

# **Zadanie nr 1 - Generacja sygnału i szumu**

## **Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów**

Dawid Jakubik, 224307      Hubert Gawłowski, 224298

22.04.2021

# 1 Cel zadania

Celem zadania było zapoznanie się z operacjami splotu, filtracji i korelacji sygnałów oraz zaimplementowanie ich rozszerzając tym samym program przygotowany w ramach zadań 1 i 2.

## 2 Wstęp teoretyczny

Podczas pracy nad zadaniem korzystaliśmy z teorii zawartej w instrukcji na platformie Wikamp [1]. Najważniejsze definicje, jakie trzeba poznać, aby mieć podstawy teoretyczne do zadania dotyczą:

- definicji splotu oraz wzoru na niego
- definicji korelacji oraz wzoru na korelację bezpośrednią oraz z użyciem splotu
- definicji filtracji, filtru dolnoprzepustowego oraz okna prostokątnego, a także wzorów na okna: Hamminga, Hanninga i Blackmana oraz filtrów: środkowoprzepustowego i górnoprzepustowego
- definicji odpowiedzi impulsowej filtru

W ramach zadania, zgodnie z poleceniem poza oknem prostokątnym zaimplementowaliśmy okno Hanninga, a oprócz filtru dolnoprzepustowego został zaimplementowany filtr środkowoprzepustowy.

## 3 Eksperymenty i wyniki

### 3.1 Splot sygnałów dyskretnych

Pierwsza pula eksperymentów miała na celu pokazanie splotu sygnałów dyskretnych

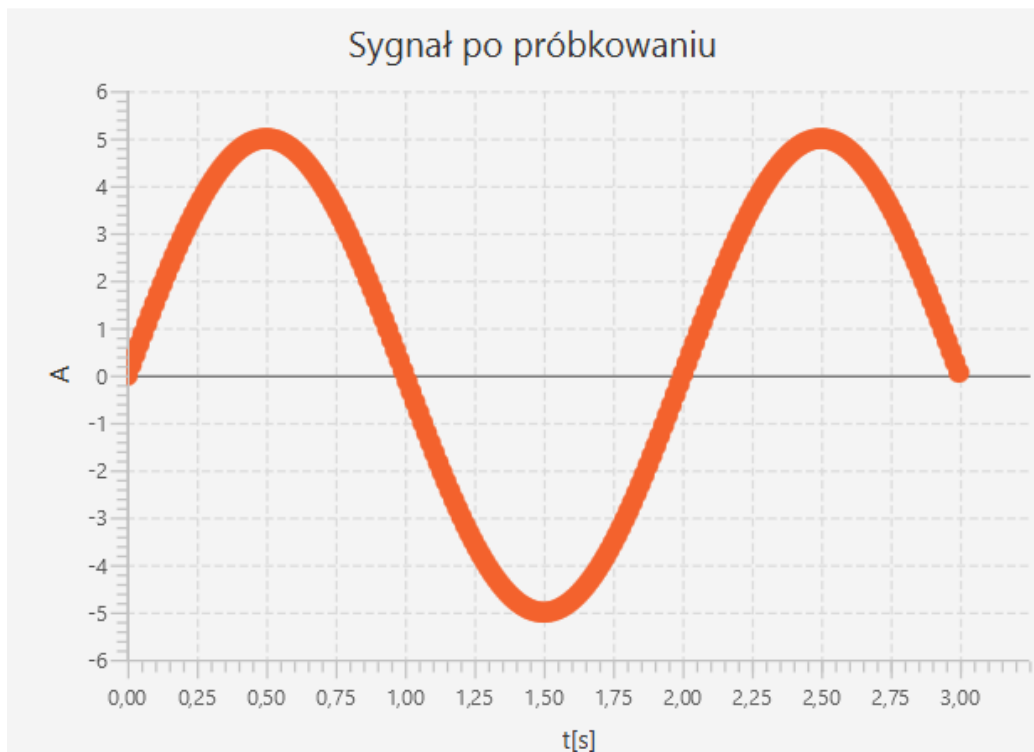
#### 3.1.1 Eksperyment nr 1: Splot sygnałów sinusoidalnych

W pierwszym eksperymencie dokonaliśmy operacji splotu na dwóch sygnałach sinusoidalnych o następujących parametrach:

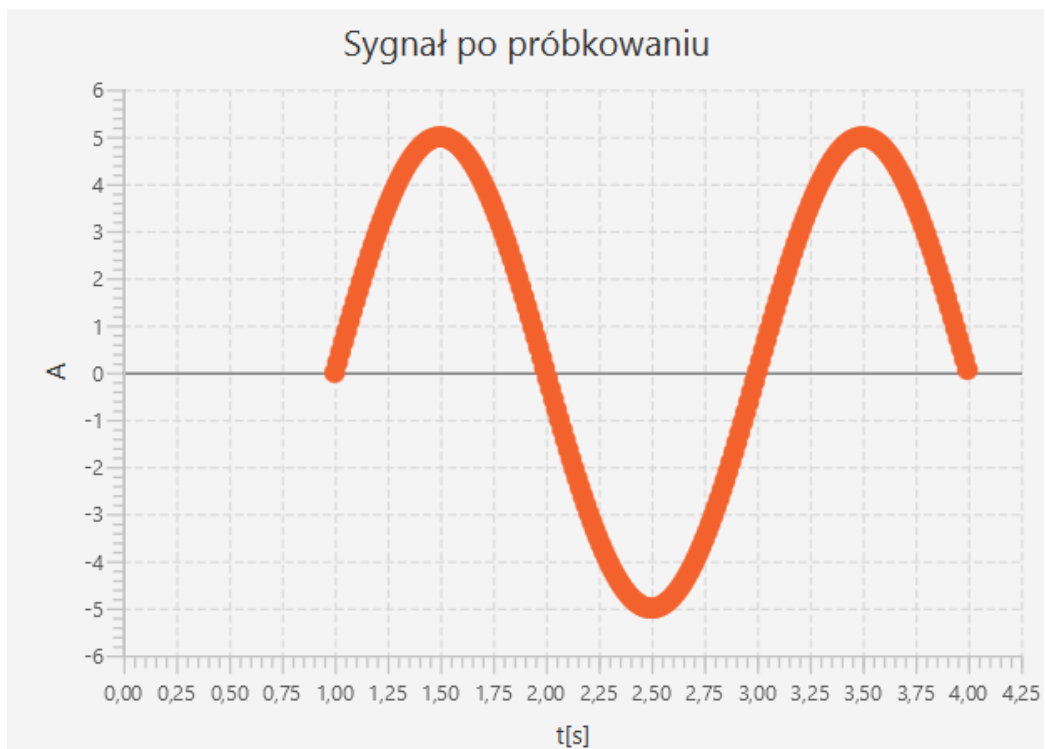
- Dla sygnału pierwszego:
  - Amplituda: 5
  - Start w sekundzie: 0

- Czas trwania w sekundach: 3
- Okres podstawowy: 2
- Częstotliwość próbkowania: 70
- Dla sygnału drugiego:
  - Amplituda: 5
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 3
  - Okres podstawowy: 2
  - Częstotliwość próbkowania: 70

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:

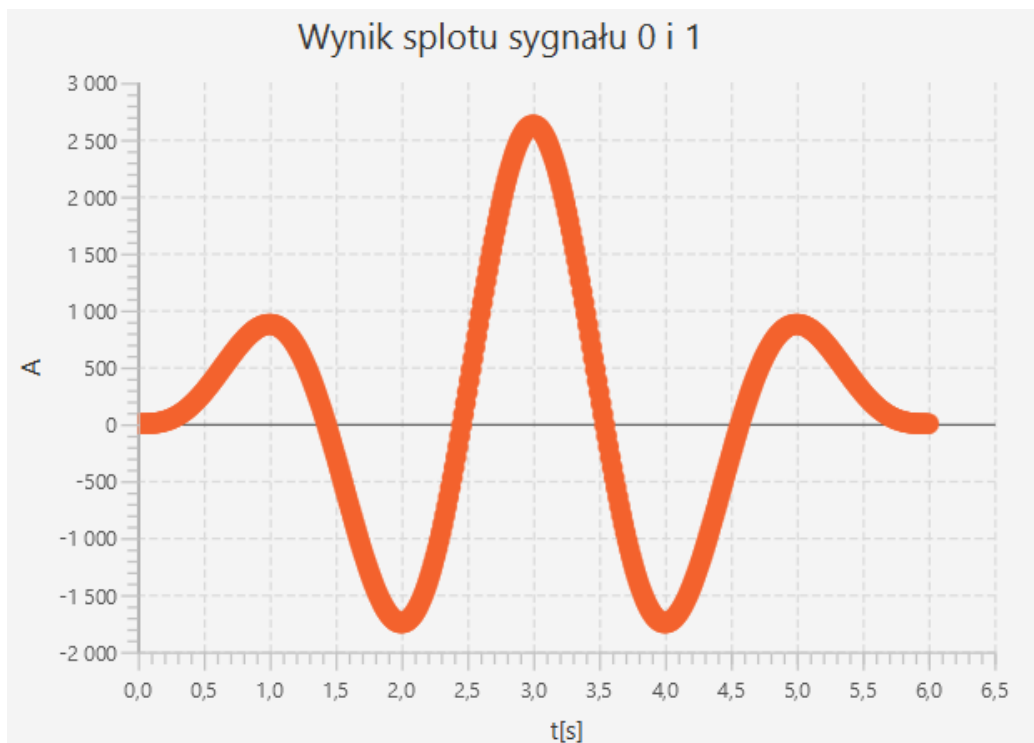


Rysunek 1: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 2: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji splotu dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco



