OpenSwim: An Open Source Library for Seismic Wave Input and simulation Methods

Author(s): Hubery H.B. Woo (hbw8456@163.com)

Copyright 2023-2024 Chongqing Three Gorges University

地震波作用下的隧道结构响应已经取得了丰硕的成果，然而，还有一些尚未解决的科学问题。例如，波场分离的地震波输入在一定程度上反应了行波效应，如何评价其空间非一致性？不同入射角度的膨胀波与剪切波，如何评价地震动场地放大效应？进而影响衬砌结构力学响应的频谱相关性？本文首先分析了P波和SV波入射自由表面的特征，基于波场分离原理，结合一维波动方程的解析解，运用坐标变换技术，发展了一种平面波入射的等效节点荷载计算方法，并将其推广至三维地震波模型。此外，通过引入生死单元技术与边界条件转换，将隧道开挖静力学与地震动力学分析有效结合。通过算例，验证了方法的可靠性。同时，分析了行波效应作用下岩体位移的时变(time-dependent)响应，初步揭示了地震波斜入射条件下场地地震动的空间相干性与非圆形隧道结构的非线性动力学响应规律。

**2 地震波反射理论**



图1 地震波三维入射示意图，红色Ox’y’z’代表整体坐标系；而青色平面为地震波入射平面，与x夹角为，入射角度与y轴夹角为；P波入射时，会产生反射P波和反射SV波，与轴线夹角分别为和。在青色入射平面内，可以将其简化为二维平面波进行处理，建立局部坐标oxy，结合P波和SV波在入射方向的一维特征，运用坐标转换技术，发展了一种三维地震波作用下隧道结构动力学的等效节点荷载计算方法。

**2.1** 平面波反射理论

根据弹性波理论[25-26]，在平面情况下，地震波分为纵波（P波或压缩膨胀波），横波（SH波和SV波，分别代表水平和垂直剪切波）。以P波为例，其入射P波，反射P波和反射SV波的波函数可以分别表示为，

 (1.a),

 (1.b),

 (1.c).

波函数描述了波的传播特性，包括振幅、频率、波速以及波形等信息。其中，上标表示入射波和反射波，下标表示P波和SV波；代表时间，分别为入射P波、反射P波和反射SV波的角度（图1平面波）；在自由界面无介质处，由于不存在相邻介质传递应力，位移连续条件不再适用，此处应力等于零。将公式1中的三个波函数代入应力边界，可以推导出反射波与入射波必须具有相同的频率。同时，反射波与入射波的波矢量在界面上的投影，也就是视波数，也必须保持一致[25]，表达为Snell定律的形式：

 (2).

入射P波和反射P波的反射角相同；反射SV波的反射角小于反射P波的反射角。在波的传播过程中，尽管方向可能发生改变，但波的频率和波前在界面上的投影（视波数）保持不变。同时，反射系数（反射波与入射波的位移振幅之比）分别为：，。从能量的角度来看，能流反射系数：，。采用相同方法处理入射SV波，详情参见附录A。

**2.2 地震波反射讨论：**



图2 平面波入射自由表面的反射系数，其中（a）和（b）分别是波入射产生的P波和SV波的反射系数规律，（c）和（d）分别是SV波入射产生的SV波和波的反射系数规律，不同曲线代表泊松比的影响。

图2展示了平面入射自由表面的反射系数变化规律，从图2.a可以看出，随着P波入射角的逐渐增大，反射P波的反射系数基本呈现负值，这表明在在自由表面发生了偏振方向的显著变化。同时，在相位上会出现半波损失现象。反射系数的变化趋势呈现先减小后增大的规律。特别地，当入射角为0度时，反射系数达到1，意味着反射波仅有P波构成，且自由表面位移振幅是入射波振幅的两倍。当足够小（约为0.25，与入射角和波速比有关）时，反射P波有可能改变其方向，此时总存在一个角度使得反射系数为正[26]。同时，反射SV波的表现则有不同，图2.b所示，在常规泊松比条件下，反射系数一直是负的。当入射角为90度时，波前进的方向平行于边界，这种状态被称之为掠入射，总位移处处恒等于0，在物理上不可实现，仅仅是一个虚拟状态[27]。在某些特定条件下（图2.a黑色虚线相交的点）反射系数为0，尽管入射的是P波，但反射场只有SV波组成，这表明发生了波形转换现象。

根据Snell定理，SV波的入射角总是小于反射转换P波的出射角。因此，SV波存在临界入射角，。图3.c所示，当入射角超过该角度时，反射系数为0，该情况不在本文讨论范围。与P波入射类似，反射SV波的反射系数普遍为负值，在某些特定条件会等于0，此时SV入射的反射波将完全转换为P波。当入射角为0度时（垂直入射），反射系数为1，意味着反射波只有SV波，此时自由表面位移振幅是入射波振幅的两倍。需要谨慎对待的是，反射P波有可能具有非常高的反射系数，甚至可能远大于1。当入射角等于45度，反射系数为0，此时仅有相位保持不变的反射SV波。

**3 地震波入射理论**

**3.1 坐标变换的矩阵方法：**

在平面波的传播过程中，波场位移写为，前者标量为压缩波的波动方程，后者矢量是剪切波的波动方程。P波的质点振动和传播方向一致，SV波的质点振动和传播方向垂直，且P波和SV波在平面内是耦合的。为了简化分析，建立合适的局部坐标系，将地震波简化为一维波动问题，通过坐标转换矩阵拓展为平面或三维空间，从而避免复杂的计算公式，有助于深入理解波的传播机制和特性。

