Bitte tragen Sie zunächst in **Druckschrift** Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Geben Sie am Ende der Klausur **nur** die zusammengehefteten Aufgabenzettel ab und schreiben Sie die Lösungen deutlich lesbar in die dafür vorgesehenen Felder. In die Bewertung geht ausschließlich ein, ob Ihre Antworten korrekt sind oder nicht. Geben Sie daher bitte **keine** Schmierzettel mit Lösungsversuchen ab und benutzen Sie die Aufgabenzettel **nicht** für Notizen.

Als Hilfsmittel sind eigenhändig angefertigte handschriftliche Notizen erlaubt, und zwar maximal zwei Seiten DIN A4, d.h. **ein** Blatt, das beidseitig beschrieben ist. Sie dürfen außerdem den Ihnen zur Verfügung gestellten Computer benutzen, auf dem Sie mit PYTHON arbeiten können. Dort finden Sie auch ein PDF des Skripts zur Vorlesung.

Nicht erlaubt sind eigene elektronische Geräte jeglicher Art: Taschenrechner, Computer, Tablet-PCs, aber auch Mobiltelefone, MP3-Player, Spielekonsolen, usw. **Nicht** erlaubt sind außerdem gedruckte oder kopierte Unterlagen, insbesondere Bücher. Sie dürfen außerdem mit dem oben genannten Computer **keine** Verbindung zum Internet herstellen oder ein anderes als das voreingestellte Betriebssystem starten.

Wenn Sie eine Aufgabe nicht verstanden haben oder sich nicht sicher sind, melden Sie sich bitte!

Überprüfen Sie, dass Sie insgesamt 4 Seiten mit 20 Aufgaben bekommen haben.

Name:		Vorname:	
Matrikelnummer:			41

1. Wie viele Elemente von $\mathbb{Z}/800\mathbb{Z}$ sind bezüglich der Multiplikation invers zu sich selbst?

8

2. $p = 2\,760\,727\,302\,517$ ist eine Primzahl. Geben Sie den Kehrwert von $853\,662\,459\,626$ in $\mathbb{Z}_p$ an. Verwenden Sie dafür den Hinweis am Ende des Aufgabenzettels!

4200420042

3. Kreuzen Sie die Zahlen an, die man *oktal* mit endlich vielen Nachkommastellen darstellen kann:

☒ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{2}{5}$ ☒ $\frac{3}{16}$ ☒ $\frac{15}{20}$ ☐ $\frac{3}{7}$

4. Tragen Sie die Binärdarstellung (Zweierkomplement) von -142 auf einem 16-Bit-Computer ein:

1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0

5. Sei A die Menge der ersten 50 Primzahlen und B die Menge $\{mn : m, n \in A\}$. Geben Sie die Mächtigkeit von B an.

1275

6. Den Ausdruck $(1+x)^{20}$ kann man nach dem binomischen Lehrsatz auch als $\sum_{k=0}^{20} a_k x^k$ schreiben. Geben Sie den Koeffizienten a_{12} an, der vor x^{12} steht.

$\binom{20}{8}$

7. Wie viele Elemente enthält die Menge $\{ (p,q) : p, q \in \mathbb{P} \cap [0, 10^{23}] \}$ ungefähr?

- ○ $4.3 \cdot 10^{38}$
- ○ $3.9 \cdot 10^{40}$
- ⊗ $3.6 \cdot 10^{42}$
- ○ $3.3 \cdot 10^{44}$

8. Für welche a hat das folgende Kongruenzsystem *keine* Lösung?

$$\begin{aligned} x &\equiv 1 \pmod 4 \\ x &\equiv 2 \pmod a \\ x &\equiv 3 \pmod 7 \end{aligned}$$

- [ ] $a = 3$
- [x] $a = 8$
- [x] $a = 6$
- [ ] $a = 9$
- [ ] $a = 5$

9. Geben Sie die Dezimalzahl $0.7\overline{72} = 0.7727272727272\ldots$ als *gekürzten* Bruch an.

17/22

10. Welchen Wert hat die Variable s nach Ausführung des folgenden Codes?

1

```
def foo ():
    k = 0
    while True:
        yield k
        k += 1

c, s = 0, 0
for i in foo():
    s = (s + i) % 3
    c += 1
    if c > 33333333334:
        break
```