Rysunek 3: Wynik operacji splotu sygnałów z rysunków 1 i 2

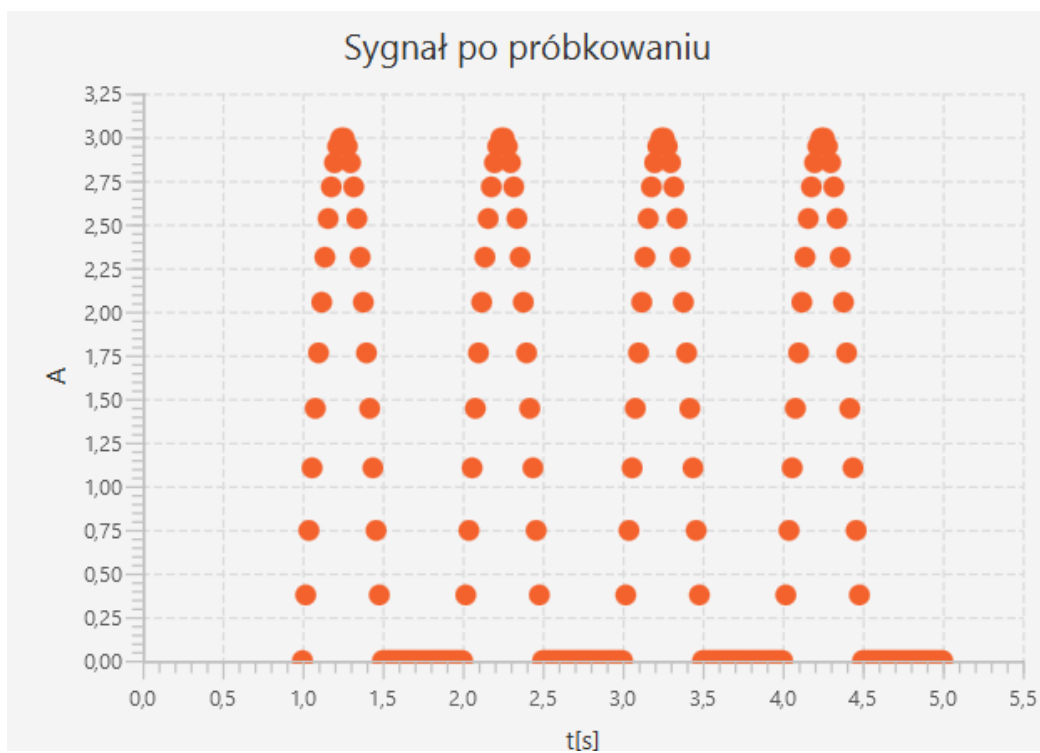
### 3.1.2 Eksperyment nr 2: Splot sygnałów sinusoidalnego wyprostowanego jednopółkowo oraz sygnału trójkątnego

W kolejnym eksperymencie wykonaliśmy splot na sygnałach sinusoidalnym wyprostowanym jednopółkowym oraz trójkątnym. Sygnały przyjęły następujące parametry:

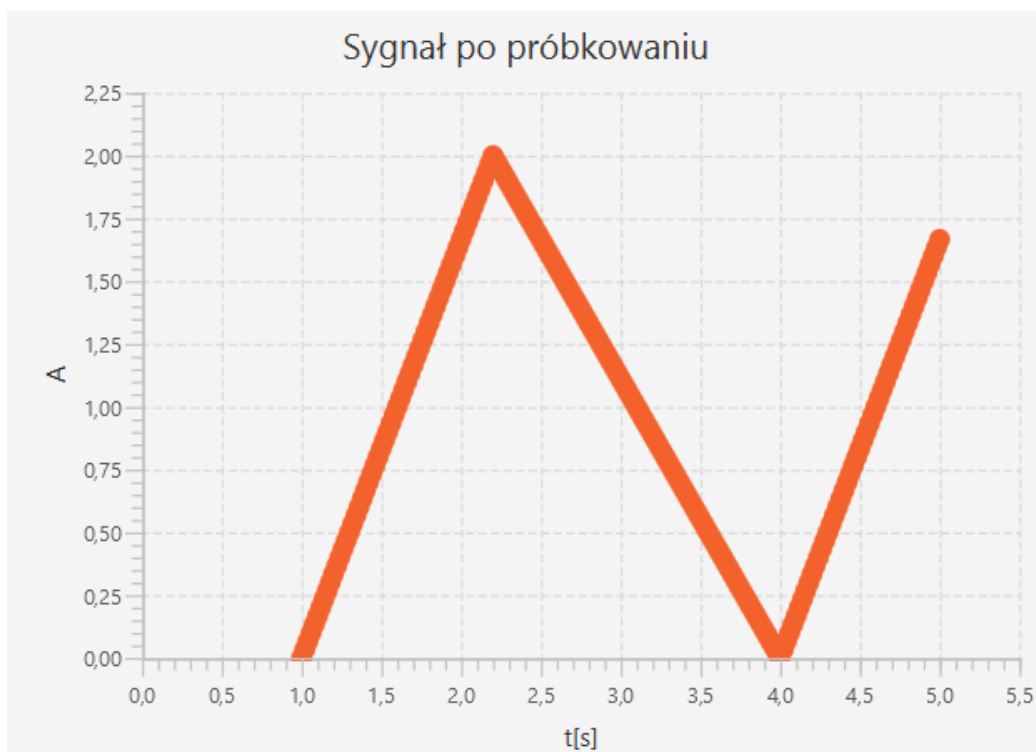
- Dla sygnału pierwszego (sinusoidalnego jednopółkowego):
  - Amplituda: 3
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 1
  - Częstotliwość próbkowania: 50
- Dla sygnału drugiego (trójkątnego):
  - Amplituda: 2
  - Start w sekundzie: 1

- Czas trwania w sekundach: 4
- Okres podstawowy: 3
- Współczynnik wypełnienia: 0.4
- Częstotliwość próbkowania: 50

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:

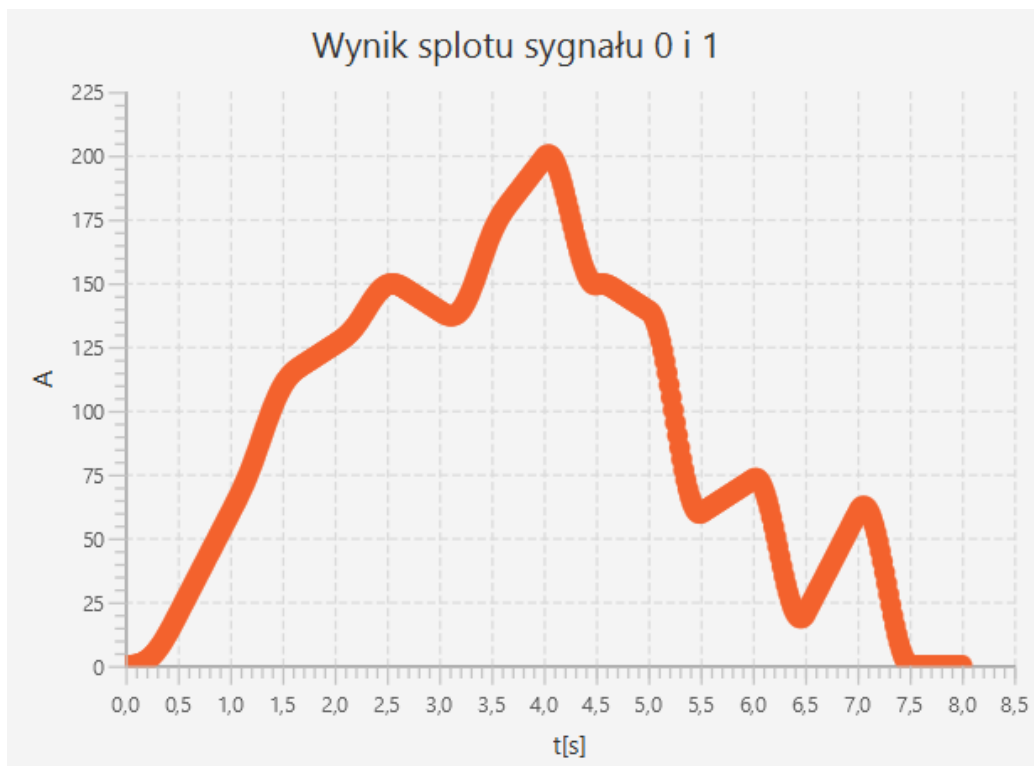


Rysunek 4: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 5: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji splotu dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco



Rysunek 6: Wynik operacji splotu sygnałów z rysunków 4 i 5

### 3.1.3 Eksperyment nr 3: Splot sygnałów trójkątnego oraz sinusoidalnego wyprostowanego jednopółkowo

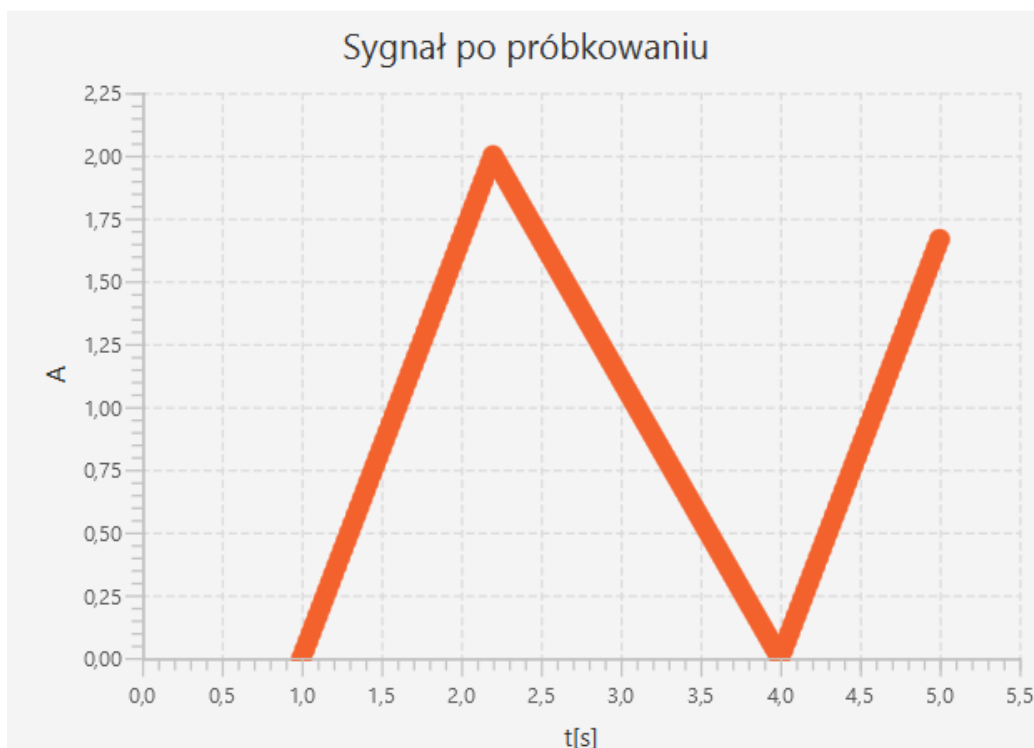
W kolejnym eksperymencie przeprowadziliśmy splot na takich samych sygnałach jak w eksperymencie powyżej, jednak zmieniliśmy kolejność sygnałów - w tym przypadku sygnałem nr 1 będzie sygnał trójkątny, a sygnałem nr 2 - sygnał sinusoidalny jednopółkowy. Celem tego eksperymentu jest zbadanie, czy wzór (2) podany w instrukcji do zadania [1] jest przemienny tzn. czy  $(h*x)(n)$  da nam ten sam wynik, co  $(x*h)(n)$ . Tak więc - podsumowując do eksperymentów wykorzystamy następujące z następującymi parametrami:

- Dla sygnału pierwszego (trójkątnego):
  - Amplituda: 2
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 3
  - Współczynnik wypełnienia: 0.4

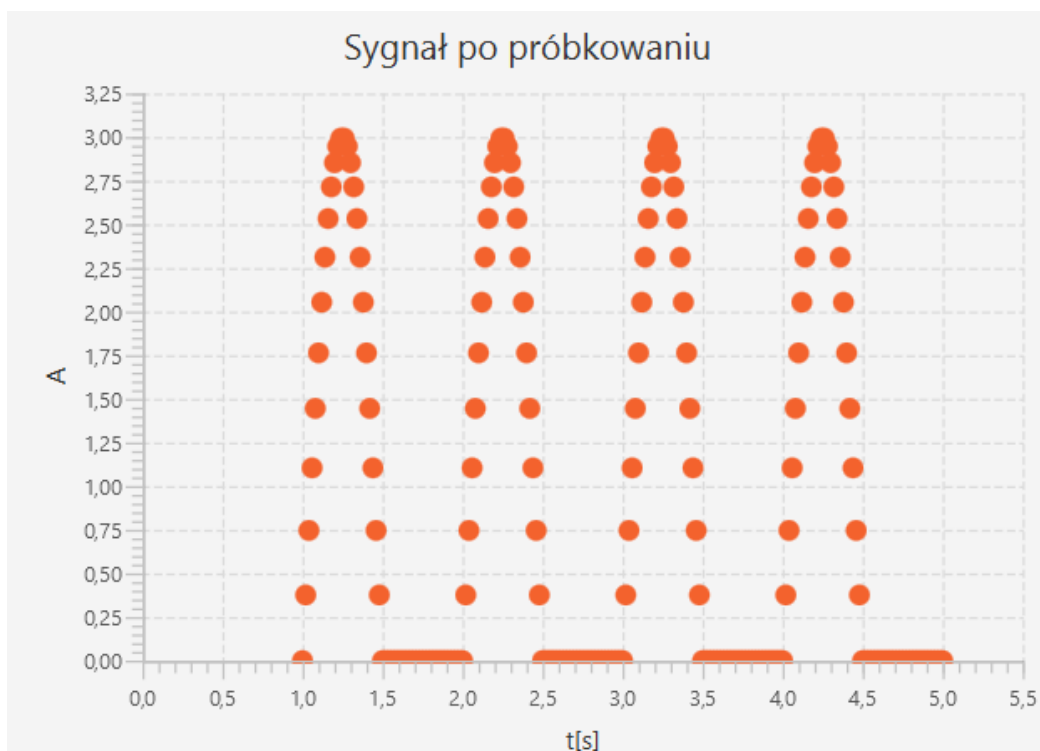


- Częstotliwość próbkowania: 50
- Dla sygnału drugiego (sinusoidalnego jednopółkowego):
  - Amplituda: 3
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 1
  - Częstotliwość próbkowania: 50

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:

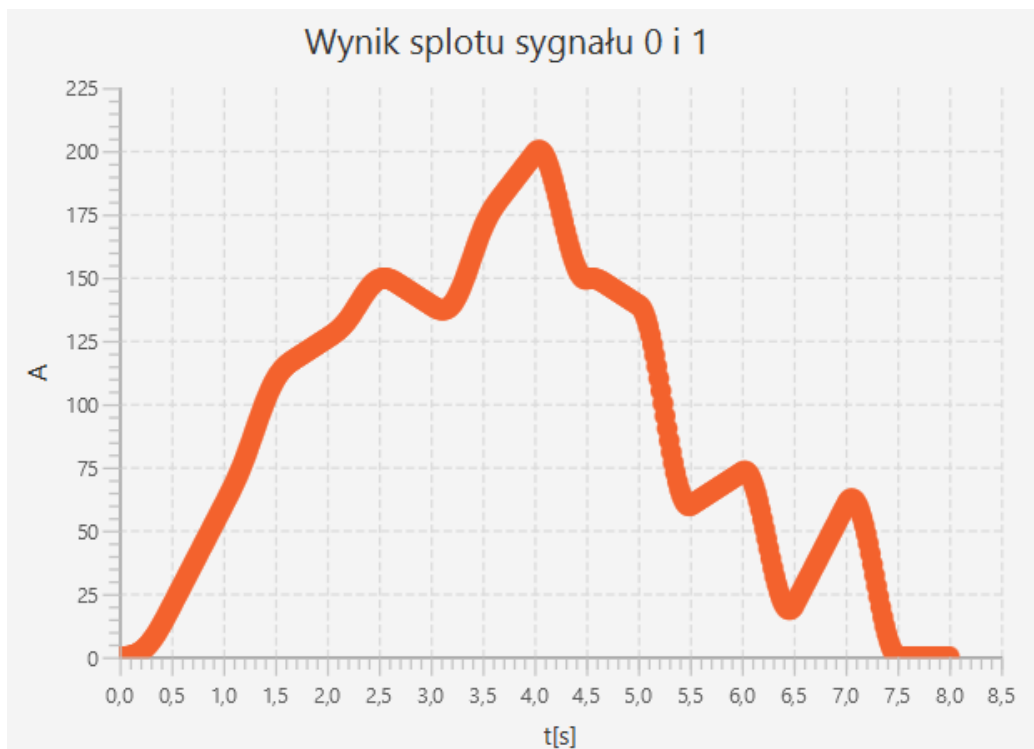


Rysunek 7: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 8: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji splotu dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco



Rysunek 9: Wynik operacji splotu sygnałów z rysunków 7 i 8

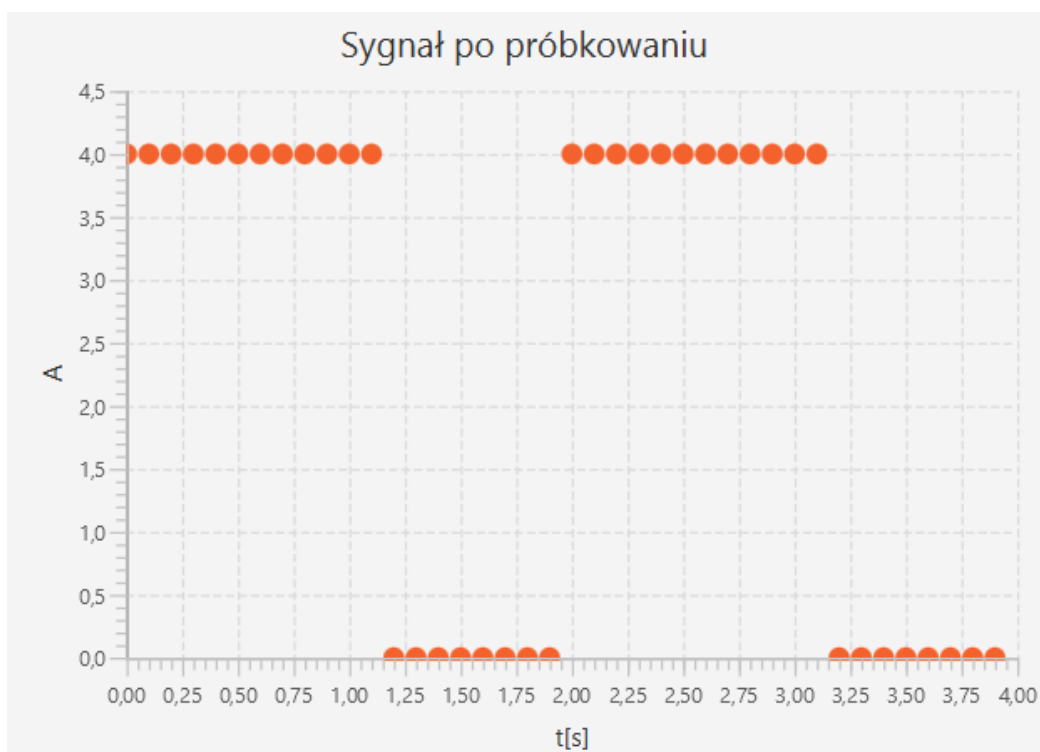
#### 3.1.4 Eksperyment nr 4: Splot sygnałów prostokątnego i sinusoidalnego wyprostowanego dwupółkowo

W tym eksperymencie dokonaliśmy splotu na sygnałach prostokątnym oraz sinusoidalnym dwupółkowym o następujących parametrach:

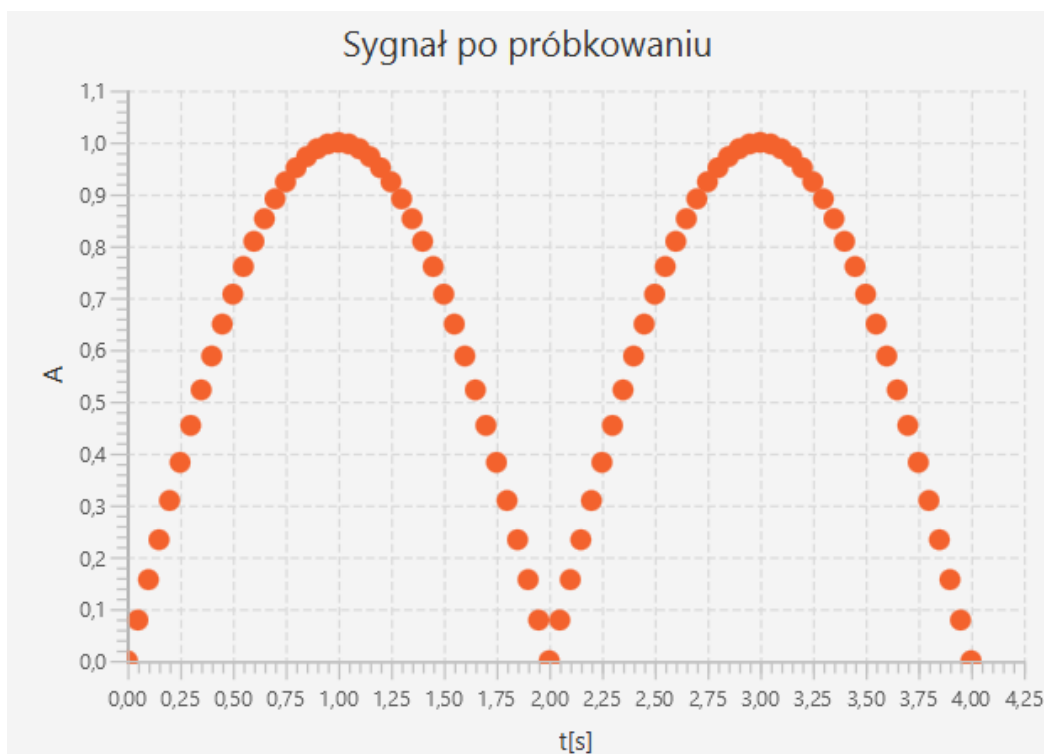
- Dla sygnału pierwszego (prostokątnego):
  - Amplituda: 4
  - Start w sekundzie: 0
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 2
  - Współczynnik wypełnienia: 0.6
  - Częstotliwość próbkowania: 10
- Dla sygnału drugiego (sinusoidalnego dwupółkowego):
  - Amplituda: 1
  - Start w sekundzie: 0

- Czas trwania w sekundach: 4
- Okres podstawowy: 4
- Częstotliwość próbkowania: 20

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:

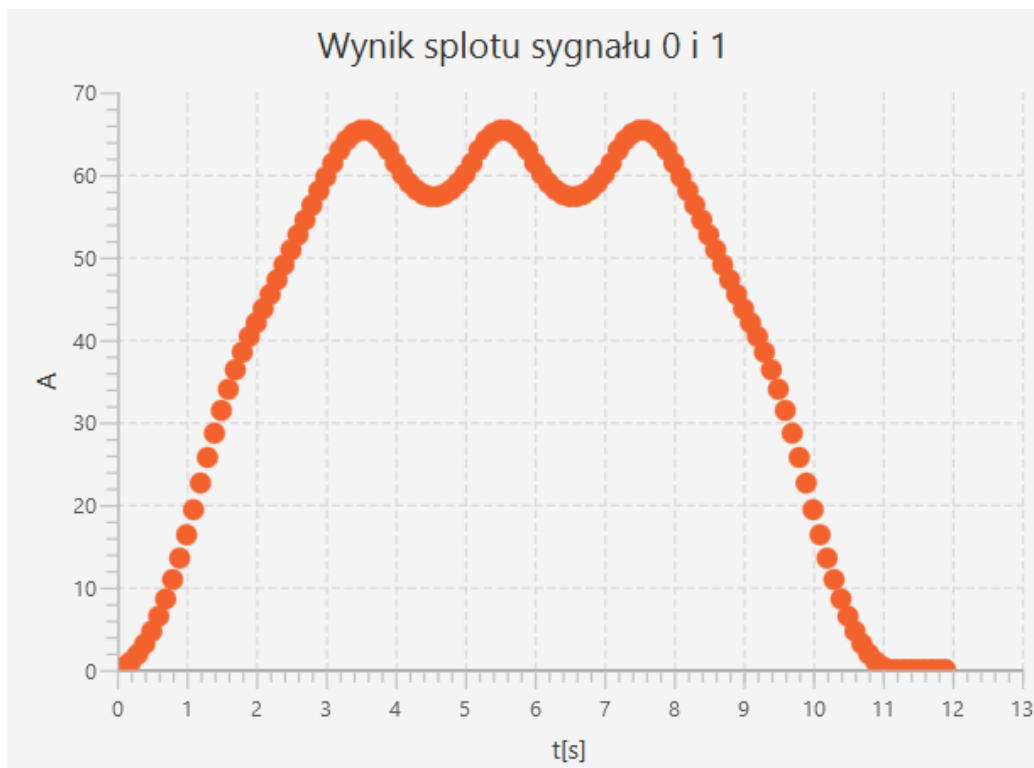


Rysunek 10: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 11: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji splotu dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco



Rysunek 12: Wynik operacji splotu sygnałów z rysunków 10 i 11

## 3.2 Korelacja sygnałów dyskretnych

W celu lepszego zwizualizowania podobieństw/różnic pomiędzy korelacją, a splotem eksperymenty dla korelacji postanowiliśmy wykonać wykorzystując te same sygnały wejściowe, które mimo wszystko przedstawimy jeszcze raz w ramach eksperymentów.

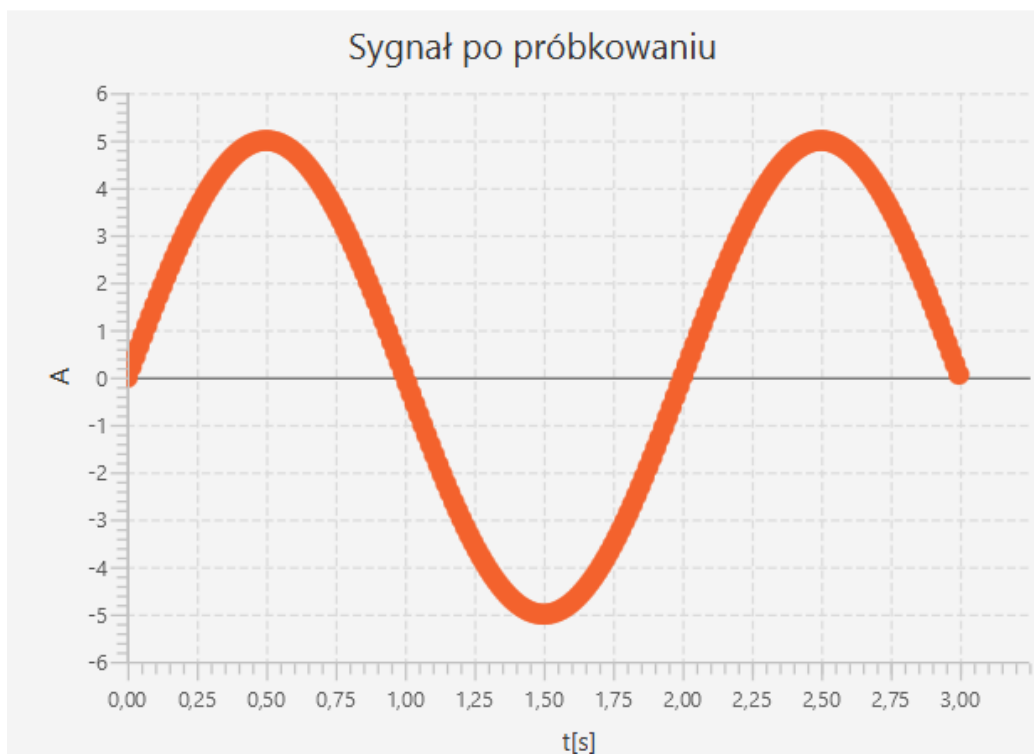
### 3.2.1 Eksperyment nr 5: Korelacja bezpośrednia sygnałów sinusoidalnych

W pierwszym eksperymencie dotyczącym korelacji dokonaliśmy operacji korelacji bezpośredniej na dwóch sygnałach sinusoidalnych o następujących parametrach:

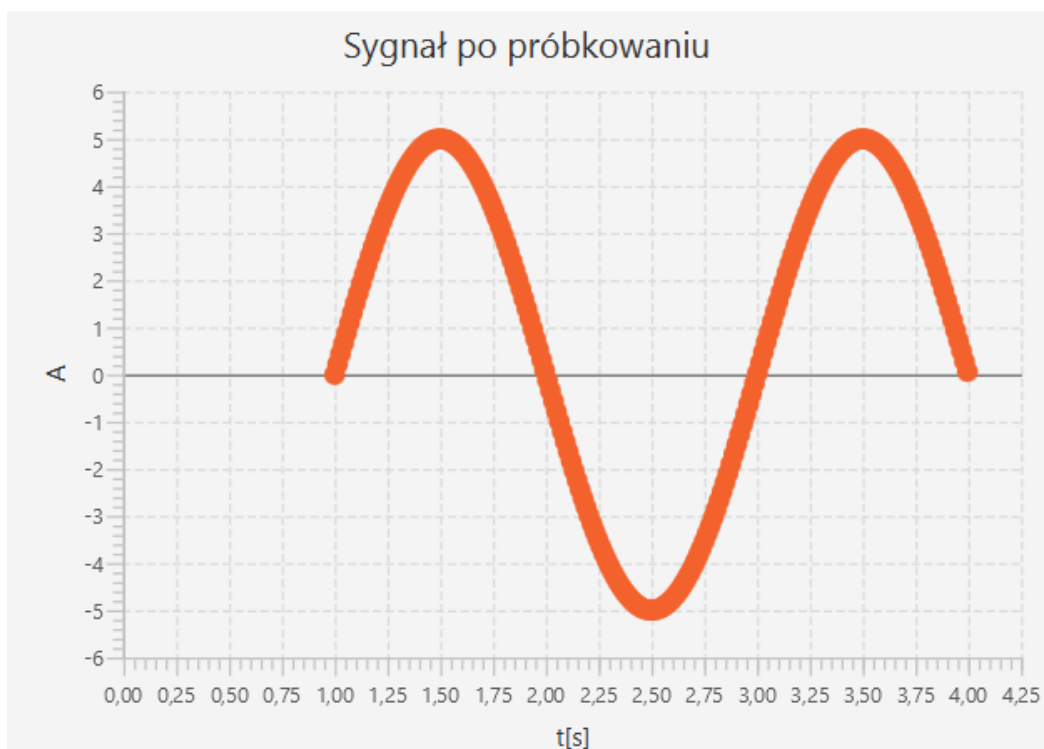
- Dla sygnału pierwszego:
  - Amplituda: 5
  - Start w sekundzie: 0
  - Czas trwania w sekundach: 3