（1）加速度、速度、位移：

根据平面波性质，P波只在其振动方向产生线位移。为简化分析，将局部坐标系*x*轴设置在质点的振动方向，无论是P波还是SV波，有且只有，。平面波简化为一维波动问题，从而极大地简化了物理量的处理和计算。以P波为例(SV波参见附录B)，在简化后的一维模型中，任意一点的位移包含三部分，入射P波、反射P波和反射SV波（用*i* = 1，2，3来表示）。为坐标变换矩阵，图1所示，以入射P波为例，紫色局部坐标系（入射方向*x*，垂直方向*y*）变换到整体坐标系青色平面（原点*O*，水平为*x*，竖向为*y*），。采用相同方法，可以推导出反射P波和反射SV波变换矩阵。利用爱因斯坦求和标记，模型中任意一点的位移表示为：

 (3.a),

 (3.b),

其中，分别为整体和局部坐标系的位移矢量；由于同一点的入射波和反射波达到时间存在差异，行波效应引起的时间延迟分别为：,,。*h*代表整个模型高度，*y*为点的竖向坐标，延迟时间的推导不再赘述，详细过程也可以参考文献[22]。

（2）应力与应变

当质点速度远小于波在介质中的传播速度时，可以采用线弹性理论分析波动现象。平面波位移对时间和空间进行求导，可以得到简化的一维波动方程。在局部坐标系内，当P波传播时，质点的振动方向和传播方向均在*x*轴。因此，P波只能产生*x*方向的位移，而*y*方向位移分量为0。根据弹性动力学中的几何方程，推导出P波入射时对应的应变，只有*x*方向的线应变不等于0：；而*y*方向线应变和剪应变均为0：。写成矩阵的形式，

 (4).

根据理想弹性体Hooke定律，围岩材料的物理方程可以写为：，联立物理方程和几何方程：，其中，为克罗内克函数，，，为剪切模量，为拉梅常数。将应变公式4代入物理方程，发现只存在正应力，而剪应力全部为0，。入射P波的应力可以写为矩阵形式，

 (5).

利用爱因斯坦求和标记，整体坐标系中任意一点的应力表示为：

 (6),

其中，分别为整体坐标系和局部坐标系的应力。值得注意的是，位移是矢量，符合向量的线性变换规则，而应力需要遵循二阶张量坐标变换规则[28]。

（3）等效节点荷载

根据波场分离原理，土体结构波动场分解为自由场和散射场，人工截断边界等效节点力的计算公式为，

 (7),

其中，为地震波动输入的等效节点荷载，刚度矩阵、阻尼矩阵；代表整体坐标系的位移和速度（为了简化表示，我们将忽略整体坐标的上划线标识）；应力，影响面积，为法向量。包含两部分，其中前两项代表散射场为抵抗人工边界需要的节点力，第三项是散射场抵抗近场介质的节点力。为静力转动力人工边界的约束反力。以左侧边界为例，单位法向量，引入影响面积的矢量表达。为有效模拟无限远处的地震波传播，防止波场在边界处产生不合理的反射和绕射现象，在截断边界采用人工粘性边界条件，弹簧刚度分别设置为[15][16]：

 (8.a),

 (8.b),

其中，分别为法向和切向弹簧刚度系数；为波源至人工边界节点的距离，为波速。为剪切模量，为拉梅常数，密度。是阻尼系数，参考文献[20]，取值范围为[0.5 1.0]， [1.0 2.0]。在设置人工边界时，粘性阻尼器和散射波源到人工边界的距离无关，但弹簧的刚度与之有关。实际问题中散射源并不是一个点源，而是空间分布的线源或面源，因此只能在平均意义下选取，结构几何中心到人工边界的最短距离[21]。人工粘性边界设置两个方向弹簧来模拟刚度和阻尼，在外法线方向记为*n*，切向记为*t*。将刚度矩阵和粘性矩阵代入公式7得到，

 (9.a),

 (9.b).

**3.2 拓展为三维模型**

在处理地震波传播及地质特征分析时，坐标系的合理转换至关重要。本文提出了两种坐标转换思路：先在平面内建立坐标系再扩展到三维，或直接进行三维坐标变换。本文基于3.1节所述平面波动理论，根据右手法则，建立图1所示整体坐标系，以便精确描述节理、断层等地质特征。局部坐标系在青色平面内，轴在整体坐标系的投影向量为，其中为入射面在水平投影与北向之间的夹角，为避免地震波入射方向背离数值模型，取值范围为。根据几何空间向量关系，，据此得到轴投影。则二维平面转换到三维模型的转换矩阵为：

 (10),

其中，。应力则需要遵循二阶张量坐标变换规则：

 (11),

 (12).

