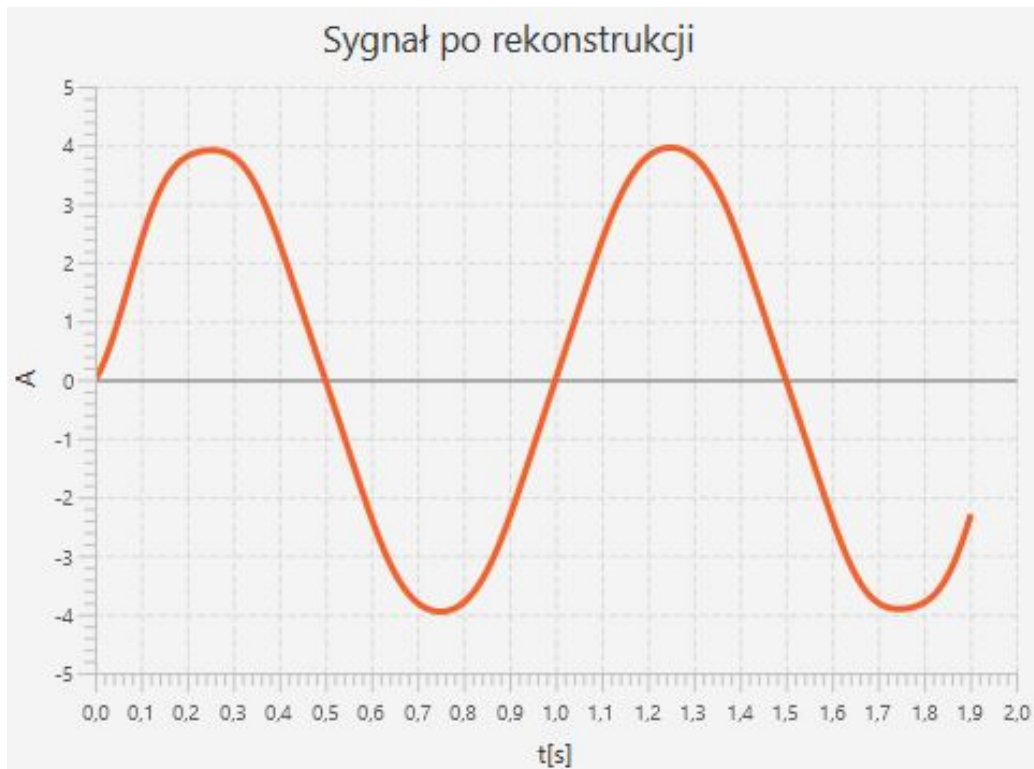
3.5 Eksperyment nr 5: Rekonstrukcja w oparciu o funkcję sinc

3.5.1 Założenia

Eksperyment nr 5 polegał na rekonstrukcji w oparciu o funkcję sinc próbkowanego sygnału ciągłego.

3.5.2 Przebieg

Sygnał ciągły został próbkowany z częstotliwością 10Hz a następnie zrekonstruowany. Wygenerowana rekonstrukcja sygnału prezentuje się następująco:



Rysunek 10: Wykres rekonstrukcji w oparciu o funkcję sinc sygnału sinusoidalnego

3.5.3 Rezultat

Obliczone parametry dla otrzymanego w rezultacie sygnału ciągłego:

Błąd średniokwadratowy: 0.003935845907864877
Stosunek sygnał - szum: 33.25549299493062
Szczytowy stosunek sygnał - szum: 35.99516282388355
Maksymalna różnica: 0.2514321164280394

Rysunek 11: Obliczone miary dla rekonstrukcji w oparciu o funkcję sinc sygnału sinusoidalnego

