

Bitte tragen Sie zunächst **in Druckschrift** Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Geben Sie am Ende der Klausur **nur** die zusammengehefteten Aufgabenzettel ab und schreiben Sie die Lösungen deutlich lesbar in die dafür vorgesehenen Felder. In die Bewertung geht ausschließlich ein, ob Ihre Antworten korrekt sind oder nicht. Geben Sie daher bitte **keine** Schmierzettel mit Lösungsversuchen ab und benutzen Sie die Aufgabenzettel **nicht** für Notizen.

Als Hilfsmittel sind eigenhändig angefertigte handschriftliche Notizen erlaubt, und zwar maximal zwei Seiten DIN A4, d.h. **ein** Blatt, das beidseitig beschrieben ist. Sie dürfen außerdem den Ihnen zur Verfügung gestellten Computer benutzen, auf dem Sie mit PYTHON arbeiten können. Dort finden Sie auch ein PDF des Skripts zur Vorlesung.

**Nicht** erlaubt sind eigene elektronische Geräte jeglicher Art: Taschenrechner, Computer, Tablet-PCs, aber auch Mobiltelefone, MP3-Player, Spielekonsolen, usw. **Nicht** erlaubt sind außerdem gedruckte oder kopierte Unterlagen, insbesondere Bücher. Sie dürfen außerdem mit dem oben genannten Computer **keine** Verbindung zum Internet herstellen oder ein anderes als das voreingestellte Betriebssystem starten.

Wenn Sie eine Aufgabe nicht verstanden haben oder sich nicht sicher sind, melden Sie sich bitte!

**Überprüfen Sie, dass Sie insgesamt 3 Seiten mit 20 Aufgaben bekommen haben.**

Name:		Vorname:	
Matrikelnummer:	14		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

1. Wie viele verschiedene Lösungen hat die Gleichung  $25x^2 + 30x + 40 = 0$  in  $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$ ?
  
2. Geben Sie den größten gemeinsamen Teiler von 515 572 593 409, 515 651 349 617 und 515 641 514 303 an; also die größte Zahl, die alle drei Zahlen teilt.
  
3. Kreuzen Sie die Zahlen an, die man binär mit endlich vielen Nachkommastellen darstellen kann:
 

☐  $\frac{1}{8}$

☐  $\frac{2}{5}$

☐  $\frac{3}{16}$

☐  $\frac{15}{20}$

☐  $\frac{1}{7}$
  
4. Tragen Sie die Binärdarstellung (Zweierkomplement) von  $-44$  auf einem 16-Bit-Computer ein:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Sei  $A$  die Menge der ersten 20 Primzahlen und  $B = \{\frac{m}{n} : m, n \in A\}$ . Geben Sie die Mächtigkeit von  $B$  an.

6. Geben Sie das folgende Produkt als *gekürzten* Bruch an:  $\prod_{k=7}^{41} \frac{k}{k+1}$

7. Welcher der folgenden Werte ist die beste Schätzung für die Anzahl der Primzahlen bis  $10^{14}$ ?

☐  $3 \cdot 10^{12}$ 
☐  $7 \cdot 10^{12}$ 
☐  $2 \cdot 10^{13}$ 
☐  $5 \cdot 10^{13}$ 

8. Geben Sie die *größte negative* Lösung des folgenden Kongruenzsystems an:

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

9. Geben Sie die Dezimalzahl  $0.6\overline{72} = 0.6727272727272\ldots$  als *gekürzten* Bruch an.

10. Welchen Wert hat die Variable  $c$  nach Ausführung des folgenden Codes?

```
c = 0
k = 1
for n in range(1 + 3 ** 40):
    c += k
    k *= -1
```

11. Kreuzen Sie von den folgenden Mengen die an, die das Element 42 enthalten:

☐  $\{x \in \mathbb{P} : x < 100\}$ 
☐  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ 
☐  $\{x \in \mathbb{Q} : x \neq 0 \text{ und } x^{-1} < 1\}$ 
☐  $\{m - n : m, n \in \mathbb{N}\}$ 
☐  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 49\}$ 

12. Berechnen Sie die folgende Summe:  $\sum_{k=12}^{44} (k + 3)$

13. Wenn man sich eine Liste aller vierstelligen Primzahlen, bei denen eine Ziffer drei Mal vorkommt, anschaut, dann kommt eine Ziffer in der gesamten Liste nie vor. Welche ist es?



14. Durch Umsortieren der Ziffern kann man aus 233345 andere Zahlen machen, z.B. 234533 oder 534323. Wie viele verschiedene Zahlen (inklusive 233345) kann man auf diese Art erhalten?