**3.3 动静边界条件转换**

在传统方法中，静力问题和动力问题通常是分别计算，然后将二者计算结果进行叠加，这种做法在线弹性和小变形范围内的静-动组合问题中是可行的。然而，对于非线性或大变形的静-动组合问题，简单的叠加原理不再适用[29]。目前存在三种静动力边界转化的主要方法：（a）静动力耦合分析的统一边界条件：利用黏弹性边界良好的鲁棒性，通过修正弹性系数来统一静动力边界条件[30]，但是静力分析存在一定的偏差[31]；（b）采用动力学解法计算静力反应：Su et al., [32]将静力荷载视为零荷载时刻所施加的阶跃荷载，由于模型阻尼作用，阶跃荷载引起的动力反应很快衰减并处于平衡状态；（c）静力分析计算完成后，将静力边界转换为动力边界，再进行动力分析。本文采用了瞬态动力学近似模拟静力学（关闭时间积分模拟静力timint, off，时间设置1e -5）、生死单元转换约束方法（ekill and ealive）。图3所示，分析步骤如下：（a）截断边界施加固定约束和弹簧-阻尼单元；（b）杀死弹簧-阻尼单元，施加静力荷载，模拟隧道开挖过程；（c）移除截断边界节点的固定约束，激活弹簧-阻尼单元，施加等效约束反力；（d）施加地震动力荷载，进行动力学分析。

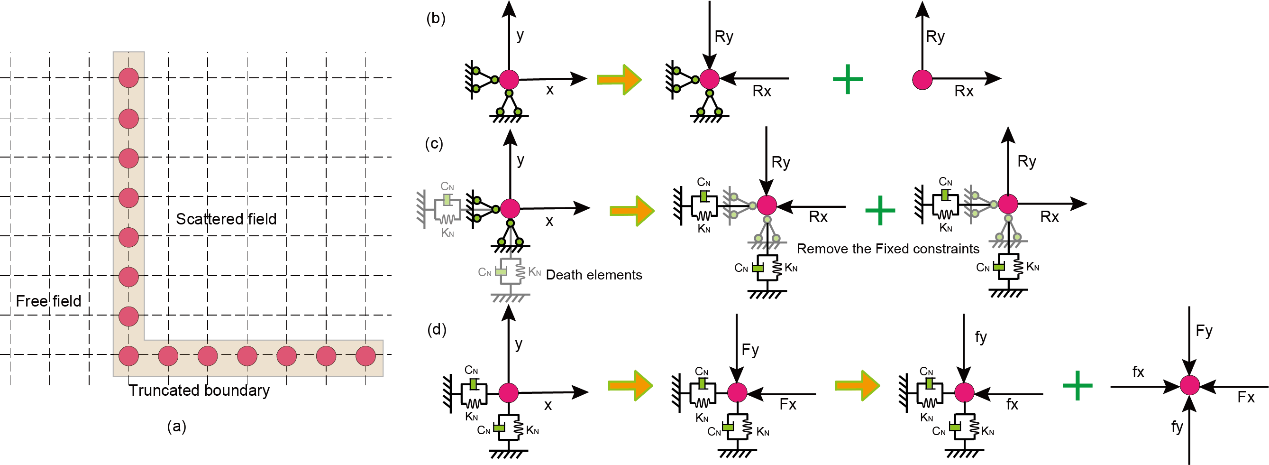


图3 等效节点荷载计算示意图，（a）为人工截断边界的节点分布，内部为散射场，外部为自由场。（b）节点静力学固定边界计算等效荷载示意图。（c）节点静力学固定边界转为动力学人工边界条件。（d）节点动力学人工边界等效节点荷载计算。

在本研究中，首先采用ANSYS数值分析软件来构建物理模型、进行网格划分，并输出边界节点信息，包括节点号、节点坐标及影响面积。据此利用MATLAB程序编制地震波场边界的等效边界荷载的计算代码SWIM（Seismic Wave Input Method）。进一步，调用ANSYS设置求解器，施加人工粘性边界条件与等效节点荷载进行求解，最后导出计算结果进行数据处理与分析。

**4. 算例验证**

为验证上述理论与编制代码的可靠性，选取几个简单案例进行演算。物理模型参数主要有：模型尺寸，弹性模量，泊松比，密度，人工粘弹性边界参数，网格尺寸，时间步长。地震波位移脉冲表达式为：

 (13)

其中为单位脉冲峰值，取1.0 m；，为单位脉冲的作用时间；，为Heaviside阶梯函数。刘晶波等[16]认为若要获得波长为的可靠数值结果，有限元网络尺寸宜取值为。

图4 P波斜入射作用下位移传播规律，时间为0.4 s (a), 0.8 s (b), 1.2 s (c), 1.6 s (d)。

图5 SV波斜入射作用下位移传播规律，时间为0.4 s (a), 0.8 s (b), 1.2 s (c), 1.6 s (d)。

图4展示了在P波斜入射作用下的位移传播特性。当入射角度设定为25°，且振幅为1.0 m时，可以观察到在波达到自由表面时，由于反射波的叠加效应，最大振幅增至2.0 m。图中波形的宽度反映了波速的差异，其比值大约为cp/cs=2.0。在此情境下，反射P波和反射SV波的振幅系数经测定分别为A1 = -0.73和A2 = 0.87。值得注意的是，反射P波的传播方向与入射P波相反，其振幅比例达到0.73；而反射SV波的传播方向与入射P波一致，其振幅变化系数为0.87。

图5则揭示了SV波在斜入射条件下的位移传播模式。当SV波以20°的入射角度和1.0 m的振幅传播时，同样在波抵达自由表面后，因反射波的叠加导致振幅峰值达到2.0 m。在此条件下，反射SV波和反射P波的振幅系数分别测得为A1 = -0.59和A2 = 0.64。特别地，反射SV波的传播方向与入射SV波相反，其振幅比例为0.59；而反射P波的传播方向与入射SV波相同，其振幅变化系数为0.64。