- Okres podstawowy: 2
- Częstotliwość próbkowania: 70
- Dla sygnału drugiego:
  - Amplituda: 5
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 3
  - Okres podstawowy: 2
  - Częstotliwość próbkowania: 70

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:



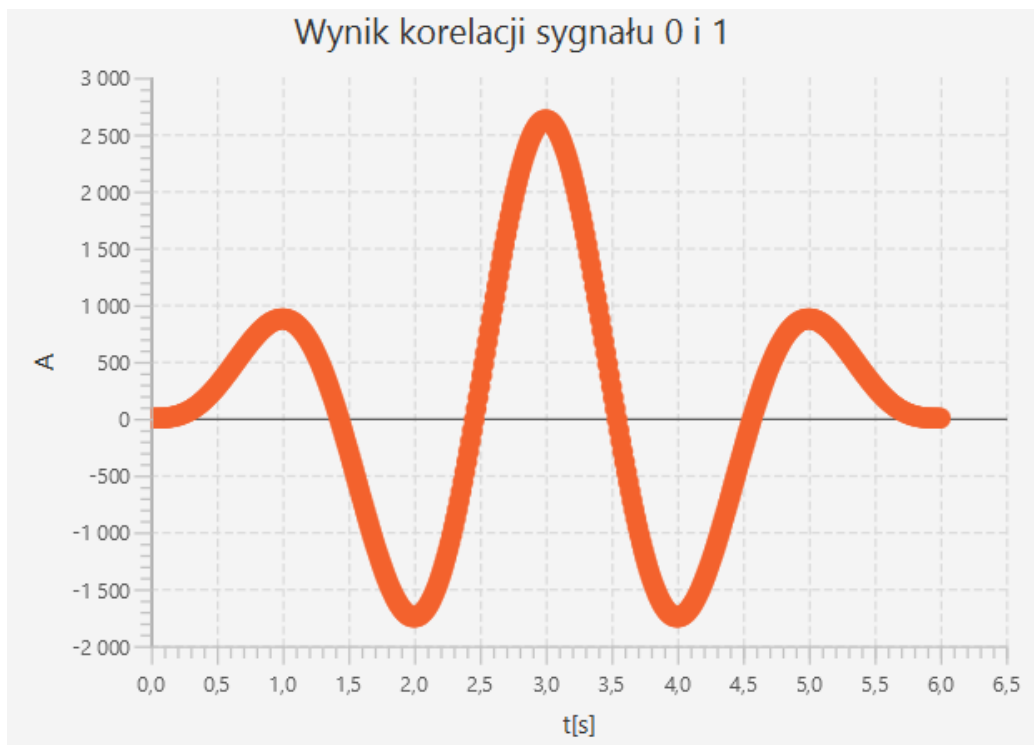
Rysunek 13: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 14: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji korelacji dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco





Rysunek 15: Wynik operacji korelacji sygnałów z rysunków 13 i 14

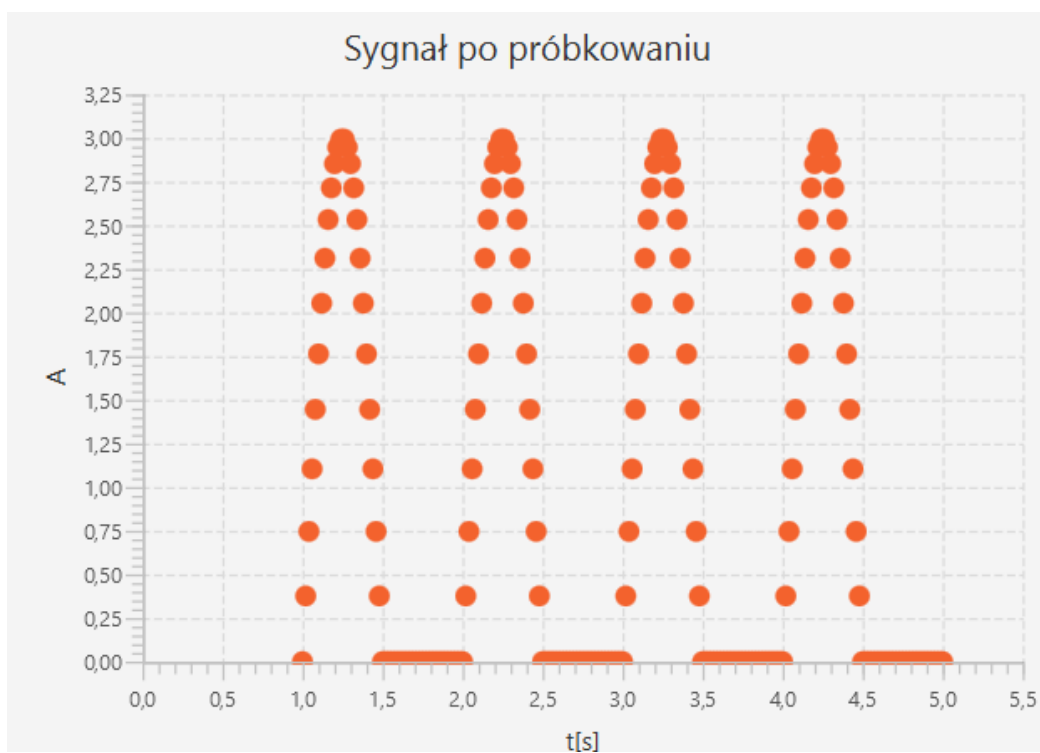
### 3.2.2 Eksperyment nr 6: Korelacja bezpośrednia sygnałów sinusoidalnego wyprostowanego jednopółkowo oraz sygnału trójkątnego

W kolejnym eksperymencie wykonaliśmy korelację bezpośrednią na sygnałach sinusoidalnym wyprostowanym jednopółkowym oraz trójkątnym. Sygnały przyjęły następujące parametry:

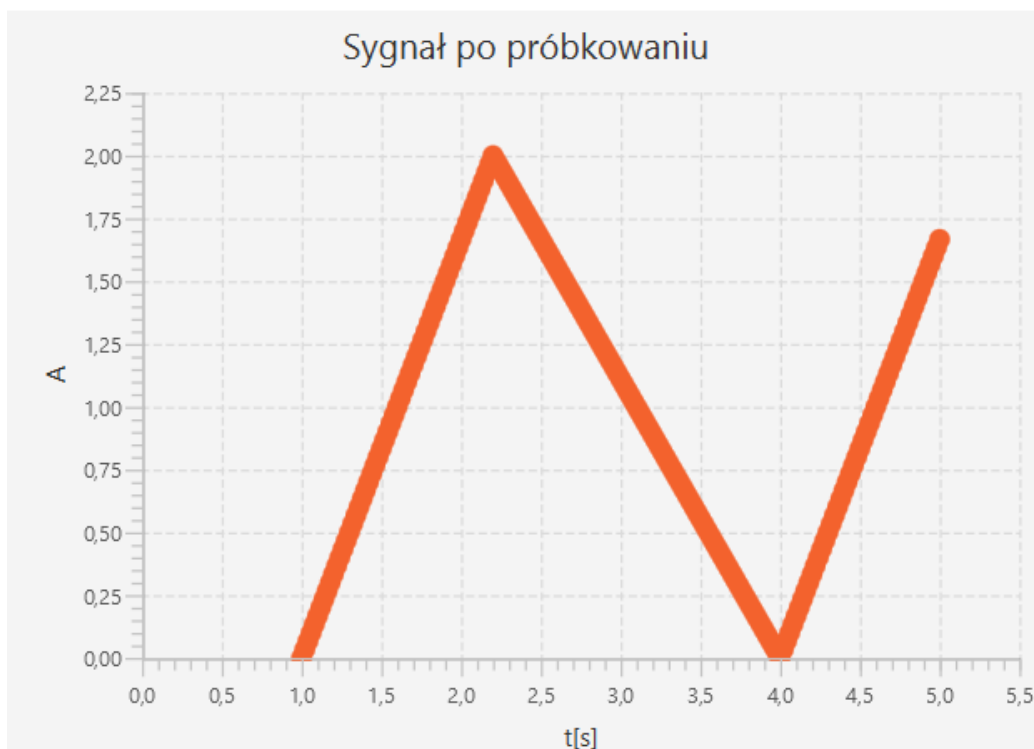
- Dla sygnału pierwszego (sinusoidalnego jednopółkowego):
  - Amplituda: 3
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 1
  - Częstotliwość próbkowania: 50
- Dla sygnału drugiego (trójkątnego):
  - Amplituda: 2

- Start w sekundzie: 1
- Czas trwania w sekundach: 4
- Okres podstawowy: 3
- Współczynnik wypełnienia: 0.4
- Częstotliwość próbkowania: 50

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:

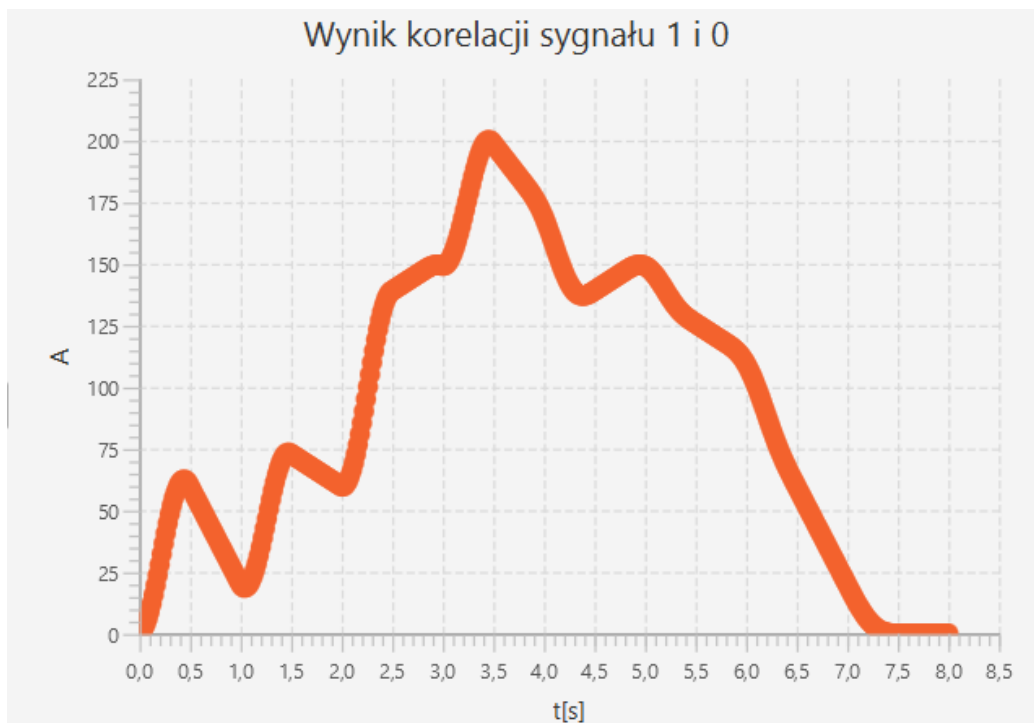


Rysunek 16: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 17: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji korelacji bezpośredniej dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco



Rysunek 18: Wynik operacji korelacji sygnałów z rysunków 16 i 17

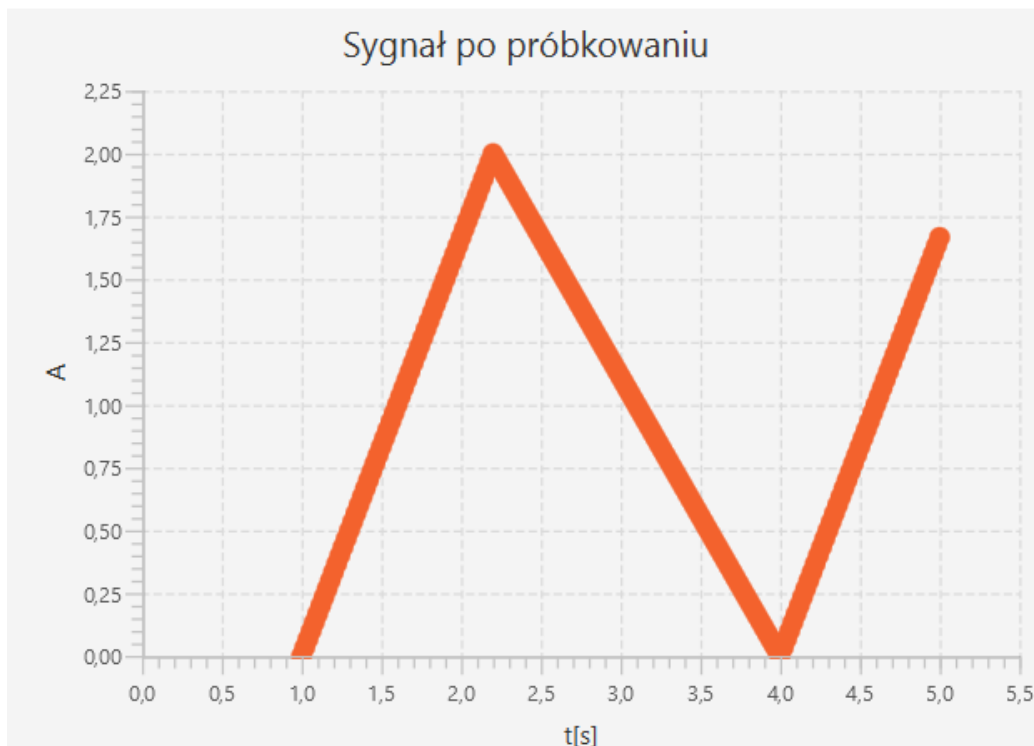
### 3.2.3 Eksperyment nr 7: Korelacja bezpośrednia sygnałów trójkątnego oraz sinusoidalnego wyprostowanego jednopółkowo

W kolejnym eksperymencie przeprowadziliśmy korelację bezpośrednią na takich samych sygnałach jak w eksperymencie powyżej, jednak zmieniliśmy kolejność sygnałów - w tym przypadku sygnałem nr 1 będzie sygnał trójkątny, a sygnałem nr 2 - sygnał sinusoidalny jednopółkowy. Celem tego eksperymentu jest zbadanie, czy wzór (2) podany w instrukcji do zadania [1] jest przemienny tzn. czy  $(h*x)(n)$  da nam ten sam wynik, co  $(x*h)(n)$ . Tak więc - podsumowując do eksperymentów wykorzystamy następujące z następującymi parametrami:

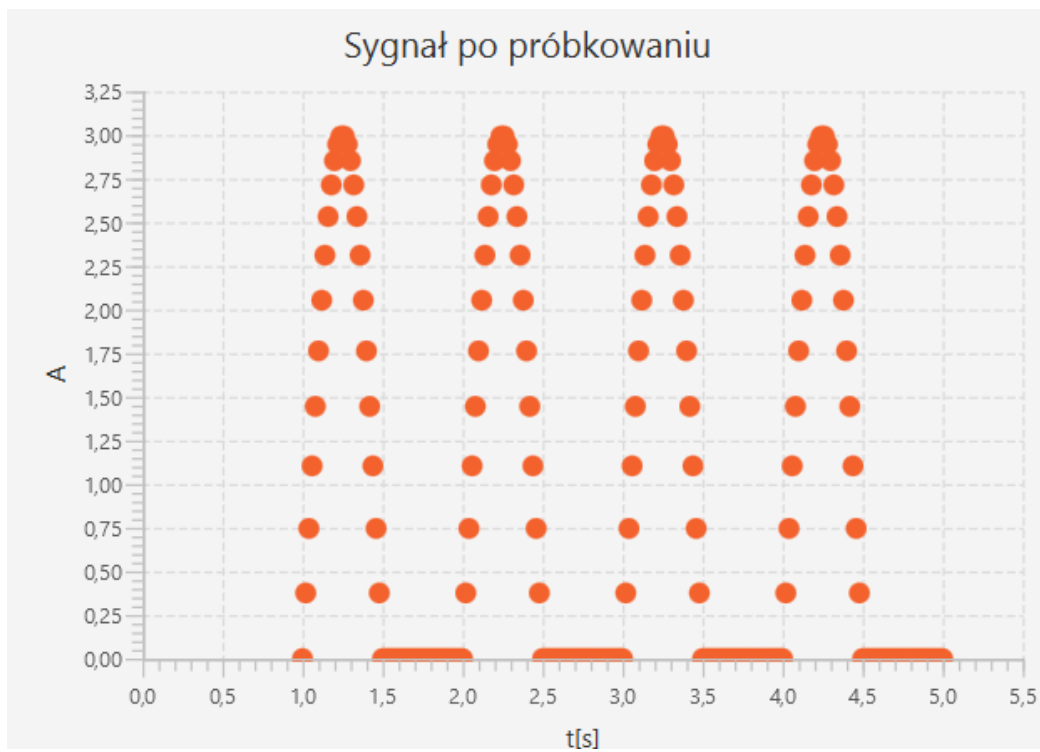
- Dla sygnału pierwszego (trójkątnego):
  - Amplituda: 2
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 3
  - Współczynnik wypełnienia: 0.4

- Częstotliwość próbkowania: 50
- Dla sygnału drugiego (sinusoidalnego jednopółkowego):
  - Amplituda: 3
  - Start w sekundzie: 1
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 1
  - Częstotliwość próbkowania: 50

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:

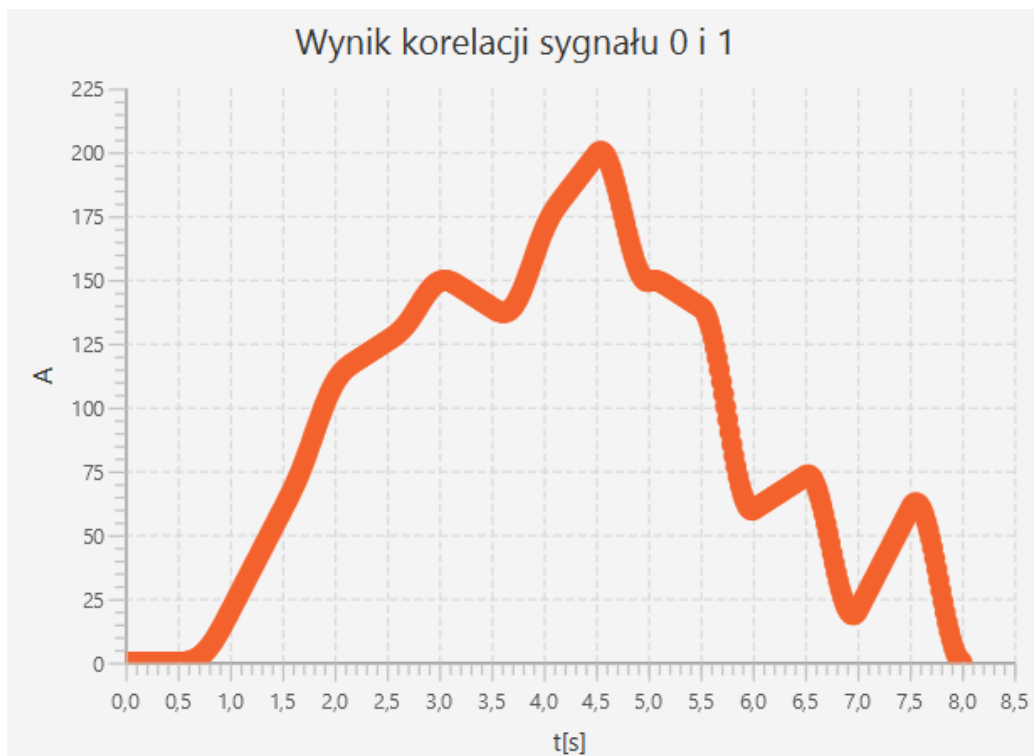


Rysunek 19: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu



Rysunek 20: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

Wynik operacji korelacji bezpośredniej dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco



