

Zadanie nr 1 - Generacja sygnału i szumu

Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów

Dawid Jakubik, 224307 Hubert Gawłowski, 224298

17.06.2021

1 Cel zadania

Celem zadania było zapoznanie się z operacjami transformacji sygnałów dyskretnych przy użyciu wybranych metod oraz zaimplementowanie tychże metod w celu wygenerowania odpowiednich transformat.

2 Wstęp teoretyczny

Podczas pracy nad zadaniem korzystaliśmy z teorii zawartej w instrukcji na platformie Wikamp [1]. Znajdują się w niej wszystkie potrzebne wzory dotyczące interesujących nas transformacji. Oczywiście, zgodnie z instrukcją zapewniliśmy dwa tryby wyświetlania wykresu:

- (W1) - górny wykres prezentuje część rzeczywistą amplitudy w funkcji częstotliwości, a wykres dolny część urojoną.
- (W2) - górny wykres prezentuje moduł liczby zespolonej, a dolny argument liczby w funkcji częstotliwości.

W ramach zadania zaimplementowaliśmy wymienione w instrukcji transformacje sygnałów. Z racji numerów indeksów przydzielony nam został Zestaw 2, a więc wariant transformacji falkowej (DB4)

3 Eksperymenty i wyniki

3.1 Wykresy wejściowe

Na początek wygenerowaliśmy wykresy o następujących wzorach, na których będą przeprowadzane transformacje:

- (S1):

$$S(t) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) + 5 \sin\left(\frac{2\pi}{0.5}t + \frac{\pi}{2}\right) f_{pr} = 16 \quad (1)$$

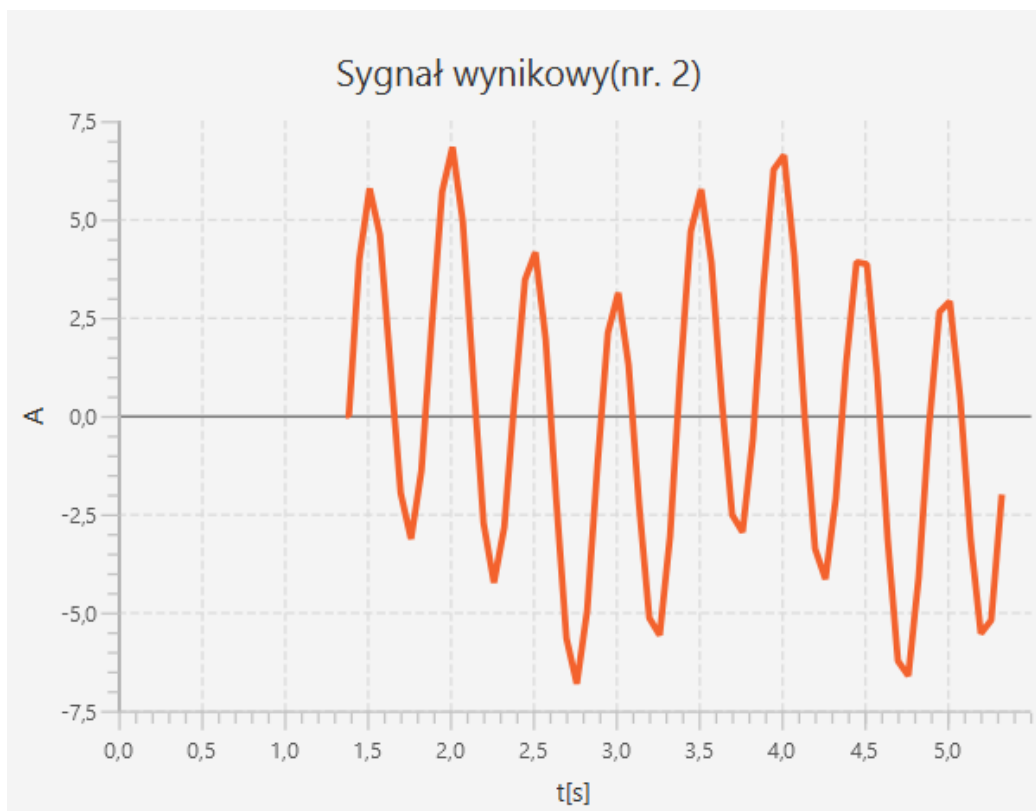
- (S2):

$$S(t) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{2}t\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{1}t\right) + 5 \sin\left(\frac{2\pi}{0.5}t\right) f_{pr} = 16 \quad (2)$$

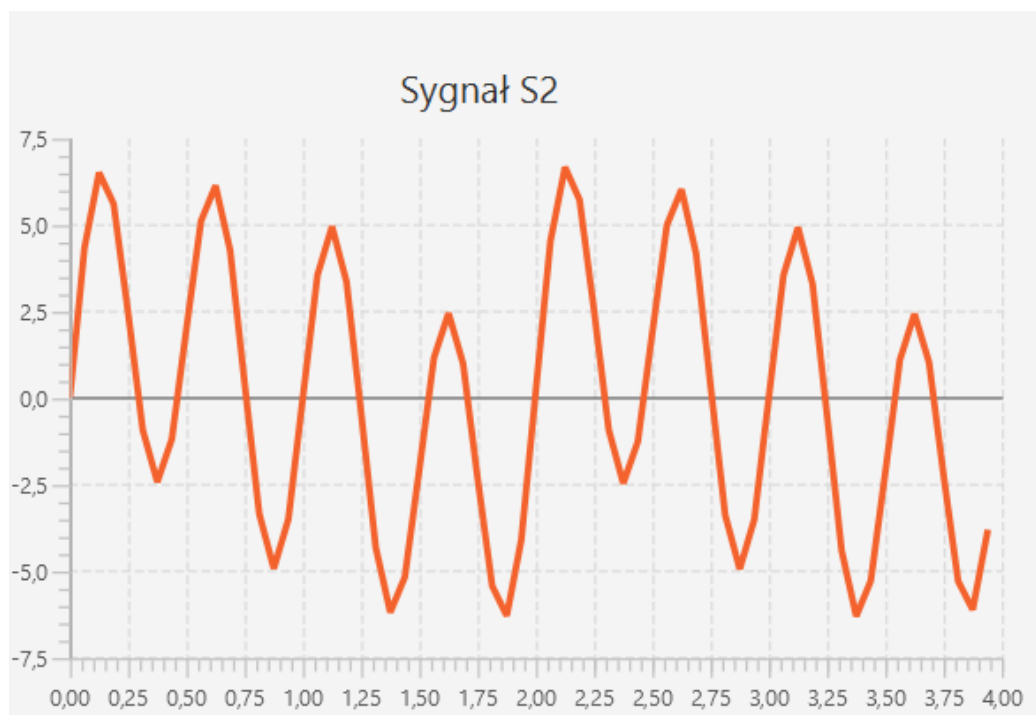
- (S3):

$$S(t) = 5 \sin\left(\frac{2\pi}{2}t\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{0.25}t\right) f_{pr} = 16 \quad (3)$$