图6 SV波脉冲作用下，土体特征点位移随时间变化规律。

为方便对计算结果进行深入分析，我们依次从模型顶部（即地表）、中部和底部选取特征点，具体策略如下：依次在顶部选择左、中、右三个位置的特征点，继续在模型的中部和底部也各选取三个对应位置共计选取九个特征点，以便更全面地分析模型在不同深度和位置上的反应。图6展示了SV波斜入射作用下，土体特征点的位移随时间变化的规律。可以看出，SV波入射作用下，*x*方向位移为正，*y*方向位移则相反，且*x*方向位移远大于*y*方向，这与解析解的结果高度一致，显示了良好的吻合精度。在不同特征点，由于行波效应，场地波动明显的差异，在尾部也有较好的吸波效果，验证了所施加人工粘性边界的可靠性。

由于P和SV波的波速比，并且，因此。如果波和波同时入射，则它们的入射角不是任意的，必须满足一定的关系，并且波的入射角总是小于波的入射角。本文仅探讨二者共同入射条件下的地震动分布规律，设置了相同的入射角20度。图7和图8详细展示了P波和SV同时入射作用下，九个特征点在x和y方向上的位移随时间的变化规律。无论是P波还是SV波，曲线的平滑度和连续性表明波动在模型中的传播是稳定的，没有出现明显的波动干扰或能量损耗。同时，展现了良好的传播行为和吸波效果。这为后续的地震动与隧道结构相互作用分析提供了依据。

图7 P波和SV波同时入射条件下，土体特征点*x*方向位移随时间变化规律。

图8 P波和SV波同时入射条件下，土体特征点*y*方向位移随时间变化规律。

为验证三维数值分析的可靠性，建立图9所示的物理模型，其中，长度和宽度方向尺寸均为200 *m*，高度方向尺寸设置为150 *m*。土体弹性模量*E*= 2e8 *Pa*，泊松比，地震波为P波，位移脉冲公式及其他材料参数与二维模型相同，入射角度，。图9所示，展示了三维P波入射条件下，土体位移随时间变化的规律。可以看出，入射P波与*Oyz*为25°，反射P波和反射SV波与边界*Oyz*平面夹角分别为18°和9°，这些角度与Snell定理所预测的投影角度相吻合，验证了数值模型的准确性。

图9 三维P波入射条件下，土体不同时刻的位移云图（a为0.3 s，b为0.6 s，c为0.9 s，d为1.2 s）

**5. 隧道案例**

图10 隧道有限元模型示意图

图11 El Centro地震波加速度、速度与位移-时程曲线

图12 El Centro地震波傅里叶谱、功率谱与时频图

**5.1 数值模型与参数设置**

安康隧道是一座双线高铁隧道，断面宽度15.1 m，高度12.05 m，隧道采用复合式衬砌。隧道位于南秦岭中山峡谷区，地形起伏较大，隧址区构造运动强烈且复杂，褶皱、断裂和节理裂隙发育，受不同程度变质作用的影响，主要有千枚岩、片岩，地表覆盖第四系冲击膨胀土、碎石土和少量砂类土。隧址区沟谷及河流常年流水，但水量不大，受季节和降雨影响较大，雨季时，水位暴涨暴落，水流浑浊。地下水主要为第四系松散堆积层孔隙潜水、基岩裂隙水、构造裂隙水。

与轴对称的圆形隧道相比，三心圆隧道在设计上更为常见，尤其在中国公路隧道和双向高铁隧道得到了广泛的应用。为深入研究，选取典型断面作为研究对象，建立隧道开挖与地震动力响应的数值模型（图10 隧道有限元模型示意图）。模型*x*方向宽度为100 *m*，*y*方向高度为100 *m*，在隧道纵向长度*z*方向设定为600 *m*。围岩采用实体单元，土体材料遵循Drucker-Prager准则。具体围岩材料参数设置如下，密度1950 kg/m3，弹性模量210 *MPa*，泊松比0.35；锚杆用加固圈来模拟，提高围岩材料参数15%；初期支护包括喷射混凝土和钢支撑采用壳和梁单元来模拟，二次衬砌采用实体单元，材料选择混凝土自定义本构曲线[22]；人工黏弹性边界参数A = 0.8，B = 1.1。模型包含单元数77, 394，节点数83, 365，三维模型的地震波入射角分别为，。模型采用结构化网格，其尺寸为5 *m*，地震持续总时间设置为40 *s*，时间步长为0.005 *s*。

对于地震波的选取，从PEER（太平洋地震工程研究中心https://peer.berkeley.edu/）地震数据中心数据库下载El Centro地震波数据，如图11所示，El Centro地震波加速度、速度与位移-时程曲线。采用MATLAB软件进行预处理，包括去除噪声、校正时间序列、归一化等，以确保数据的准确性和可用性。并分析地震波的传播方向、频率成分与振幅等特征，图12所示，展示了El Centro地震波傅里叶谱、功率谱与时频图。

在考虑阻尼的振动问题中，常常采用基于线性阻尼假设的瑞利阻尼进行近似[14]：

 (14)