Rysunek 21: Wynik operacji korelacji sygnałów z rysunków 19 i 20

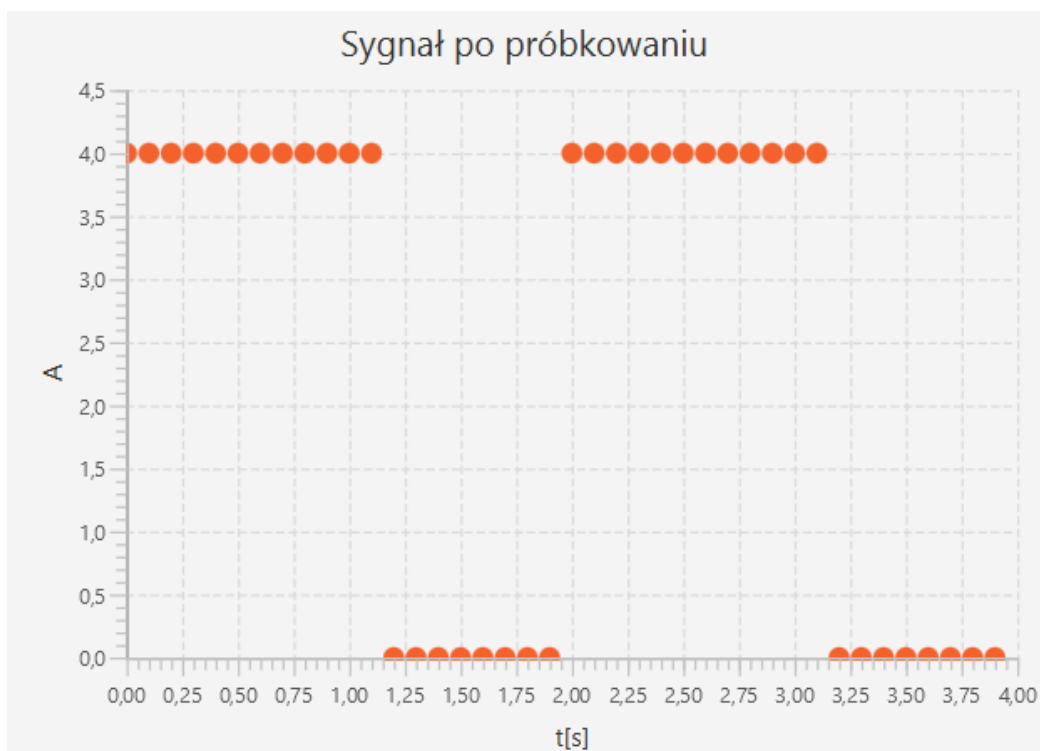
### 3.2.4 Eksperyment nr 8: Korelacja z wykorzystaniem splotu sygnałów prostokątnego i sinusoidalnego wyprostowanego dwupółkowo

W tym eksperymencie dokonaliśmy korelacji z użyciem splotu na sygnałach prostokątym oraz sinusoidalnym dwupółkowym o następujących parametrach:

- Dla sygnału pierwszego (prostokątnego):
  - Amplituda: 4
  - Start w sekundzie: 0
  - Czas trwania w sekundach: 4
  - Okres podstawowy: 2
  - Współczynnik wypełnienia: 0.6
  - Częstotliwość próbkowania: 10
- Dla sygnału drugiego (sinusoidalnego dwupółkowego):
  - Amplituda: 1

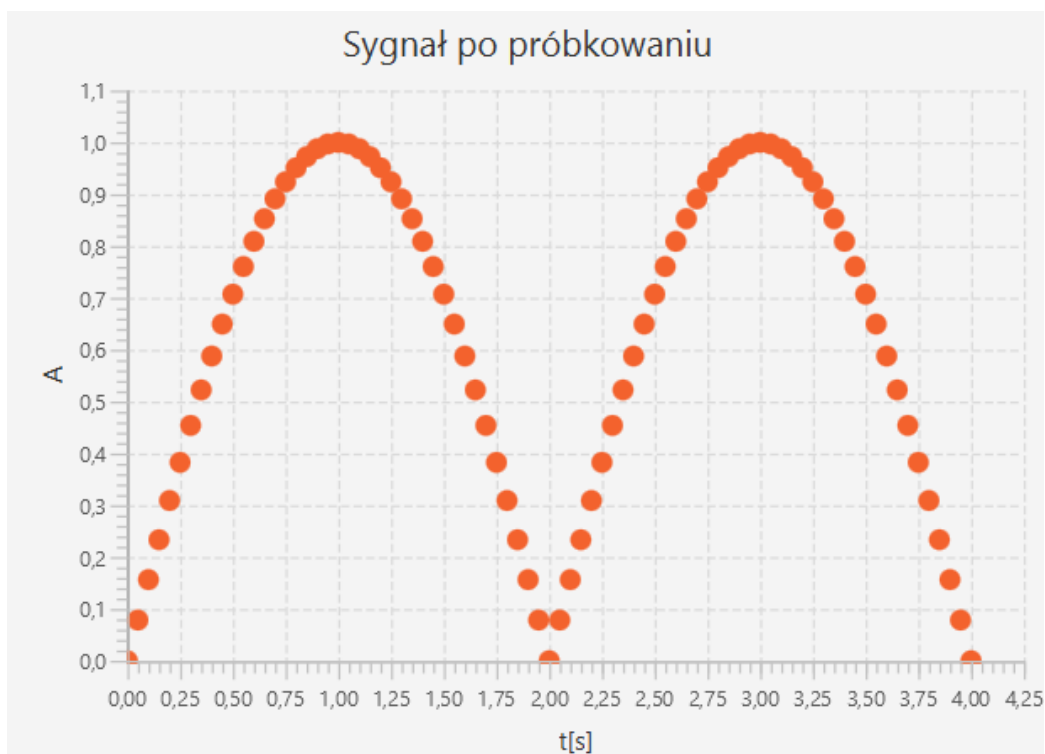
- Start w sekundzie: 0
- Czas trwania w sekundach: 4
- Okres podstawowy: 4
- Częstotliwość próbkowania: 20

Sygnały wejściowe prezentują się następująco:



Rysunek 22: Sygnał nr 1, który zostanie poddany operacji splotu

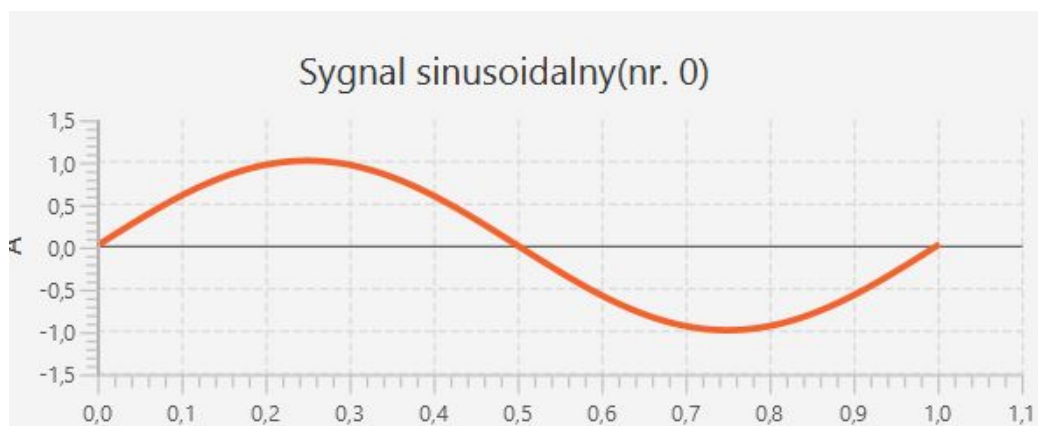




Rysunek 23: Sygnał nr 2, który zostanie poddany operacji splotu

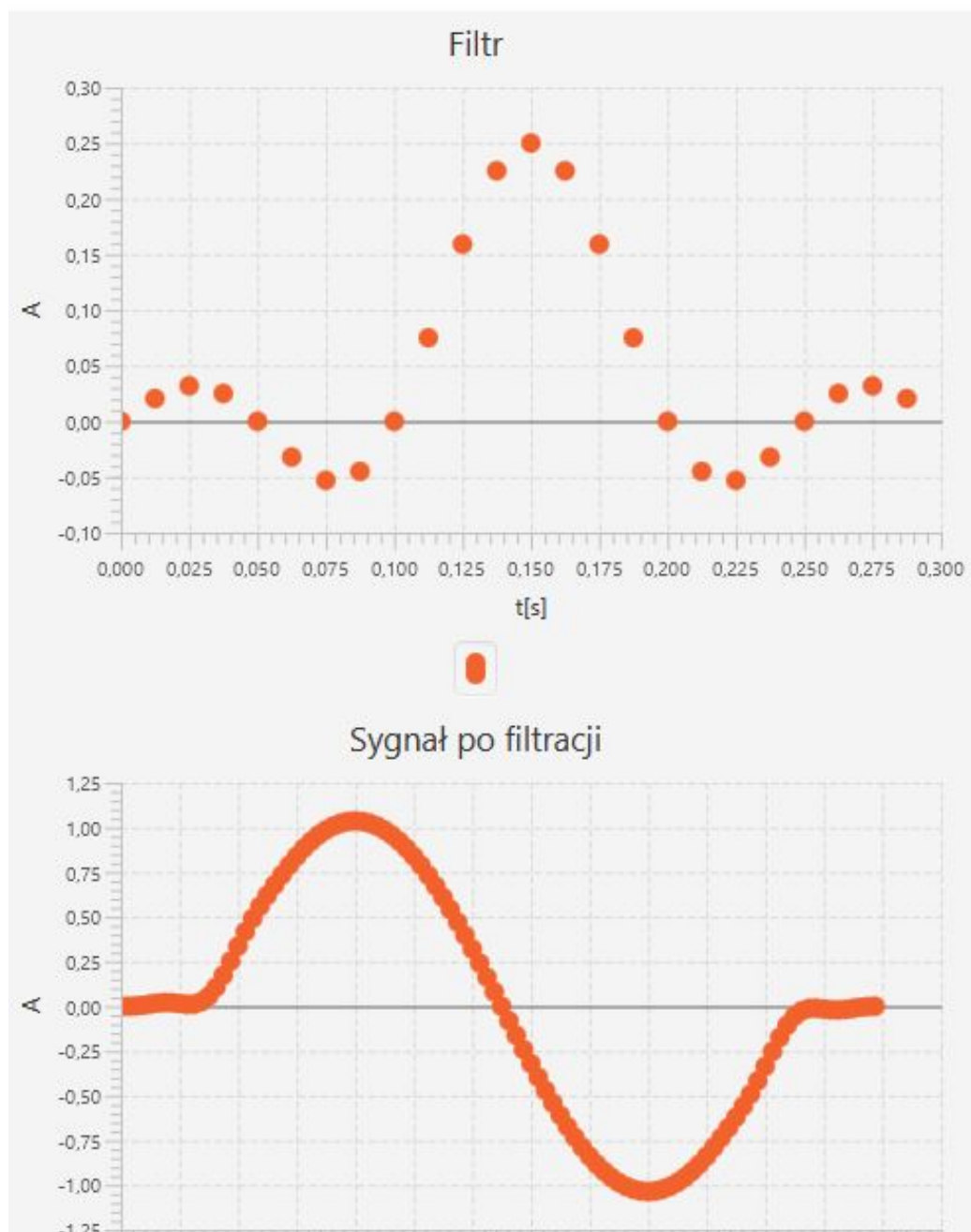
Wynik operacji korelacji z wykorzystaniem splotu dwóch powyższych sygnałów przedstawia się następująco