11. Welche der folgenden Zahlen lassen sich im IEEE-Format *double* (64 Bit) exakt darstellen?

- [ ] $\sqrt{2}$
- [x] 0.375
- [ ] 1.41
- [x] $\sqrt{4}$
- [ ] $2^{53} + 1$
- [x] $2^{53} - 1$

12. Berechnen Sie die Summer 30 + 35 + 40 + 45 + ... + 445 + 450 + 455.

20855

13. Wie viele Teilmengen von N(Natürliche Zahlen) gibt es, die höchstens 17 Elemente enthalten und deren größtes Element kleiner als 19 ist?

524268

14. Durch Umsortieren der Zahlen kann man aus 234456 andere Zahlen machen, z.B. 423654 oder 564234. Wie viele verschiedene Zahlen von einschließlich 234456 kann man auf diese Art erhalten?

360

15. Berechnen Sie den Quotienten von 3/17 in Z23.

11

16. Die Zahl 4/15 sieht binär so aus: $0.\overline{0100}_2$. Kreuzen Sie an, welche von den folgenden Bitfolgen die Mantisse (ohne hidden bit) ist, wenn diese Zahl im IEEE Format *double* dargestellt wird.

- ○ 1000100010001000100010001000100010001000100010001001
- ○ 0001000100010001000100010001000100010001000100010010
- ○ 1000100010001000100010001000100010001000100010001000
- ⊗ 0001000100010001000100010001000100010001000100010001
- ○ 0001000100010001000100010001000100010001000100010000

17. Geben Sie einen gekürzten Bruch an, der sich von der √3 um weniger als 10^{-4} unterscheidet.

433/250

18. Wie viele verschiedene Zeichenketten der Länge 4, die mindestens eine der folgenden Bedingungen erfüllen, kann man aus den 8 Buchstaben A bis H konstruieren?

(i) Der erste Buchstabe ist A.
(ii) Der zweite Buchstabe ist B.
(iii) Die letzten beiden Buchstaben sind gleich.

Erlaubt sind also z.B. die Zeichenketten ACBH oder CBDH oder CAHH oder ACCC.

1352

19. Kreuzen Sie von den folgenden Mengen die an, die Intervalle sind:

- [x] $[40, 42] \setminus [40, 42)$
- [ ] $[40, 42] \setminus \{41\}$
- [x] $[40, 41] \setminus [42, 43]$
- [ ] $[40, 41] \cup [42, 43]$
- [x] $[40, 41] \cap [42, 43]$
- [x] $[40, 42] \setminus \{42\}$

20. Jeweils zwei der unten aufgeführten Mengen sind gleich. Finden Sie die entsprechenden Paare und tragen Sie sie in die Tabelle ein.

$A = \{2\sqrt{2}\}$ $B = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 = 8\} \cup \mathbb{N}$

$C = \mathbb{N} \setminus \{-42\}$ $D = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 = x \text{ und } x < 1\}$

$E = \mathbb{R} \cup \mathbb{Q}$ $F = \{x \in \mathbb{R} : x^2 = x \text{ und } x < 0\}$

$G = \{n \in \mathbb{N} : n + n = n\}$ $H = \{x \in \mathbb{R} : x^2 = 8 \text{ und } x > 0\}$

$I = \mathbb{R} \cap \mathbb{R}$ $J = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 = 8 \text{ und } x > 0\}$

Die Menge...	A	C	E	G	J
ist identisch mit der Menge...	H	B	I	D	F

Ist p eine Primzahl, so gilt nach dem kleinen Satz von Fermat $a^{p-1} = 1$ für $a \in \mathbb{Z}_p \setminus \{0\}$. Außerdem gilt natürlich $a^{p-1} = a^{p-2} \cdot a$.

Während eine Berechnung wie `(a ** b) % p` in PYTHON extrem lange dauern kann, wenn `b` groß ist, kann man dasselbe Ergebnis sehr schnell mit `pow(a, b, p)` berechnen. (Damit ist *nicht* die Funktion `math.pow` gemeint!)