其中，分别为瑞利阻尼矩阵、质量矩阵和刚度矩阵；材料阻尼组合系数：。是用来计算阻尼组合系数的两个频率，一般选择需要涵盖比较关注的频段；是阻尼比；根据数值计算结果，前三阶自振频率分别为：；对应的前两阶圆频率分别为：，；取阻尼比，则。

**5.2 计算结果分析**

**（1）空间相干系数**

地震波在传播过程中会受到地质条件、地形地貌等多种因素的影响，导致不同位置的地震动信号存在差异。通过分析相干系数，可以了解地震波在空间传播过程中的变化规律，进而评估行波效应对结构响应的影响。相干系数coherence function[33]通常表示为，它定义为两个信号和在频率上互相关与各自的功率谱密度PSD的乘积之比：

 (15),

其中，是点在频率上的互相关函数，分别是点的功率谱密度。相干系数的值范围从 0 到 1，其中：0 表示两个信号之间完全无关。1 表示两个信号之间完全相关。

图13（a）显示了三维地震波斜入射作用下，隧道轴线正上方特征点的相干系数，可以看出，相干系数显示了周期性和时间延迟效果，点1和点7受边界效应影响略大。低频分量相干系数（超过0.7）明显大于高频分量，可见，本文采用的斜入射方法更多的体现在行波效应引起的时间延迟，随机激励方法能够更好的反映地震波相干效应和衰减效应。地震波激励下，隧道结构比周围地面表现出更强烈的响应，Wang et al., [3]总结了台湾集集地震隧道破坏的四种模式：轴向拉伸和压缩，纵向弯曲，椭圆化 (ovaling)。Kontoe et al., [24]认为剪切波在垂直于隧道轴线的平面传播引起的横截面椭圆化是关键。圆形隧道变形、环向拉应力主要出现在肩部和膝部（shoulder and knee locations）。对于圆形隧道出现摇摆响应（rocking responses）和椭圆变形（ovaling deformation），矩形隧道更易发生倾斜变形（racking distortions）。不同于圆形和矩形隧道，三心圆隧道呈现出更为扁平的几何特征，这种特殊性导致其受力特性与前者存在显著差异。鉴于此，本文将研究重点聚焦于平面情况下，不同斜入射角度对三心圆隧道椭圆化变形的影响分析。通过深入探讨斜入射角度变化对隧道结构椭圆化趋势的作用机制，我们期望为隧道工程的设计与施工提供更为精确的理论依据和实践指导。

图13 隧道轴线上方地面七个点（图13）的相干系数，点1到7按照地震波入射方向布置

**（2）初期支护弯矩**

在地震波激励作用下，结构的力学响应通常可分为瞬态、稳态和残余三个阶段。为了详细探究这一过程中的力学行为，我们选取了0s、10s、20s、30s和40s五个关键时刻进行观察和分析。图14所示，隧道初始时刻（开挖静力学分析）整体初支弯矩分布较为均匀，拱顶下侧受拉，两侧拱肩、拱脚外部受拉，边墙和仰拱数值较小，显示出了比圆形隧道更为复杂的弯矩分布[14]。在地震波激励期间（动力学分析），初支弯矩分布规律和数值均发生了显著变化，其中边墙部位受主动土压力影响，外侧受拉显著增大。文献[6]报道了封闭形式的稳态P、SV和SH波与圆柱形空腔的相互作用。对于垂直于纵轴传播的P波，他们证明峰值动态应力集中比等于峰值自由场应力的静态应力高约10-15%；且这些应力集中发生在波长约为腔径的25倍。借助衬砌应力动应力集中因子[33]，我们定义初支弯矩的动集中因子Dynamic Concentration Factor为弯矩幅值与最终稳定后的弯矩之比，能够很好的反应地震动作用下的变化规律与集中程度（本文未采用静力学弯矩作为衡量指标，因为涉及拉压符号转变，DCF与最终弯矩分布更有相似性）。图14显示，隧道初支弯矩的DCF普遍在1附近，伴随着P波入射角的增大，可以观察到右侧拱肩、拱脚的弯矩明显大于左侧，呈现出了非对称的分布特征。尽管拱脚部位需要仰拱回填，且仰拱最终部位弯矩不大，但是考虑到地震激励期间仰拱内侧受拉，因此，拱顶衬砌与仰拱路面开裂是P波斜入射需要特别关注的部位，这一观察结果与现有隧道震后调查结果也是一致的[21]。

图14 不同p波入射角作用下初支弯矩随时间变化的演变规律（在隧道轮廓内外有两条黑色虚线，代表单位长度为2 KN•m的初支弯矩比例尺）

考虑到SV波存在临界入射角，一旦超过此角度，将会发生全反射现象[25]。本文设置了四种SV波入射的工况。图15展示了SV波入射下初支弯矩的变化规律，其中参考弯矩为4 *KN*•*m*。明显可见，SV波激励下，初支弯矩受剪切作用影响显著[22]，其弯矩变化幅度远大于P波入射的情况。当SV波垂直入射时，隧道初支弯矩发生椭圆化(ovaling)，具体表现为左侧拱肩和右侧拱脚外侧明显受拉，右侧拱肩和左侧拱脚内侧受拉。地震波结束后的稳定状态趋于对称受力（图15.a绿色曲线），与静力学状态相比，边墙和仰拱是需要特别关注的部位。考虑到施工结束后仰拱回填、且边墙与拱脚连接处存在应力集中的现象，因此，仰拱外侧受拉并不会造成过大损伤。伴随着SV波入射角的增大，边墙内侧的受拉状态变得更为显著，同时仰拱外部的受拉增幅也较大。总体来看，SV垂直入射导致隧道结构变形椭圆化变形，进而在初支的拱肩部位形成较大剪切变形。而随着斜入射角度的增大，衬砌危险部位转移到边墙和拱脚部位。