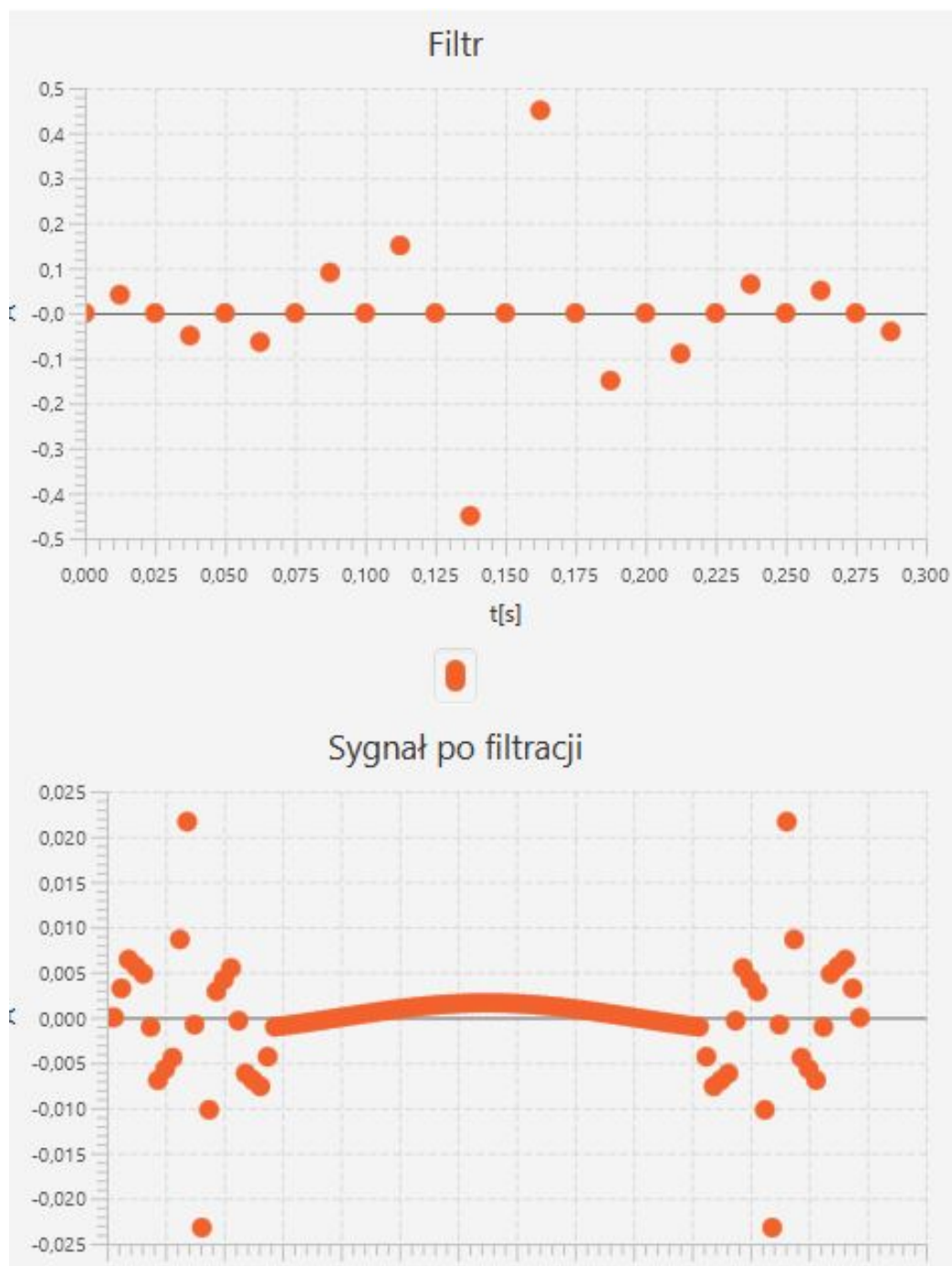
Rysunek 25: Sygnał sinusoidalny

Poniżej przedstawiony został filtr dolnoprzepustowy z oknem Hanninga oraz wynik filtracji.



Rysunek 26: Filtr oraz wynik filtracji dla filtra dolnoprzepustowego i zastosowania okna Hanninga

Poniżej przedstawiony został filtr pasmowy z oknem prostokątnym oraz wynik filtracji.



Rysunek 27: Filtr oraz wynik filtracji dla filtra pasmowego i zastosowania okna prostokątnego

## 4 Wnioski

Program umożliwia generowanie wykresów będącymi wynikami operacji splotu, korelacji oraz filtracji.

### 4.1 Splot sygnałów dyskretnych

Pierwsza pula eksperymentów polegała na splocie sygnałów dyskretnych. W eksperymencie nr 1 dokonaliśmy operacji splotu na takich samych sygnałach sinusoidalnych, przesuniętych w czasie o 1 s. Wynik operacji splotu jest zgodny z założeniami. Sygnał wynikowy ma okres równy sumie okresów obu sygnałów. Pozwala nam to wysnuć wniosek, że przesunięcie w czasie nie ma wpływu na operacje splotu. W eksperymencie 2, w którym dokonaliśmy operacji splotu dla sygnałów sinusoidalnego wyprostowanego jednopółkowo oraz trójkątnego wyniki również wydają się logiczne i sensowne. Długość trwania sygnału splotu odpowiada sumie długości trwania sygnałów wejściowych, a maksymalną wartość splot przyjmuje dokładnie w połowie czasu trwania. Następny eksperyment (nr 3) dowodzi, że operacja splotu jest przemienne tzn. bez względu, który sygnał przyjmujemy jako  $h$ , a który jako  $x$  we wzorze na splot [1] - wynik będzie taki sam. Eksperyment 4 przeprowadziliśmy dla typów sygnałów, dla których wcześniej nie przeprowadzaliśmy eksperymentów oraz z zdecydowanie mniejszą (i różną od siebie) częstotliwością próbkowania. Wynik pokazuje, że przy operacji splotu częstotliwość próbkowania obu sygnałów dyskretnych nie musi być taka sama.

### 4.2 Korelacja sygnałów dyskretnych

Druga pula eksperymentów polegała na pokazaniu operacji korelacji sygnałów dyskretnych. Eksperymenty przeprowadziliśmy dla takich samych sygnałów jak przy operacji splotu. Pierwszy z eksperymentów wykonany na sygnałach sinusoidalnych (a więc sygnałach symetrycznych) dał wynik dokładnie taki sam jak w przypadku splotu dla tych sygnałów. Różnice w rezultacie, jeśli porównamy go z operacją splotu dla analogicznych sygnałów możemy zaobserwować w eksperymencie nr 6. Co ciekawe, jest to po prostu odbicie lustrzane względem prostej  $y = 4$  (środek wykresu). Eksperyment 7 pokazał nam, że w przypadku korelacji parametry  $x$  i  $h$  ze wzoru zawartego w [1] nie mogą być stosowane zamiennie. W eksperymencie 8 pokazaliśmy korelacji z wykorzystaniem splotu. Wynik nie może dziwić - jest on po prostu wykresem powstałym w wyniku splotu dwóch sygnałów, a więc powstaje wykres taki sam jak w eksperymencie nr 4.

### 4.3 Filtracja sygnałów dyskretnych

Podczas procesu filtracji skupiliśmy się przede wszystkim na uzyskaniu optymalnej odpowiedzi impulsowej, którą potem należy wykorzystać w operacji splotu, aby uzyskać sygnał przefiltrowany. Uważamy, że okno Hanninga daje zdecydowanie lepsze i dokładniejsze rezultaty od okna prostokątnego. Co do filtra dolnoprzepustowego i środkowoprzepustowego wydaje nam się, że ciężko jednoznacznie stwierdzić, który z nich jest "lepszy". Uważamy, że ich zastosowanie należy uzależnić od konkretnego przypadku - w niektórych lepiej sprawdzi się filtr dolnoprzypustowy, a w innych - średnioprzepustowy.

### 4.4 Ostateczne najważniejsze wnioski

- Operacje korelacji i splotu są do siebie bardzo podobne, a w niektórych przypadkach dają w wyniku ten sam rezultat. Ponadto można zrealizować korelację w oparciu o splot.
- Zastosowanie funkcji okna pozwala zwiększyć efektywność filtru.
- Im większy rząd filtra, tym jakość filtracji lepsza
- Metoda filtrów SOI zastosowana w zadaniu generuje zakłócenia na krańcach odfiltrowanego sygnału.

## Literatura

- [1] Instrukcja do zadania 3 na stronie przedmiotu. [przeglądany 26.05.2021], Dostępny w: [https://ftims.edu.p.lodz.pl/pluginfile.php/14039/mod\\_resource/content/1/zad3.pdf](https://ftims.edu.p.lodz.pl/pluginfile.php/14039/mod_resource/content/1/zad3.pdf)