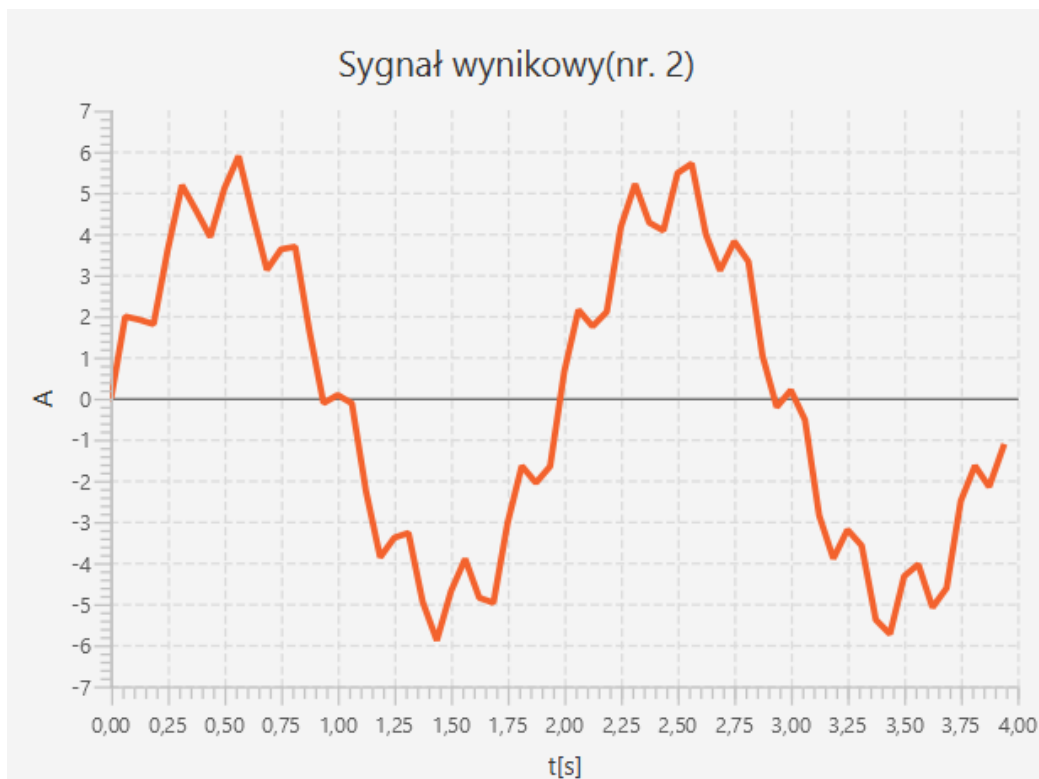
Wygenerowane wykresy przedstawiają się następująco:



Rysunek 1: Wykres sygnału S1



Rysunek 2: Wykres sygnału S2



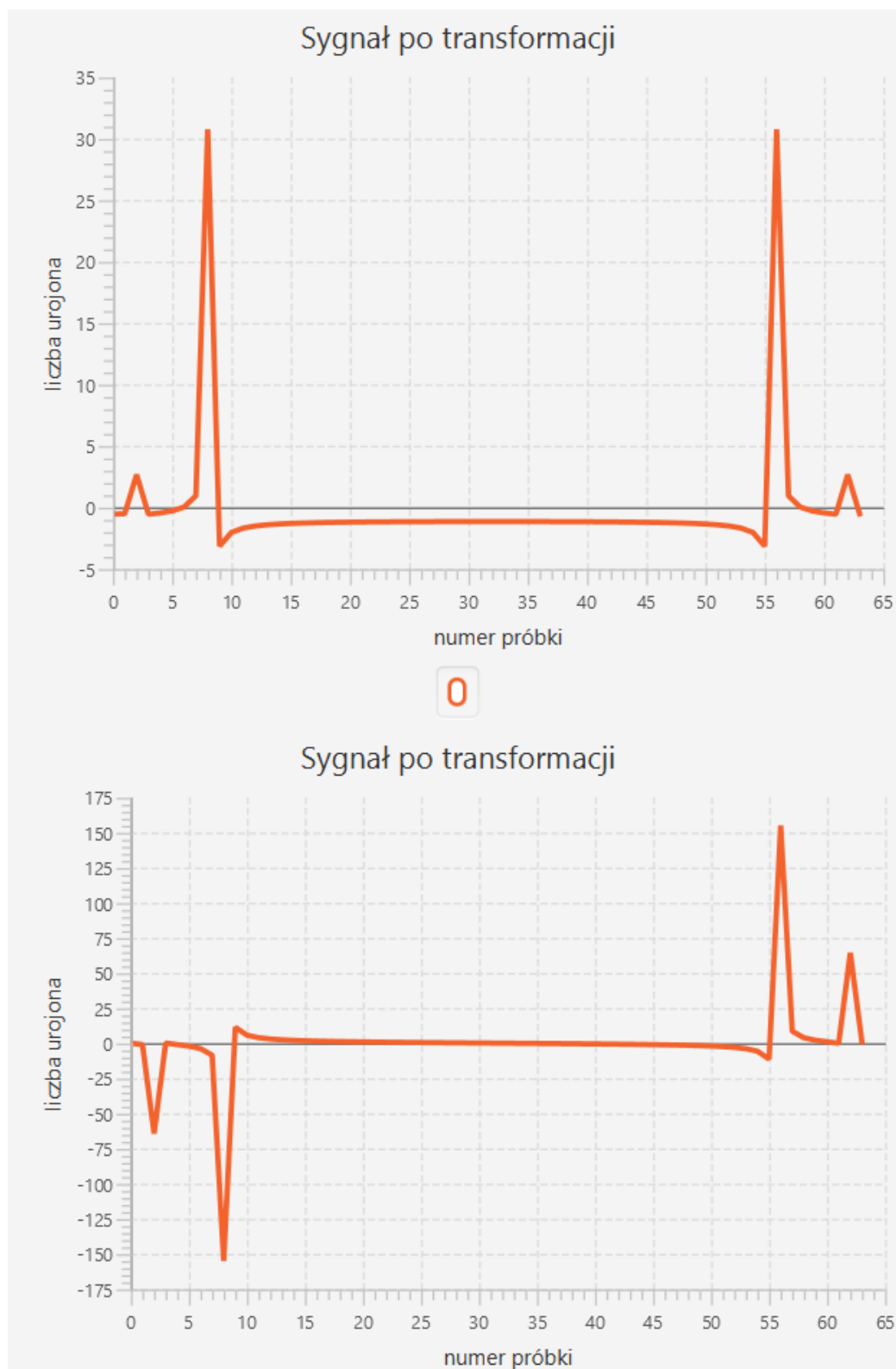
Rysunek 3: Wykres sygnału S3

3.2 Dyskretna Transformacja Fouriera oraz Szybka Transformacja Fouriera

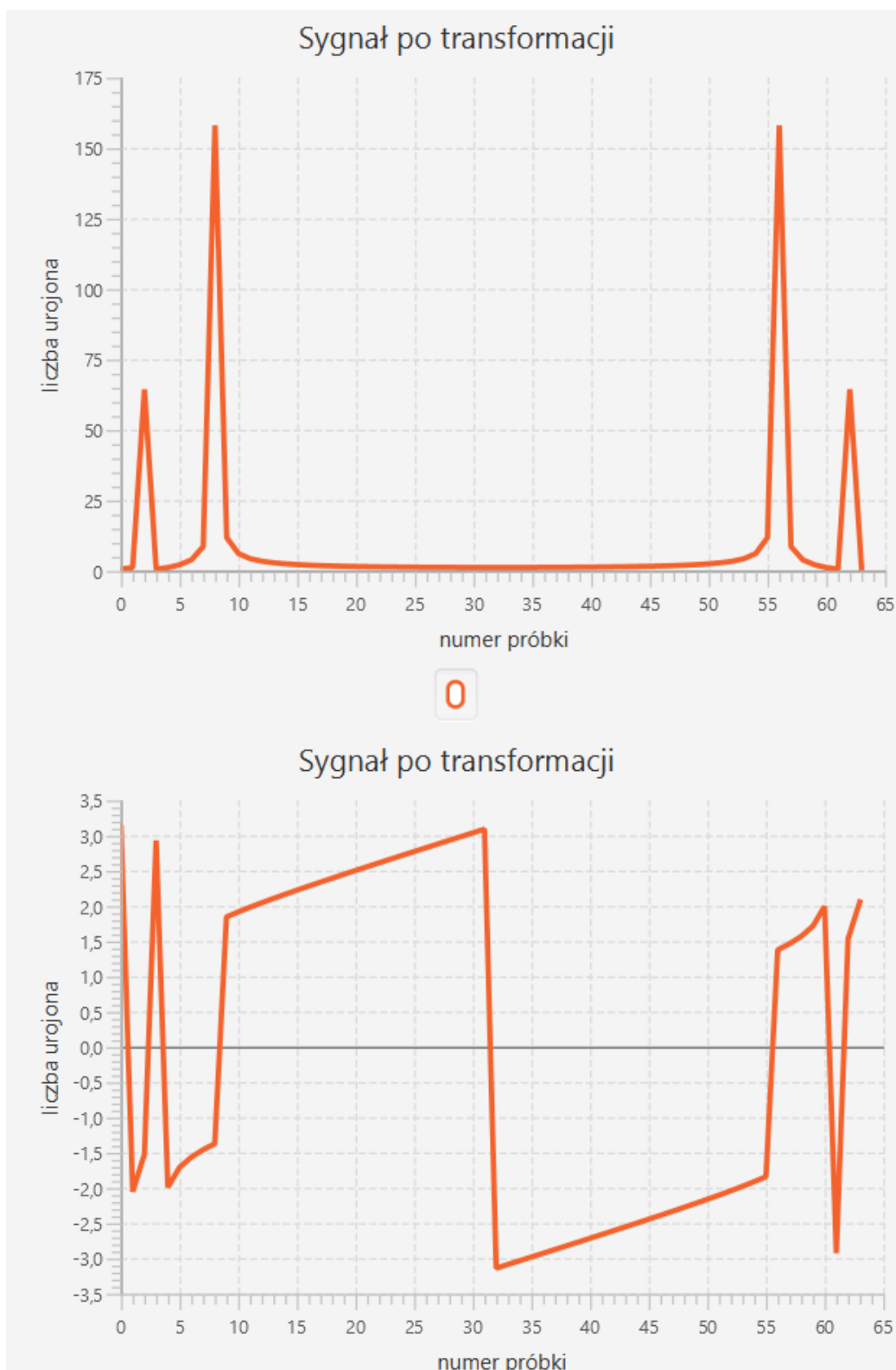
Kolejnym etapem było wygenerowanie transformat dla powyżej przedstawionych sygnałów wykorzystując do tego algorytmy DFT oraz FFT. Podczas działania algorytmów mierzony był czas ich wykonania. Wyniki przedstawiamy poniżej. Każda z poniższych grafik przedstawia wykresy otrzymane z punktów uzyskanych z transformacji. Wykresy są przedstawione zgodnie z instrukcją w dwóch trybach. W pierwszym z nich (W1) górny wykres prezentuje część rzeczywistą amplitudy w funkcji częstotliwości, a wykres dolny część urojoną, a w drugim (W2) górny wykres prezentuje moduł liczby zespolonej, a dolny argument liczby w funkcji częstotliwości.