图15 不同SV入射角度下初支弯矩随时间变化的分布规律（在隧道轮廓内外有两条黑色虚线，代表单位长度为4 KN•m的初支弯矩比例尺）

**（3）衬砌傅里叶谱**

表1所示，P波垂直入射情况下，本文列出了衬砌典型监测点的最大加速度和频率组分。分析傅里叶谱发现，衬砌不同部位加速度第一主频的最大峰值相近，均在0.10-0.14范围内。其中，左右拱肩和边墙第一主频约为0.35 Hz，拱顶和仰拱有所差异，分别为1.18 Hz和2.15 Hz。隧道实际监测数据表明，地震波激励下隧道结构第一主频与地震监测台站之比约在1/17-1/2.5范围[4]。仰拱加速度最大幅值为2.60 m/s2，这进一步证实了P波垂直入射时，仰拱受力可能导致的路面隆起开裂损伤是衬砌结构亟需重点关注的问题。表2展示了SV波垂直入射的隧道结构响应，呈现出与P波不同的规律。在SV波作用下，拱顶、拱肩和拱脚部位最大主频均集中在1.5-1.8 Hz范围，而仰拱略高，为2.2 Hz。与P波相比，这些部位的加速度峰值较小，仅在0.03-0.08之间。此外，右侧拱肩拱脚和仰拱峰值加速度显著高于左侧。整体来看，隧道结构受到剪切，右侧拱肩左侧拱脚呈现椭圆化变形，隧道结构在SV波作用下的第一主频较为接近，这可能增加了结构发生共振破坏的风险。

Table 1 Lining accelerations of Ankang tunnel for P waves incident vertically

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Monitoring station | Max accel. (m/s2) | Largest peak accel. (m/s2) | Freq. (Hz) | 2nd peak accel. (m/s2) | Freq. (Hz) | 3rd peak accel. (m/s2) | Freq. (Hz) |
| 激励加速度 | 1.826 | 0.113 | 1.175 | 0.089 | 1.500 | 0.088 | 2.150 |
| 拱顶（point 1） | 1.826 | 0.137 | 1.177 | 0.127 | 0.852 | 0.126 | 0.351 |
| 左拱肩（point 2） | 1.926 | 0.125 | 0.351 | 0.119 | 0.852 | 0.117 | 0.376 |
| 左拱脚（point 3） | 1.971 | 0.124 | 0.351 | 0.116 | 0.376 | 0.115 | 0.852 |
| 仰拱（point 4） | 2.598 | 0.127 | 2.154 | 0.122 | 0.351 | 0.113 | 0.376 |
| 右拱肩（point 5） | 1.984 | 0.124 | 0.351 | 0.116 | 0.376 | 0.114 | 0.852 |
| 右拱脚（point 6） | 1.927 | 0.125 | 0.351 | 0.119 | 0.852 | 0.117 | 0.376 |

Table 2 Lining accelerations of Ankang tunnel for SV waves incident vertically

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Monitoring station | Max accel. (m/s2) | Largest peak accel. (m/s2) | Freq. (Hz) | 2nd peak accel. (m/s2) | Freq. (Hz) | 3rd peak accel. (m/s2) | Freq. (Hz) |
| 激励加速度 | 1.826 | 0.113 | 1.175 | 0.089 | 1.500 | 0.088 | 2.150 |
| 拱顶（point 1） | 0.987 | 0.044 | 1.779 | 0.042 | 2.079 | 0.042 | 2.204 |
| 左拱肩（point 2） | 0.830 | 0.036 | 1.779 | 0.033 | 1.578 | 0.031 | 1.503 |
| 左拱脚（point 3） | 1.056 | 0.054 | 1.503 | 0.048 | 1.779 | 0.047 | 1.177 |
| 仰拱（point 4） | 1.337 | 0.072 | 1.503 | 0.063 | 1.177 | 0.063 | 1.779 |
| 右拱肩（point 5） | 1.372 | 0.074 | 1.503 | 0.069 | 1.779 | 0.060 | 1.578 |
| 右拱脚（point 6） | 1.219 | 0.060 | 2.204 | 0.059 | 2.154 | 0.059 | 1.779 |