-

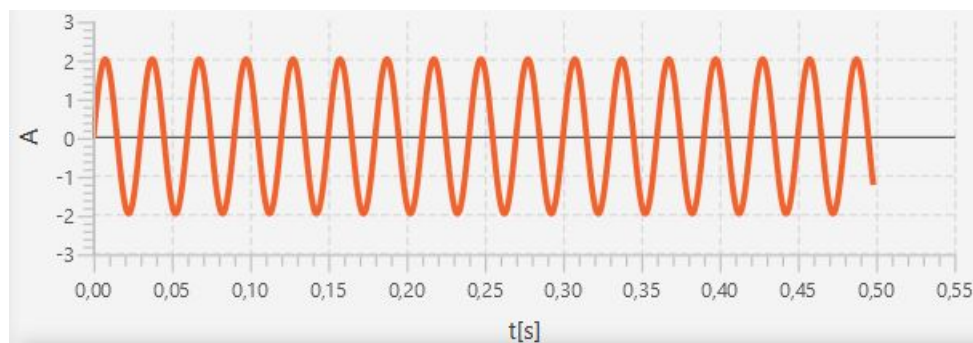
3.6 Eksperyment nr 6: Zjawisko aliasingu

3.6.1 Założenia

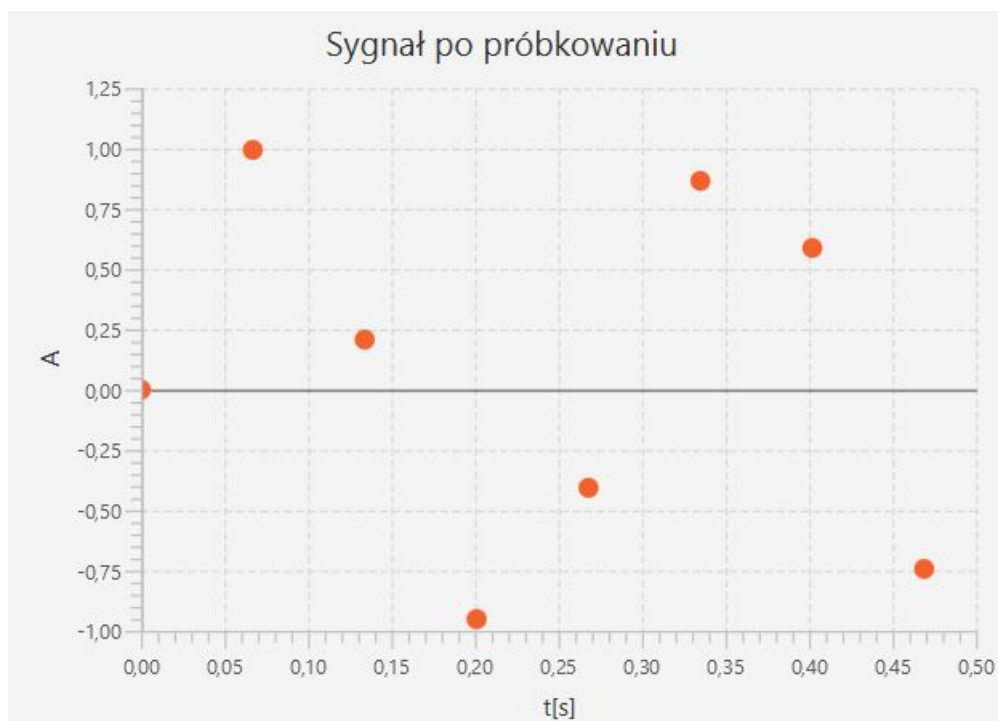
Eksperyment nr 6 polegał na rekonstrukcji w oparciu o funkcję sinc spróbkowanego sygnału ciągłego z tak dobranymi parametrami by uzyskać zjawisko aliasingu.

3.6.2 Przebieg

Wygenerowany został sygnał sinusoidalny, którego okres wynosił 0.03s a następnie sygnał ten został spróbkowany z częstotliwością 15Hz. Na podstawie tych próbek w oparciu o funkcję sinc sygnał został zrekonstruowany.