3.2.1 Dyskretna Transformacja Fouriera

Sygnały będące wynikiem Dyskretnej Transformacji Fouriera przeprowadzonej dla sygnału S1 znajdującego się na rysunku 1 prezentują się następująco:

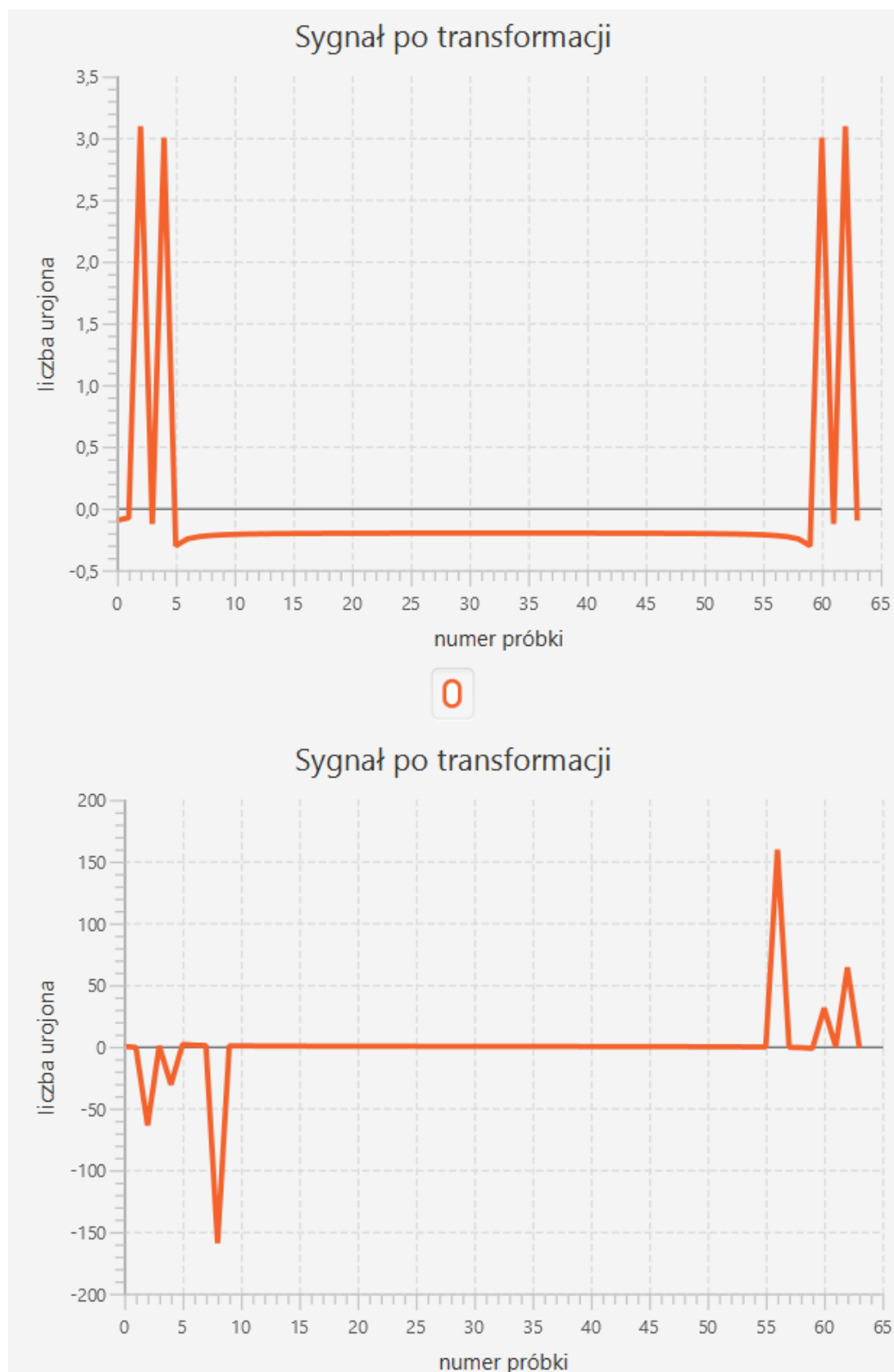


Rysunek 4: wykresy typu W1 dla DFT na sygnale S1

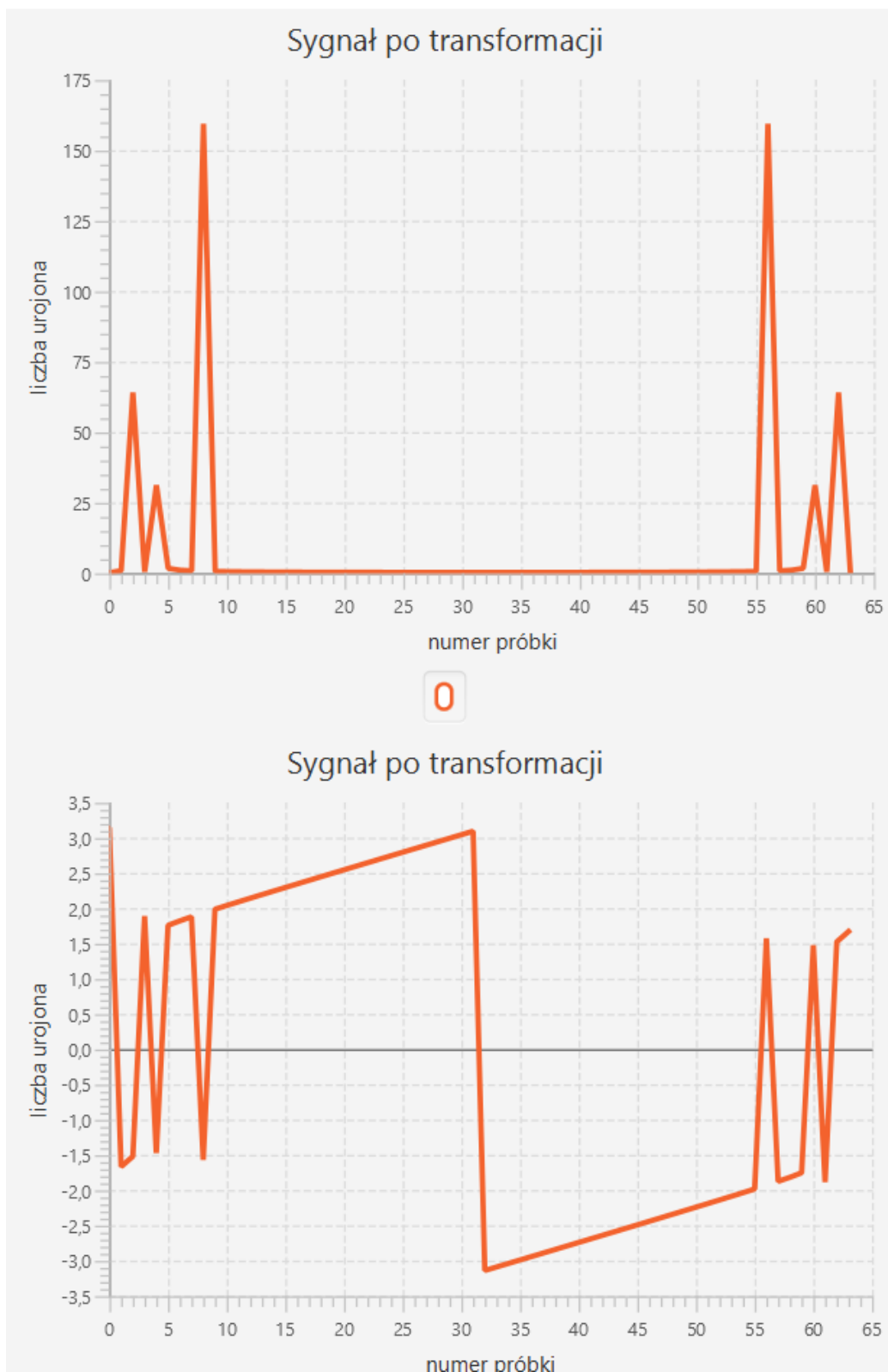


Rysunek 5: wykresy typu W_2 dla DFT na sygnale S1

Sygnały będące wynikiem Dyskretnej Transformacji Fouriera przeprowadzonej dla sygnału S2 znajdującego się na rysunku 2 prezentują się następująco:

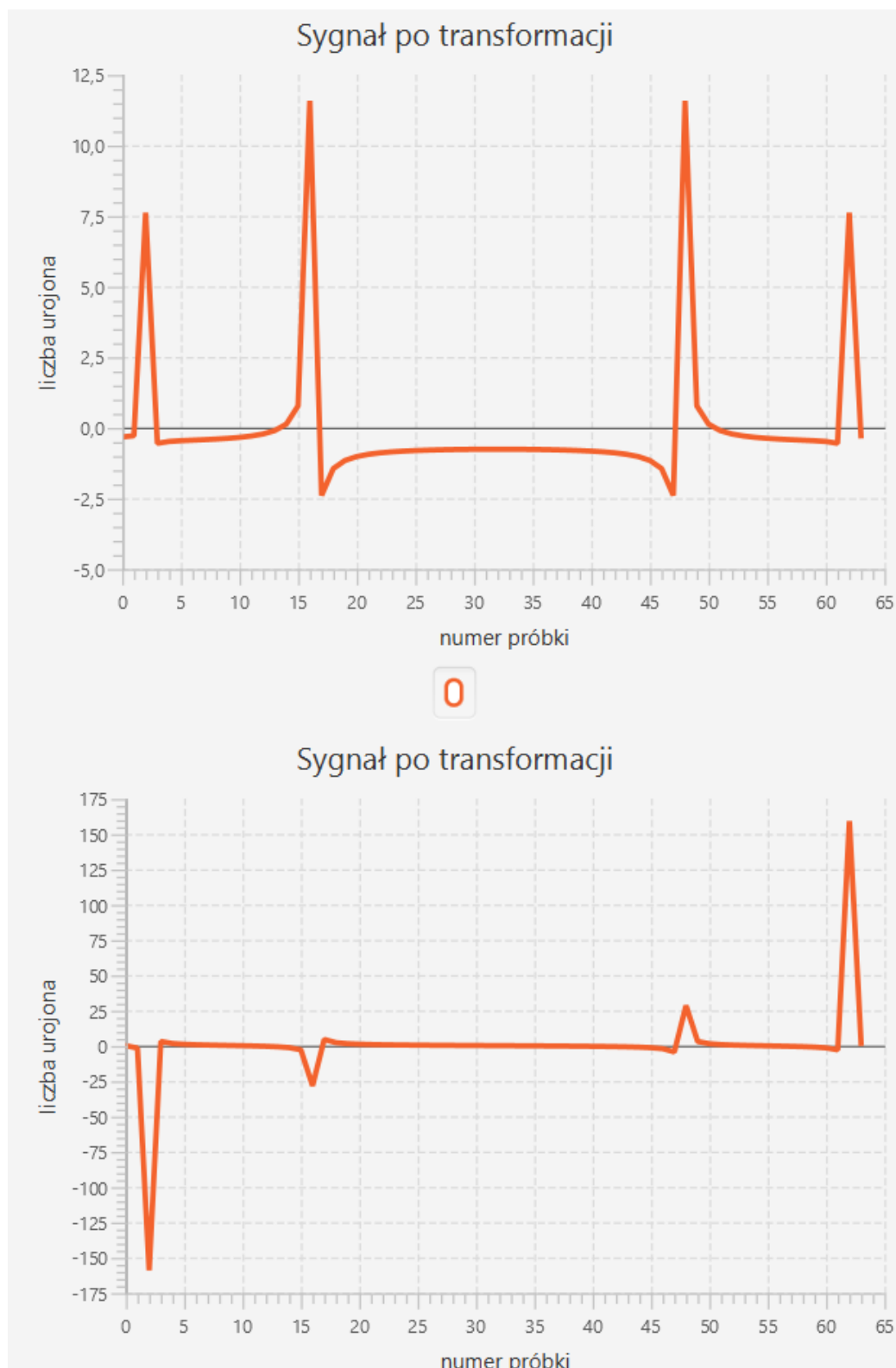


Rysunek 6: wykresy typu $\mathbb{W}1$ dla DFT na sygnale S2

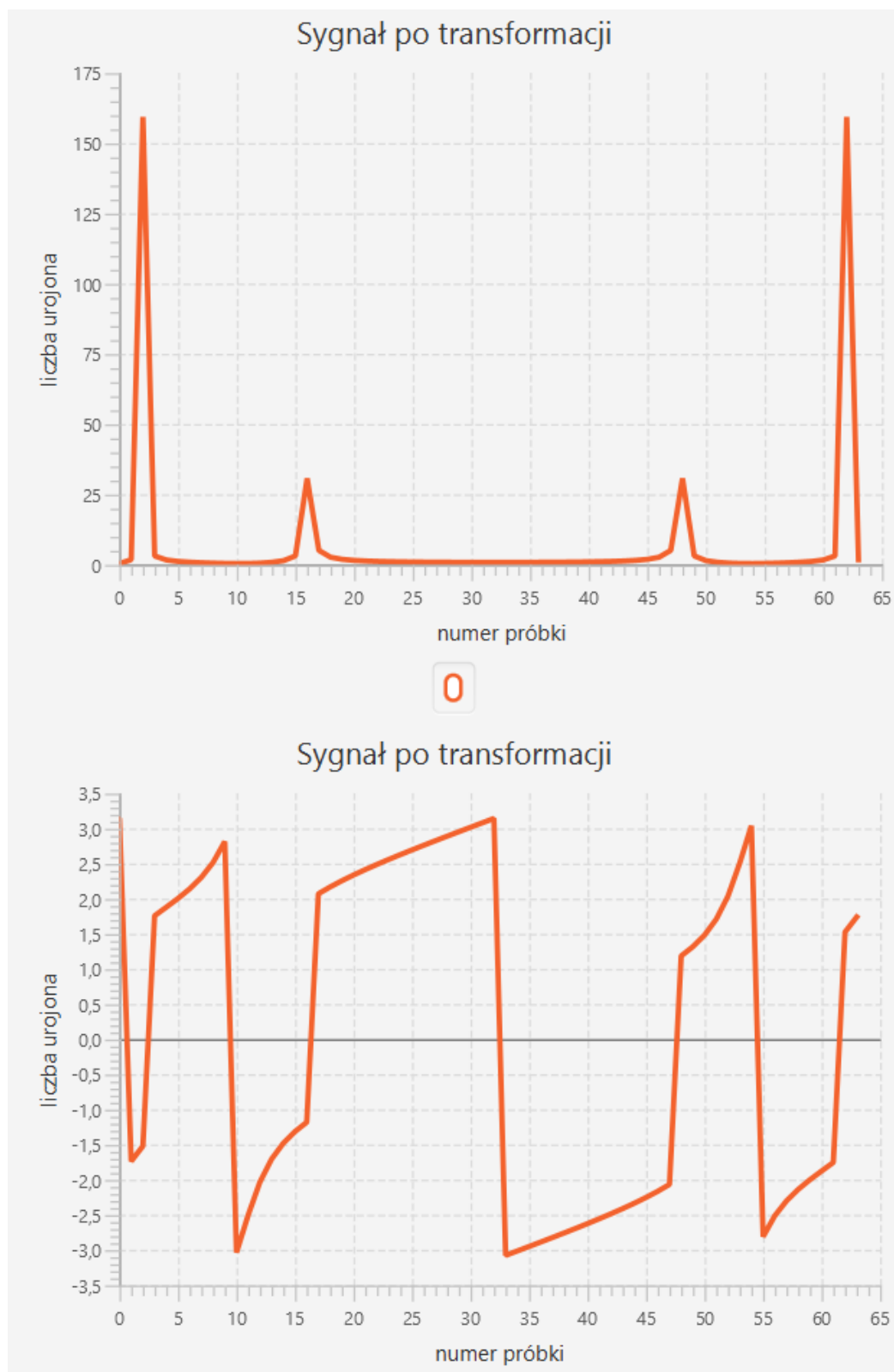


Rysunek 7: wykresy typu \mathbb{W}^2 dla DFT na sygnale S2

Sygnały będące wynikiem Dyskretnej Transformacji Fouriera przeprowadzonej dla sygnału S3 znajdującego się na rysunku 3 prezentują się następująco:



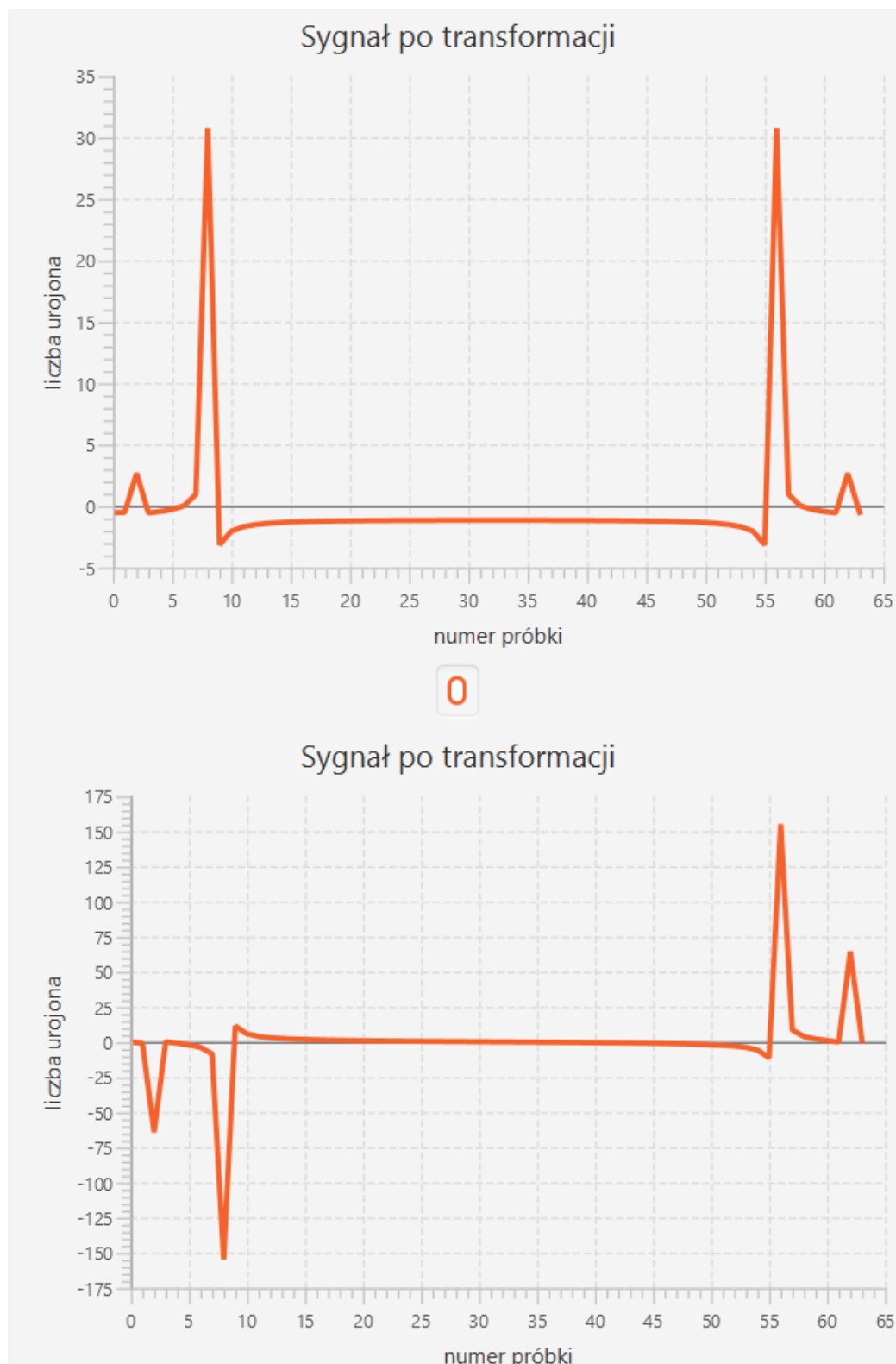
Rysunek 8: wykresy typu W1 dla DFT na sygnale S3