**（4）衬砌频响函数**

传递函数（频响函数），反应了系统的输入与输出之间的频域关系，体现了系统的固有特征，通常表示为：

 (16),

其中，是传递函数，分别是输入与输出的拉普拉斯Laplace变换。

研究表明[3]，隧道埋深与地震波长对隧道力学响应影响最为显著，举例来说，当围岩波长达到1/4深度时，其放大效果变得尤为明显。此外，浅埋隧道在低频下的放大效应要强于深埋隧道[4]。本文选取衬砌部位六个典型特征点，探讨了衬砌位移的频响函数曲线。图16所示，在0-5 Hz的频率范围内，根据幅值对频响函数做了归一化处理。P波垂直入射作用下，衬砌结构整体响应在0.3 Hz和3.0 Hz附近剧烈，传递系数最大值超过3，不同部位有着显著差异，例如仰拱共振频率在2.2 Hz附近（表1），放大效应显著。伴随着入射角增大，衬砌结构响应集中分布在2.0 Hz以下，频带宽度也逐步缩减。地震频率超过2.0 Hz，地震波信号衰减明显，这种衰减可能表现出对频率的依赖性。高频成分通常比低频成分更容易被吸收，这可能导致波形中高频成分的振幅降低得更快。当然这也有可能源于数值模型的人工阻尼或滤波作用（例如，通过地震波加速度曲线，数值积分数值微分算法是高通滤波器，采样频率越高，引入的高频噪声越严重，微分得到的加速度误差较大。相比之下，SV波入射情况则显示出多频率响应较为均匀化的特征，图17所示，频响传递剧烈主要分布在0-4.0 Hz，且不同部位频率响应频率也更为接近。

图16 P波不同入射角度衬砌结构特征点位移的频响函数，红色曲线为均值，阴影面积为置信区间95%范围。

图17 SV波不同入射角度衬砌结构特征点位移的频响函数，红色曲线为均值，阴影面积为置信区间95%范围。

**（5）衬砌主应力**

图18 不同P波入射角度下二衬特征点的（a）最大主应力和（b）最小主应力变化规律。不同颜色代表六个特征部位，气泡大小表征了水平位移的变化，其中位移为正透明度较深，位移为负则透明度较浅。

图19 不同SV波入射角度下二衬特征点的（a）最大主应力和（b）最小主应力变化规律。不同颜色代表六个特征部位，气泡大小表征了水平位移的变化，其中位移为正透明度较深，位移为负则透明度较浅。

Wang et al., [3]采用“柔度比”来量化衬砌和周围土体的相对刚度，用以表征隧道结构抵抗地面变形的能力：

 (17),

其中，分别表示地基和结构的弹性模量、泊松比；为隧道半径，是隧道截面惯性矩。调整来研究不同柔度比的影响。一些研究人员已经讨论了柔度比与衬砌改变隧道对静态或动态载荷响应的程度之间的关系。他们得出的结论是，如果柔度比超过 20，则可以认为衬砌是完全柔韧的flexible[4]。在这种情况下，衬砌会符合介质对其施加的变形。另一方面，如果柔性比低，则衬砌将抵抗介质的变形(distortion)。图18为衬砌特征点应力随P波入射角变化规律，观察发现，随着斜入射角度的增大，衬砌各个部位的最大主应力均有不同程度的降低，尤以两侧拱肩最为显著，但这种降低的数量级不大，因此不会造成混凝土拉裂。与此相反，最大压应力的变化规律则呈现出增大的趋势。特别是当P波入射角增大时，左右拱脚压应力急剧上升，而其余部位虽然也有所增长，但增幅相对较小。衬砌结构水平位移，左侧拱肩和拱脚为正，其余部位均为负值，数值变化幅度很小。图19揭示了衬砌特征点应力随SV波入射角变化规律，明显看到，随着斜入射角度的增大，衬砌左右拱脚的最大主应力显著降低，而其余位置则基本保持不变。然而，最大压应力却恰恰相反，伴随SV波入射角增大，左右拱脚压应力急剧上升，最大值接近10 Mpa。其余部位均有增长，但增幅较小。在衬砌结构水平位移方面，右侧拱肩和拱脚为负，其余部位均为正值。水平位移数值变化不大，其中，右侧拱脚影响最为显著，呈现较大程度的减小。

图20 不同P波入射角度下二衬最大拉应力随时间变化规律（选取衬砌内部节点，在隧道轮廓内外有两条黑色虚线，代表单位长度为0.5 *MPa*的初支弯矩比例尺，为区别拉压应力，最大拉应力绘制在隧道轮廓内部，最大压应力则绘制在隧道轮廓外部。）

利用振动台和离心机进行的物理模型试验结果表明，隧道在地震激励下表现出振动响应，并伴有椭圆形变形或倾斜扭曲;震动后，隧道侧壁存在残余土压力，衬砌内力存在[6]。初支作为施工期间的临时支撑结构，二衬结构的受力与变形更值得关注，本文模拟了开挖与支护过程，与荷载结构法相比，二衬计算结果明显偏小。图20所示，初始时刻（蓝色曲线，隧道开挖的静力学分析结果）衬砌应力仅为几十KPa（In the order of tens of kilopascals），这表明二衬主要作为复合式衬砌的安全储备。对于圆形隧道，环拉应力和剪应力可以揭示衬砌结构受力的典型特征[14, 22]，而三心圆隧道不易提取极坐标计算结果，本文选择了衬砌内侧节点最大主应力（S1受拉）和最小主应力（S3受压）作为衬砌的应力指标。图20所示，P波垂直入射情况下，仅在拱肩部位受到拉应力，数值不到，尚未达到衬砌混凝土开裂的条件。然而，伴随斜入射角度增大，除了拱肩，仰拱部位也会有较大拉应力，尤其是地震波的低频阶段，由于波动能量巨大且释放迅速，这种情况尤为显著。

图21所示，P波入射时，衬砌内部压应力普遍没有超过，较难出现压坏情况。从受力特点来看，拱顶和两侧拱脚应该值得关注。伴随着P波入射角度增大，拱顶压应力略有减少，拱脚部位略有增大，尤其是右侧拱脚。综述所述，当P波垂直入射时，衬砌应力数值均不大，但随着斜入射角度增大，受到“旋转效应”影响，受力部位和数值均有较大程度的增加。