15. Berechnen Sie den Quotienten  $\frac{3}{17}$  in  $\mathbb{Z}_{23}$ .

16. Die Zahl  $\frac{2}{5}$  sieht binär so aus:  $0.\overline{0110}_2$ . Kreuzen Sie an, welche von den folgenden Bitfolgen die Mantisse (ohne *hidden bit*) ist, wenn diese Zahl im IEEE-Format *double* dargestellt wird.

- ☐ 001100110011001100110011001100110011001100110011  
☐ 100110011001100110011001100110011001100110011001  
☐ 011001100110011001100110011001100110011001100110  
☐ 100110011001100110011001100110011001100110011010  
☐ 110011001100110011001100110011001100110011001100

17. Geben Sie einen Bruch an, der sich von  $\sqrt{3}$  um weniger als  $10^{-4}$  unterscheidet.

18. Wie viele verschiedene Zeichenketten der Länge 4, die *mindestens* eine der folgenden Bedingungen erfüllen, kann man aus den 6 Buchstaben A bis F konstruieren?

- (i) Der erste Buchstabe ist A.  
 (ii) Der zweite Buchstabe ist B.  
 (iii) Der dritte Buchstabe ist C.

Erlaubt sind also z.B. die Zeichenketten ADBF oder DBDF, aber auch AFCC oder ABCA.

19. Sei  $a = 22$  und  $b = 10^6$ . Die Zahl  $c = a^b$  hat deutlich mehr als eine Million Dezimalstellen. Was sind die letzten beiden Ziffern von  $c$  (also die beiden ganz rechts)?

(Hinweis: Versuchen Sie *nicht*,  $a^b$  in PYTHON auszurechnen!)

20. Kreuzen Sie von den folgenden Aussagen über das IEEE-Format die an, die wahr sind:

- ☐ Jede rationale Zahl kann beliebig gut approximiert werden.  
☐ Zwischen je zwei Maschinenzahlen findet man immer noch eine weitere.  
☐ Der Abstand zweier benachbarter Maschinenzahlen ist immer gleich.  
☐ Jede Maschinenzahl ist „Stellvertreter“ für unendlich viele rationale Zahlen.  
☐ Man kann nur endliche viele Zahlen korrekt darstellen.

# Lösungen

Bitte tragen Sie zunächst **in Druckschrift** Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Geben Sie am Ende der Klausur **nur** die zusammengehefteten Aufgabenzettel ab und schreiben Sie die Lösungen deutlich lesbar in die dafür vorgesehenen Felder. In die Bewertung geht ausschließlich ein, ob Ihre Antworten korrekt sind oder nicht. Geben Sie daher bitte **keine** Schmierzettel mit Lösungsversuchen ab und benutzen Sie die Aufgabenzettel **nicht** für Notizen.

Als Hilfsmittel sind eigenhändig angefertigte handschriftliche Notizen erlaubt, und zwar maximal zwei Seiten DIN A4, d.h. **ein** Blatt, das beidseitig beschrieben ist. Sie dürfen außerdem den Ihnen zur Verfügung gestellten Computer benutzen, auf dem Sie mit PYTHON arbeiten können. Dort finden Sie auch ein PDF des Skripts zur Vorlesung.

**Nicht** erlaubt sind eigene elektronische Geräte jeglicher Art: Taschenrechner, Computer, Tablet-PCs, aber auch Mobiltelefone, MP3-Player, Spielekonsolen, usw. **Nicht** erlaubt sind außerdem gedruckte oder kopierte Unterlagen, insbesondere Bücher. Sie dürfen außerdem mit dem oben genannten Computer **keine** Verbindung zum Internet herstellen oder ein anderes als das voreingestellte Betriebssystem starten.

Wenn Sie eine Aufgabe nicht verstanden haben oder sich nicht sicher sind, melden Sie sich bitte!

**Überprüfen Sie, dass Sie insgesamt 3 Seiten mit 20 Aufgaben bekommen haben.**

Name:		Vorname:	
Matrikelnummer:	14		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

1. Wie viele verschiedene Lösungen hat die Gleichung  $25x^2 + 30x + 40 = 0$  in  $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$ ?

10

2. Geben Sie den größten gemeinsamen Teiler von 515 572 593 409, 515 651 349 617 und 515 641 514 303 an; also die größte Zahl, die alle drei Zahlen teilt.