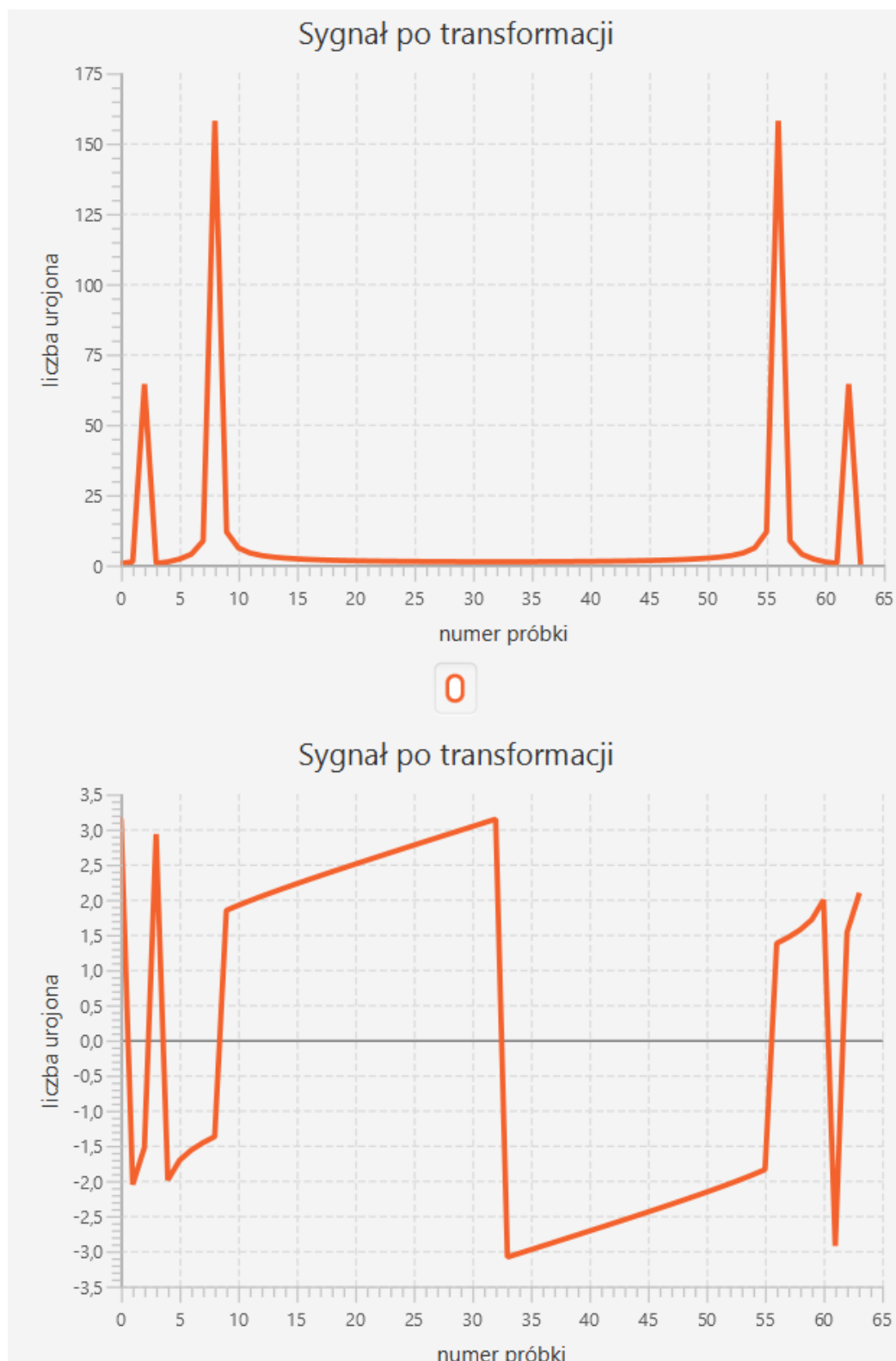
Rysunek 9: wykresy typu W_2 dla DFT na sygnale S3

3.2.2 Szybka Transformacja Fouriera

Sygnały będące wynikiem Szybkiej Transformacji Fouriera przeprowadzonej dla sygnału S1 znajdującego się na rysunku 1 prezentują się następująco:

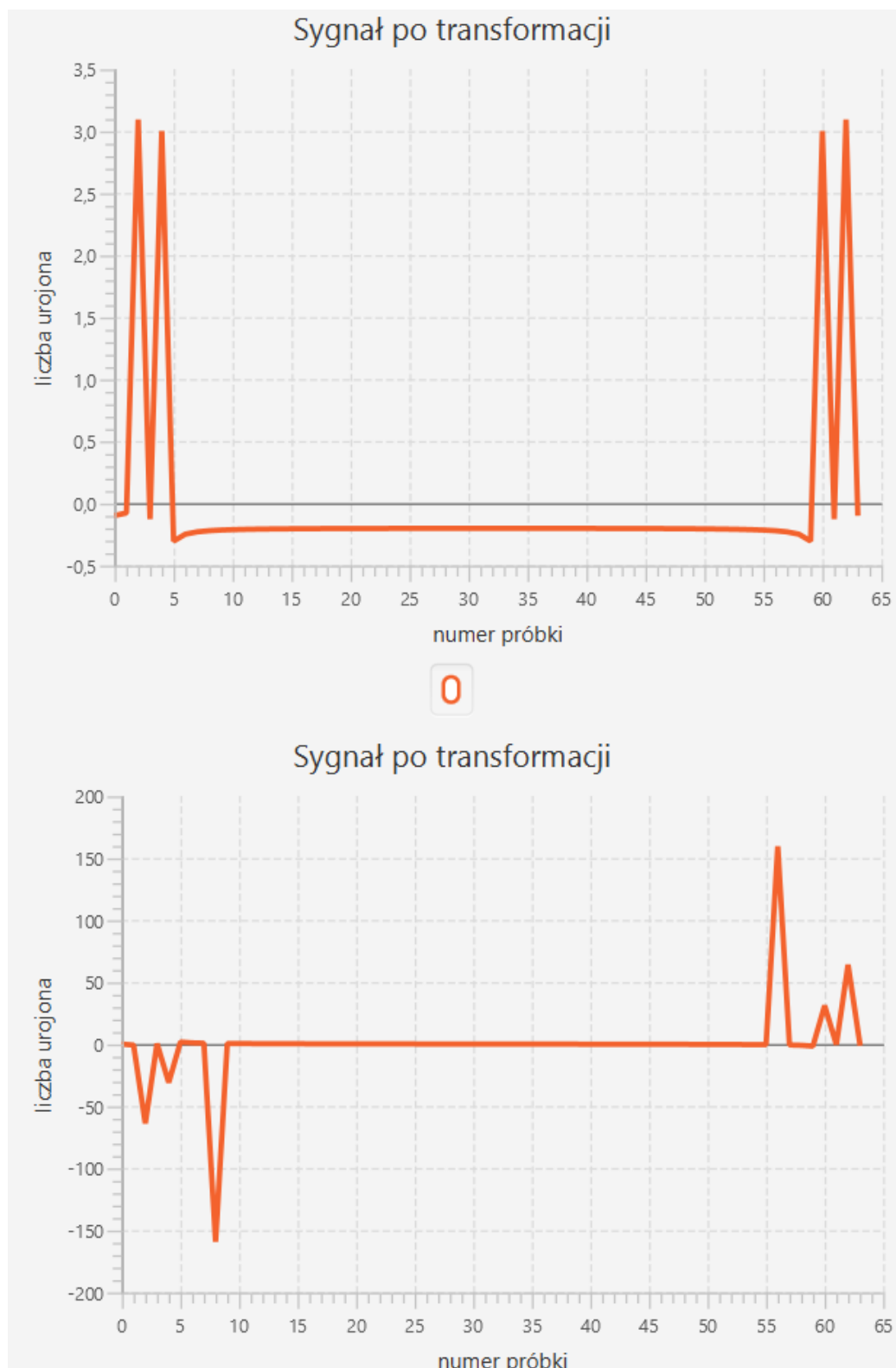


Rysunek 10: wykresy typu W1 dla FFT na sygnale S1

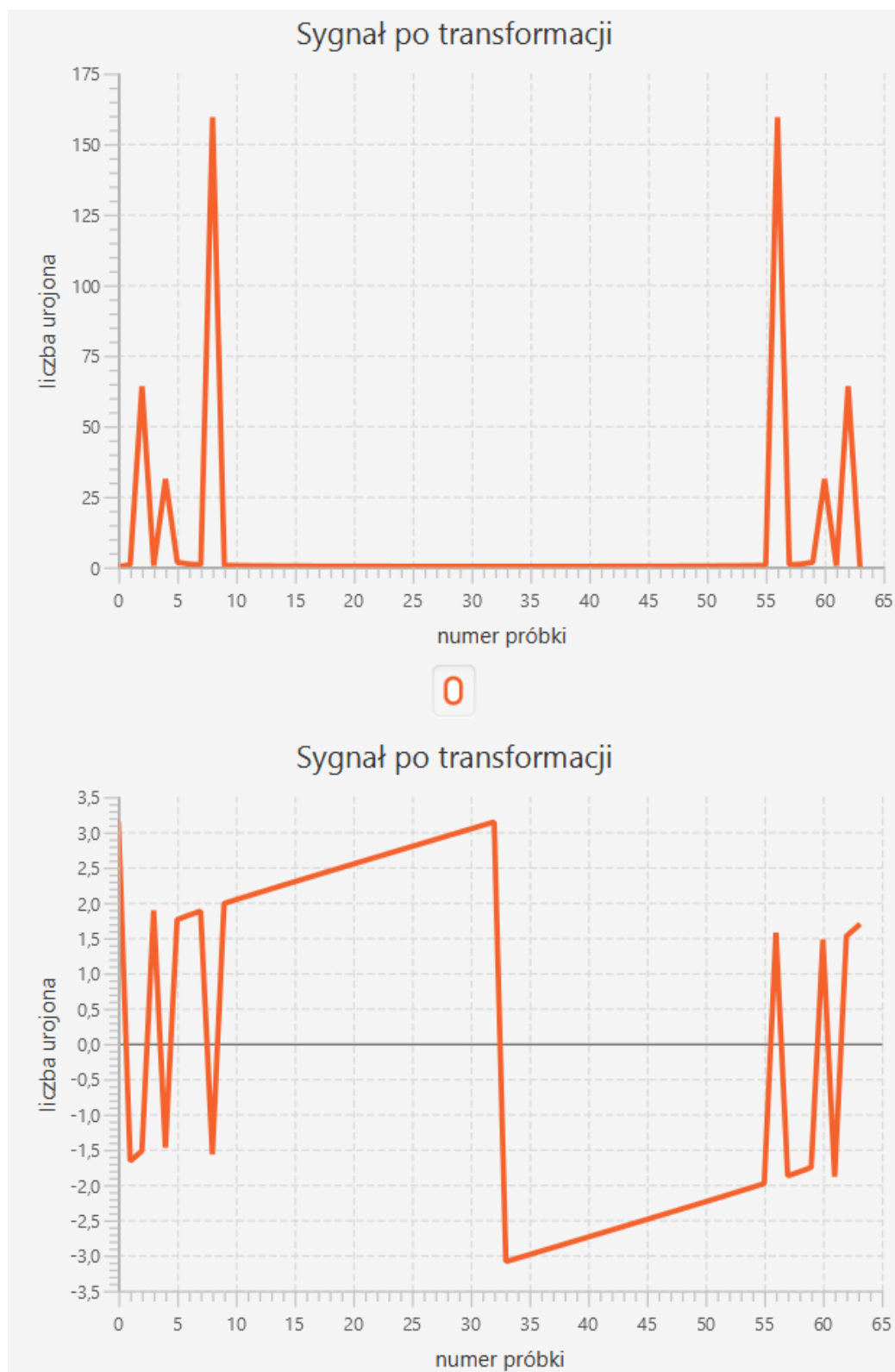


Rysunek 11: wykresy typu W2 dla FFT na sygnale S1

Sygnały będące wynikiem Szybkiej Transformacji Fouriera przeprowadzonej dla sygnału S2 znajdującego się na rysunku 2 prezentują się następująco:

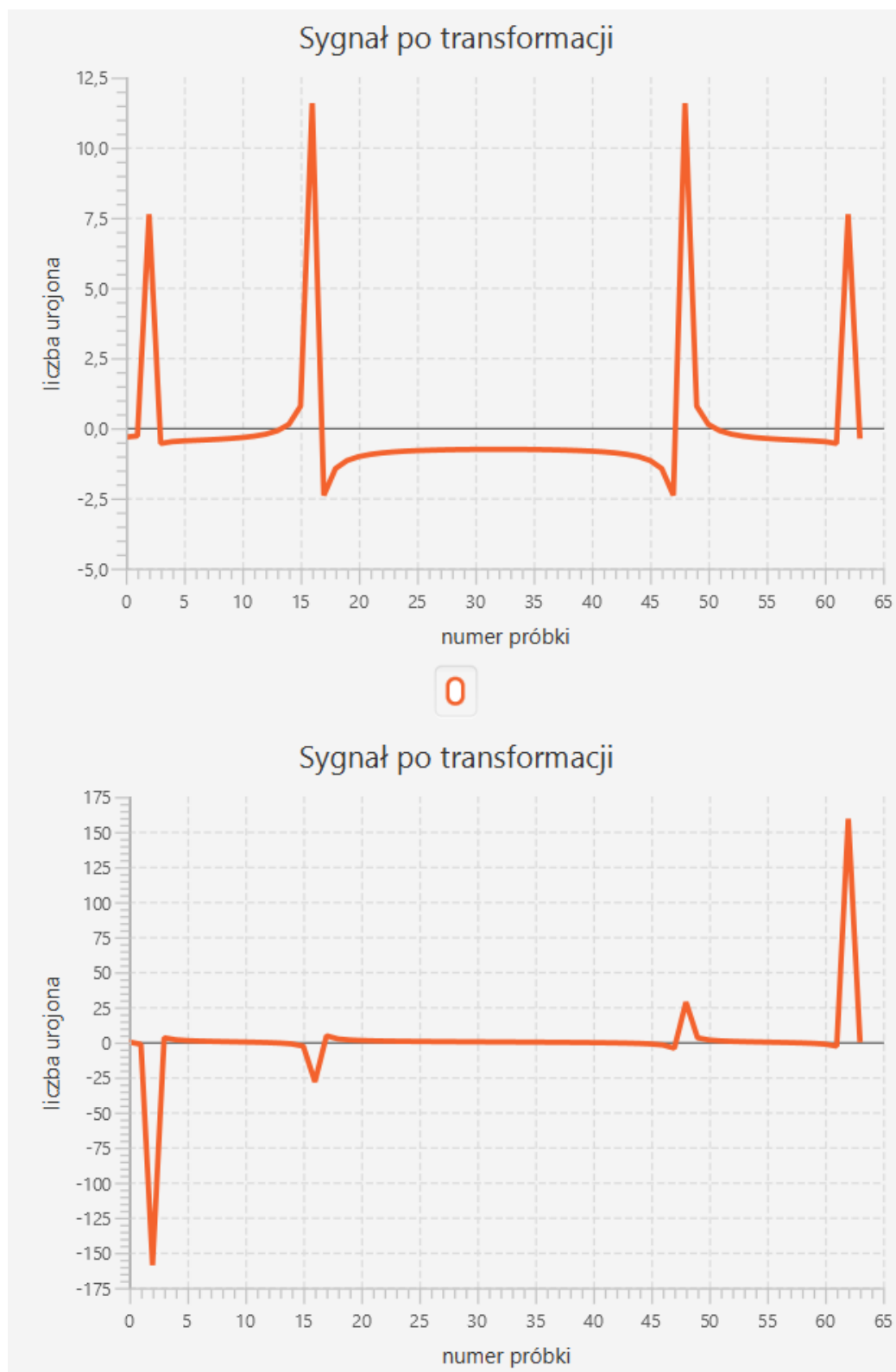


Rysunek 12: wykresy typu W1 dla FFT na sygnale S2

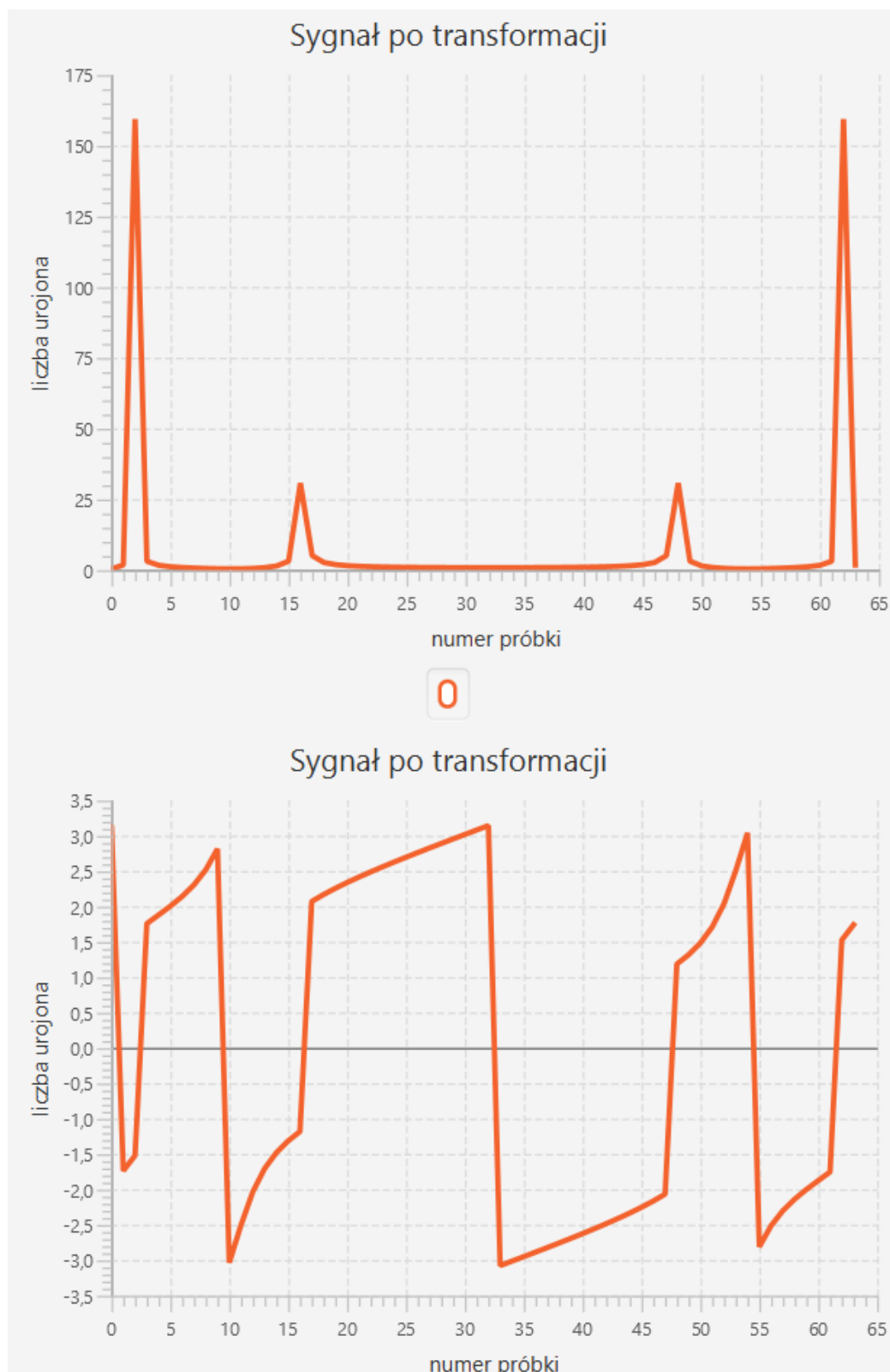


Rysunek 13: wykresy typu W_2 dla FFT na sygnale S2

Sygnały będące wynikiem Szybkiej Transformacji Fouriera przeprowadzonej dla sygnału S3 znajdującego się na rysunku 3 prezentują się następująco:



Rysunek 14: wykresy typu W_1 dla FFT na sygnale S3



Rysunek 15: wykresy typu W_2 dla FFT na sygnale S3

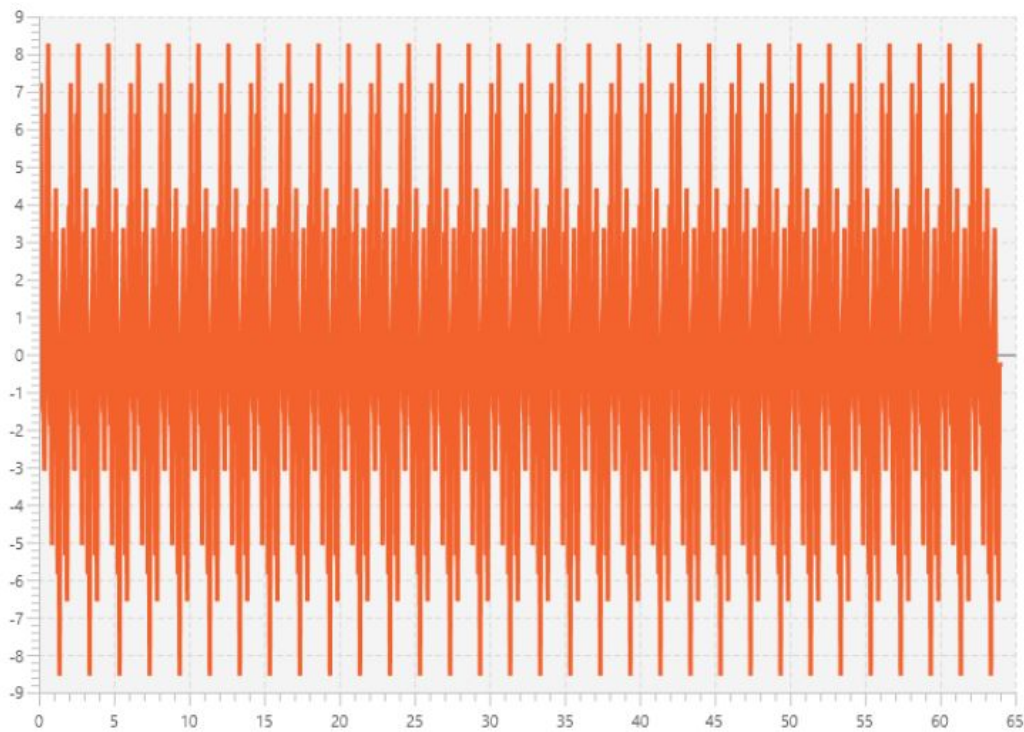
3.2.3 Porównanie czasów wykonania algorytmów DFT i FFT

W ramach programu zaimplementowaliśmy także liczenie czasów wykonania poszczególnych transformacji. Zestawiając czasy wykonania dla Dyskretnej Transformacji Fouriera i Szybkiej Transformacji Fouriera otrzymamy następującą tabelę:

	DFT	FFT
S1	5,24 ms	0,42 ms
S2	2,17 ms	0,47 ms
S3	2,55 ms	0,41 ms

3.3 Transformacja Falkowa

W tej sekcji przedstawiony zostanie wykres uzyskany z punktów otrzymanych po przeprowadzeniu transformacji falkowej na sygnale S1 dla 64 próbek.



Rysunek 16: Wykres sygnału S1 po przeprowadzaniu na nim transformacji falkowej

Czas transformacji 0.0001s.

4 Wnioski

Program został zaimplementowany prawidłowo i spełnia swoje funkcje jakimi było wygenerowanie transformat DFT, FFT i falkowa. Umożliwione zostało także wyświetlanie wyników w odpowiednim formacie (dwa tryby wyświetlania: (W1), w którym górny wykres prezentuje część rzeczywistą amplitudy w funkcji częstotliwości, a wykres dolny część urojona i (W2), w którym górny wykres prezentuje moduł liczby zespolonej, a dolny argument liczby w funkcji częstotliwości.)