图21 不同P波入射角度下二衬最大压应力随时间变化规律（选取衬砌内部节点，在隧道轮廓内外有两条黑色虚线，代表单位长度为1.0 *MPa*的初支弯矩比例尺）

图22展示了SV波入射时衬砌结构最大拉应力，在地震波垂直入射过程中，左侧拱肩和右侧拱脚部位受拉较大，最大值超过3.0 MPa，混凝土容易发生开裂。地震波激励结束后，逐步转为仰拱受拉，约为1.4 MPa。伴随着SV波入射角增大，衬砌受力发生“旋转效应”，左侧拱肩和右侧仰拱旋转为拱顶和仰拱，且最大拉应力超过3.0 MPa。图23为最大压应力，当垂直入射时，最大压应力在右侧拱肩和左侧拱脚，且数值接近10 MPa。然而，随着入射角的增大，由于“旋转效应”，最大压应力转移到左右侧边墙部位。综上所述，SV波垂直入射，衬砌应力显著大于同等幅度的P波所引起的应力，伴随着入射角的增大，受力部位有所旋转，但数值变化幅度相对较小。

图22 不同SV波入射角度下二衬最大拉应力随时间变化规律（选取衬砌内部节点，在隧道轮廓内外有两条黑色虚线，代表单位长度为1.0 *MPa*的初支弯矩比例尺）

图23 不同SV波入射角度下二衬最大压应力随时间变化规律（选取衬砌内部节点，在隧道轮廓内外有两条黑色虚线，代表单位长度为2.0 *MPa*的初支弯矩比例尺）

**6. 结论**

一般来说隧道及地下结构具有更强的抗震性能。自日本阪神地震、台湾集集地震、汶川地震以来，越来越多的隧道震害发生，造成严重的结构损坏并逐渐得到地下工程师的重视。首先，分析了弹性波P波入射自由平面的反射特征，包括反射P波和反射SV波的反射角、振幅及相位等演变规律。

在此基础上，根据平面波位移速度及应力特点，运用坐标变换技术，建立了地震波斜入射作用人工截断边界条件等效节点荷载计算的矩阵分析方法，提出了生死单元技术模拟隧道静力学开挖与动力学耦合分析的人工边界条件，并将其拓展为三维地震斜入射模型。最后，分析了不同地震波斜入射角度的地震动与围岩动力响应的空间非一致性，研究了不同地震波斜入射角度的隧道结构非线性响应，以及隧道结构的地震动力响应的频谱相关性。研究结果表明：

（1）地震波斜入射方法能够较好的反映行波效应，衰减效应和相干效应则在一定程度上依赖于随机激励方法。在P波和SV波入射分析中，必须考虑斜入射引发的“旋转效应”，这种效应对隧道结构的应力与变形均产生显著影响，且对于不同类型的波呈现出截然不同的旋转特征。

（2）在P波入射情况下，受膨胀波的作用，应特别关注拱顶与仰拱部位的结构安全性。随着斜入射角度的增大，结构受力与变形会在一定程度上发生旋转，且相关数值会显著增加，这对隧道结构的稳定性构成潜在威胁。

（3）在SV波剪切作用下，隧道结构可能出现椭圆化变形，导致拱肩与边墙部位容易受到损伤。当斜入射角度增大时，危险部位会受“旋转效应”影响而转移至拱顶与拱底区域，但相关数值的变化并不显著。

（4）与圆形截面隧道相比，地震波在围岩中的低频放大作用以及衬砌不同部位的频响函数差异均表现得更为明显。特别是在P波入射时，主频特征非常显著；随着入射角的增大，地震波信号衰减趋势明显。相比之下，SV波则呈现出更为均匀的特征表现。这些发现对于深入理解和改进隧道及地下结构的抗震设计具有重要意义。

**附录A：SV入射自由表面的反射特征**

SV波入射的波函数表示为：

 (A.1),

 (A.2),

 (A.3),

波函数包含入射SV波，反射SV波和反射P波三部分，符号与正文2.1节P波入射相同；在自由界面无介质处，由于不存在相邻介质传递应力，位移连续条件不再适用，此处应力等于零。将公式1中的三个波函数代入应力边界，可以推导出反射波与入射波反射系数（反射波与入射波的位移振幅之比）分别为：,.

**附录B：SV入射等效节点荷载计算**

对于入射SV波，局部坐标系*x*轴在质点振动方向，*y*轴在SV波传播方向，坐标旋转角度有所不同，。采用相同方法，可以推导出反射SV波和反射P波的坐标变换矩阵。利用爱因斯坦求和标记，模型中任意一点的位移表示为：

 (B.1),

或者位移写为矩阵展开形式：

 (B.2).

平面波位移对时间和空间进行求导，可以得到简化的一维波动方程。在局部坐标系内，当SV波传播时，质点的振动方向为*x*轴，波动传播方向在*y*轴。SV波的应变，, ，写成矩阵的形式

 (B.3).

将公式B.3代入到弹性动力学的几何方程和物理方程，发现当SV波入射时，剪切应力，且关于z方向的剪应力。入射SV波的应力可以写为矩阵形式，

 (B.4).

利用爱因斯坦求和标记，整体坐标系中任意一点的应力表示为：

 (B.5).