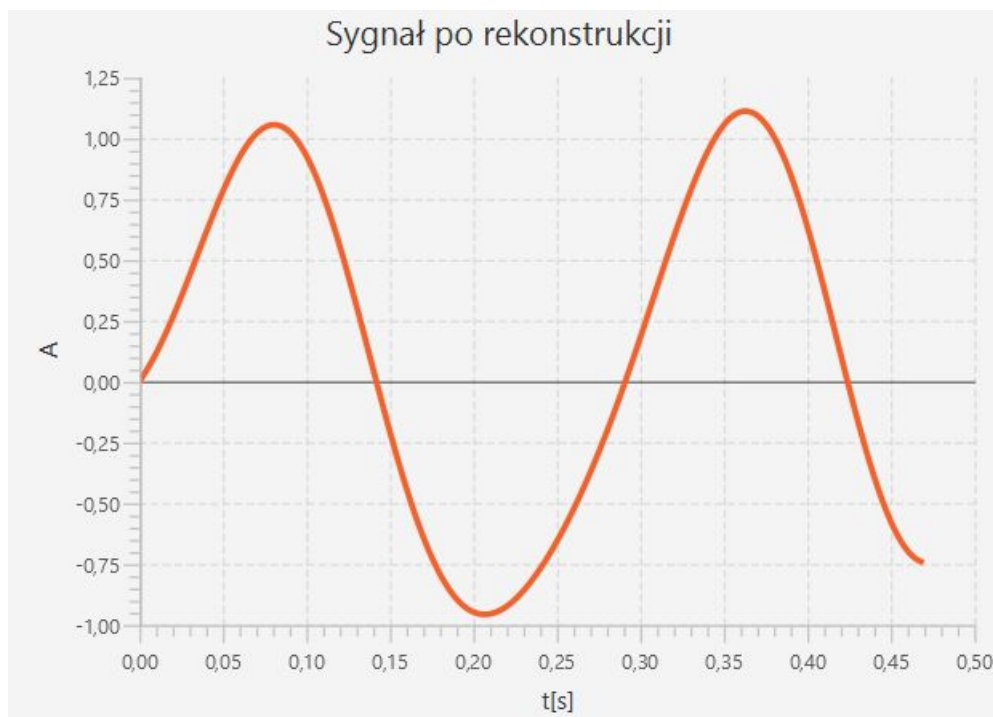


Rysunek 12: Wygenerowany sygnał sinusoidalny



Rysunek 13: Wygenerowany sygnał sinusoidalny

3.6.3 Rezultat



Rysunek 14: Wykres rekonstrukcji w oparciu o funkcję sinc sygnału sinusoidalnego z wystąpieniem aliasingu

Jak można zauważyć w wyniku wystąpienia aliasingu zrekonstruowany sygnał znacząco różni się od sygnału wejściowego.

4 Wnioski

- Każdy sygnał ciągły można zdyskretyzować poprzez próbkowanie a następnie te próbki skwantyzować by ograniczyć dokładność zapisu oraz ilość pamięci potrzebnej do zapisu sygnału zdyskretyzowanego.
- Program poprawnie kwantyzuje oraz rekonstruuje sygnały.
- Program pozwala obliczenie 4 miar dla każdego skwantyzowanego sygnału.
- Najbardziej przypominający kształtem sygnał zrekonstruowany powstaje po rekonstrukcji z wykorzystaniem funkcji sinc.

- Kwantyzacja pozwala w efektywny sposób przedstawić sygnał w postaci cyfrowej
- Im większa częstotliwość próbkowania, tym jakość rekonstrukcji jest lepsza
- Im więcej poziomów kwantyzacji, tym błąd kwantyzacji jest mniejszy.
- Przy zbyt małej częstotliwości próbkowania może wystąpić zjawisko aliasingu.

Literatura

- [1] Instrukcja do zadania 1 na stronie przedmiotu. [przełączany 28.04.2021], Dostępny w: <https://ftims.edu.p.lodz.pl/file.php/154/zadanie120101011.pdf>
- [2] Instrukcja do zadania 2 na stronie przedmiotu. [przełączany 28.04.2021], Dostępny w: <https://ftims.edu.p.lodz.pl/pluginfile.php/13449/modresource/content/0/zadanie2.pdf>