

Bitte tragen Sie zunächst **in Druckschrift** Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Geben Sie am Ende der Klausur **nur** die zusammengehefteten Aufgabenzettel ab und schreiben Sie die Lösungen deutlich lesbar in die dafür vorgesehenen Felder. In die Bewertung geht ausschließlich ein, ob Ihre Antworten korrekt sind oder nicht. Geben Sie daher bitte **keine** Schmierzettel mit Lösungsversuchen ab und benutzen Sie die Aufgabenzettel **nicht** für Notizen.

Als Hilfsmittel sind eigenhändig angefertigte handschriftliche Notizen erlaubt, und zwar maximal zwei Seiten DIN A4, d.h. **ein** Blatt, das beidseitig beschrieben ist. Sie dürfen außerdem den Ihnen zur Verfügung gestellten Computer benutzen, auf dem Sie mit PYTHON arbeiten können. Dort finden Sie auch ein PDF des Skripts zur Vorlesung.

Nicht erlaubt sind eigene elektronische Geräte jeglicher Art: Taschenrechner, Computer, Tablet-PCs, aber auch Mobiltelefone, MP3-Player, Spielekonsolen, usw. **Nicht** erlaubt sind außerdem gedruckte oder kopierte Unterlagen, insbesondere Bücher (außer das Buch zur Vorlesung). Sie dürfen außerdem mit dem oben genannten Computer **keine** Verbindung zum Internet herstellen oder ein anderes als das voreingestellte Betriebssystem starten.

Wenn Sie eine Aufgabe nicht verstanden haben oder sich nicht sicher sind, melden Sie sich bitte!

Überprüfen Sie, dass Sie insgesamt 4 Seiten mit 20 Aufgaben bekommen haben.

Name:		Vorname:	
Matrikelnummer:			27

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ
X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	18
							X													18
																				17

1. Welche der folgenden Zahlen sind durch 11 teilbar?

☒ 0

☐ $1000^{19^{19}} - 1$

☒ $1000^{19^{19}} + 1$

☒ $100^{100^{100}} - 1$

2. Wie viele Elemente von $\mathbb{Z}/810\mathbb{Z}$ sind bezüglich der Multiplikation invers zu sich selbst?

3. Kreuzen Sie die Zahlen an, die man dezimal mit endlich vielen Nachkommastellen darstellen kann:

☒ $\frac{1}{8}$

☒ $\frac{2}{5}$

☒ $\frac{15}{20}$

☒ $\frac{7}{125}$

☒ $\frac{15}{16}$

4. 4. Geben Sie eine von 1 verschiedene Zahl an, die in $\mathbb{Z}/42\mathbb{Z}$ einen Kehrwert hat.



5. Sei $A = \{p \in \mathbb{P} : p < q\}$. Für welche Primzahl q gilt $|A \times A| = 100$?

31

6. Den Ausdruck $(1 + 3x)^{11}$ kann man nach dem binomischen Lehrsatz auch als $\sum_{k=0}^{11} a_k x^k$ schreiben. Geben Sie den Koeffizienten a_4 an, der vor x^4 steht.

990

Richtig: $\binom{11}{4} \cdot 1^{11-4} \cdot 3^4$ $n=11$ $k=4$

7. Sei $a = 10^{25}$. Wie viele Primzahlen liegen ungefähr zwischen a und der a -ten Primzahl?

26730

☐ $3 \cdot 10^{24}$ ☐ $6 \cdot 10^{24}$ ☒ $9 \cdot 10^{24}$ ☐ $2 \cdot 10^{25}$

8. Geben Sie eine natürliche Zahl a zwischen 31 und 39 an, für die das folgende Kongruenzsystem keine Lösung hat.

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{a}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

33

33, 35, 37, 39

9. Kreuzen Sie von den folgenden Zahlen die an, die rational sind:

☒ $\frac{1}{\sqrt{16}}$

☐ $\frac{\sqrt{111}}{111}$

☒ $\sqrt{\frac{3}{75}}$

☒ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

☒ $\sqrt{121}$

☐ $\sqrt{\frac{3}{36}}$

10. Welchen Wert hat die Variable c nach Ausführung des folgenden Codes?

0

```
c, k = 42, 1
for n in range(3 ** 40):
    c += 3 * k
    k = (k + 2) % 3
c = c % 3
```