Dla transformacji DFT oraz FFT można zauważyć wyodrębnienie każdej ze składowych sygnału. Analizując wykresy dla Dyskretnej i dla Szybkiej Transformacji Fouriera możemy zauważyć, że wykresy transformat dla tych samych sygnałów wyglądają tak samo zarówno dla DFT, jak i FFT. Uważamy, że jest to jak najbardziej pożądane zachowanie programu. Patrząc na czasy wykonania obu algorytmów Szybka transformacja Fouriera jest w przypadku sygnału S2 ponad 4 razy szybsza, a w przypadku S1 nawet ponad 10 razy. Pokazuje to dlaczego w systemach informatycznych i telekomunikacyjnych wykorzystywana jest właśnie Szybka Transformacja Fouriera - ten sam wynik możemy otrzymać w zdecydowanie krótszym czasie. Należy jednak nadmienić, że czas obliczeń może zmieniać się w zależności od chwilowego obciążenia procesora komputera oraz jego specyfikacji jak i konkretnych szczegółów implementacyjnych, które nie są charakterystyczne dla algorytmu ale dla danej jego implementacji.

Wyniki transformacji falkowej wyglądają zupełnie inaczej niż wyniki innych transformat co spowodowane jest tym, iż ta transformata przenosi funkcje w dziedzinę czasu. Można również zauważyć, że ta transformacja jest wręcz nieporównywalnie szybsza od DFT a nawet FFT.

Literatura

- [1] Instrukcja do zadania 4 na stronie przedmiotu. [przełączany 26.05.2021], Dostępny w:
https://ftims.edu.p.lodz.pl/pluginfile.php/14303/mod_resource/content/0/zadanie4.pdf