47

3. Kreuzen Sie die Zahlen an, die man binär mit endlich vielen Nachkommastellen darstellen kann:

☒  $\frac{1}{8}$

☐  $\frac{2}{5}$

☒  $\frac{3}{16}$

☒  $\frac{15}{20}$

☐  $\frac{1}{7}$

4. Tragen Sie die Binärdarstellung (Zweierkomplement) von  $-44$  auf einem 16-Bit-Computer ein:

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0



5. Sei  $A$  die Menge der ersten 20 Primzahlen und  $B = \{\frac{m}{n} : m, n \in A\}$ . Geben Sie die Mächtigkeit von  $B$  an.

381

6. Geben Sie das folgende Produkt als *gekürzten* Bruch an:  $\prod_{k=7}^{41} \frac{k}{k+1}$

 $\frac{1}{6}$ 

7. Welcher der folgenden Werte ist die beste Schätzung für die Anzahl der Primzahlen bis  $10^{14}$ ?

☒  $3 \cdot 10^{12}$ ☐  $7 \cdot 10^{12}$ ☒  $2 \cdot 10^{13}$ ☐  $5 \cdot 10^{13}$ 

8. Geben Sie die *größte negative* Lösung des folgenden Kongruenzsystems an:

-25

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

9. Geben Sie die Dezimalzahl  $0.6\overline{72} = 0.6727272727272\ldots$  als *gekürzten* Bruch an.

 $\frac{37}{55}$ 

10. Welchen Wert hat die Variable  $c$  nach Ausführung des folgenden Codes?

0

```
c = 0
k = 1
for n in range(1 + 3 ** 40):
    c += k
    k *= -1
```

11. Kreuzen Sie von den folgenden Mengen die an, die das Element 42 enthalten:

☐  $\{x \in \mathbb{P} : x < 100\}$ ☐  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ☒  $\{x \in \mathbb{Q} : x \neq 0 \text{ und } x^{-1} < 1\}$ ☒  $\{m - n : m, n \in \mathbb{N}\}$ ☐  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 49\}$ 

12. Berechnen Sie die folgende Summe:  $\sum_{k=12}^{44} (k + 3)$

1023

13. Wenn man sich eine Liste aller vierstelligen Primzahlen, bei denen eine Ziffer drei Mal vorkommt, anschaut, dann kommt eine Ziffer in der gesamten Liste nie vor. Welche ist es?

0

14. Durch Umsortieren der Ziffern kann man aus 233345 andere Zahlen machen, z.B. 234533 oder 534323. Wie viele verschiedene Zahlen (inklusive 233345) kann man auf diese Art erhalten?

120

15. Berechnen Sie den Quotienten  $\frac{3}{17}$  in  $\mathbb{Z}_{23}$ .

11

16. Die Zahl  $\frac{2}{5}$  sieht binär so aus:  $0.\overline{0110}_2$ . Kreuzen Sie an, welche von den folgenden Bitfolgen die Mantisse (ohne *hidden bit*) ist, wenn diese Zahl im IEEE-Format *double* dargestellt wird.

- ☐ 001100110011001100110011001100110011001100110011
- ☐ 100110011001100110011001100110011001100110011001
- ☐ 011001100110011001100110011001100110011001100110
- ☒ 100110011001100110011001100110011001100110011010
- ☐ 110011001100110011001100110011001100110011001100

17. Geben Sie einen Bruch an, der sich von  $\sqrt{3}$  um weniger als  $10^{-4}$  unterscheidet.

f - 

18. Wie viele verschiedene Zeichenketten der Länge 4, die *mindestens* eine der folgenden Bedingungen erfüllen, kann man aus den 6 Buchstaben A bis F konstruieren?

- (i) Der erste Buchstabe ist A.
- (ii) Der zweite Buchstabe ist B.
- (iii) Der dritte Buchstabe ist C.

Erlaubt sind also z.B. die Zeichenketten ADBF oder DBDF, aber auch AFCC oder ABCA.

546

19. Sei  $a = 22$  und  $b = 10^6$ . Die Zahl  $c = a^b$  hat deutlich mehr als eine Million Dezimalstellen. Was sind die letzten beiden Ziffern von  $c$  (also die beiden ganz rechts)?

(Hinweis: Versuchen Sie *nicht*,  $a^b$  in PYTHON auszurechnen!)

76

20. Kreuzen Sie von den folgenden Aussagen über das IEEE-Format die an, die wahr sind:

- ☒ Jede rationale Zahl kann beliebig gut approximiert werden.
- ☐ Zwischen je zwei Maschinenzahlen findet man immer noch eine weitere.
- ☐ Der Abstand zweier benachbarter Maschinenzahlen ist immer gleich.
- ☒ Jede Maschinenzahl ist „Stellvertreter“ für unendlich viele rationale Zahlen.
- ☒ Man kann nur endliche viele Zahlen korrekt darstellen.