11. Welche der folgenden Zahlen lassen sich im IEEE-Format *double* (64 Bit) exakt darstellen?

☐ $\sqrt{\frac{1}{8}}$

☐ 1.41

☐ $2^{53} + 3$

☒ $2^{53} + 2$

☒ 0.84375

☒ $\frac{3}{\sqrt{36}}$

12. Welchen Wert muss b haben, damit $\sum_{n=42}^b (n^2 + n + 3) = 3196959$ gilt?

212

13. Wie viele vierstellige ungerade Zahlen gibt es, bei denen keine Ziffer doppelt vorkommt?

Richtig: 8 · 8 · 7 · 5

nur anfangen, dann vorne immer eine Stelle weniger (1. Stelle ohne 0)

2592
~~3240~~

2240

14. Welchen Wert hat das Produkt $\prod_{k=1}^{2n} (-ka)$?

- ☐ $-(2n)! a^{2n}$
☐ $n! (2a)^n$
☐ $-2n! a^{2n}$
☐ $-n! (2a)^n$
☐ $2n! a^{2n}$
☒ $(2n)! a^{2n}$ ✓

15. Berechnen Sie den Wert $\left(\frac{5}{9}\right)^{1000000}$ in \mathbb{Z}_{23} .

2 ✓

16. Die Zahl $14/15$ sieht binär so aus: $0.\overline{1110}_2$. Kreuzen Sie an, welche von den folgenden Bitfolgen die Mantisse (ohne *hidden bit*) ist, wenn diese Zahl im IEEE-Format *double* dargestellt wird.

- ☒ 110111011101110111011101110111011101110111011101110111011101110
☐ 110111011101110111011101110111011101110111011101110111011101101
☐ 1110111011101110111011101110111011101110111011101110111011101110
☐ 0111011101110111011101110111011101110111011101110111011101110111
☐ 1101110111011101110111011101110111011101110111011101110111011100

17. Zwischen $\sqrt{71} - 8$ und $\sqrt{42} - 6$ liegen unendlich viele Brüche. Bei wie vielen dieser Brüche ist der Betrag des Nenners kleiner als 20, wenn sie in gekürzter Form dargestellt werden? [Hinweis: Schreiben Sie sich dafür ein kleines Programm.]

8 ✓

18. Wie viele verschiedene Zeichenketten der Länge 4, die *mindestens* eine der folgenden Bedingungen erfüllen, kann man aus den 7 Buchstaben A bis G konstruieren?

- (i) Der erste Buchstabe ist A.
 (ii) Der zweite Buchstabe ist B.
 (iii) Die ersten beiden Buchstaben sind unterschiedlich.

Erlaubt sind also z.B. die Zeichenketten AABG oder BBDG oder CGCC oder ABCA.

2156 ✓

19. Bei welchen Zahlen gibt der Miller-Rabin-Test *immer* eine korrekte Antwort?

- ☐ zusammengesetzte Zahlen
☐ ungerade Zahlen
☐ natürliche Zahlen
☒ Primzahlen
☐ Carmichael-Zahlen

☐ Bei jedem Zahlentyp kann es falsche Antworten geben, weil der Test probabilistisch ist.

20. Jeweils zwei der unten aufgeführten Mengen sind gleich. Finden Sie die entsprechenden Paare und tragen Sie sie in die Tabelle ein.

$$A = \{43\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 42\}$$

$$C = \{n \in \mathbb{N} : 2n \leq 42\}$$

$$D = \{|X| : X \in \mathcal{P}(B)\}$$

$$E = \mathbb{Z} \cap [0, 22)$$

$$F = \{m \in D : m + 1 \in D\}$$

$$G = D \setminus B$$

$$H = \{z \in \mathbb{Z} : |z| \in B\}$$

$$I = \{z \in \mathbb{Z} : |z| < 43\}$$

$$J = \mathbb{N} \cap [-42, 44)$$

Hinweis: $[0, 22) = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 22\}$ und $[-42, 44) = \{x \in \mathbb{R} : -42 \leq x < 44\}$.

Die Menge...	C	B	H	A	F
ist identisch mit der Menge...	E	A	I	G	B

