

# 22-23 复变B 试题

一. 1.  $D \frac{1-4i}{2+3i}$

2)  $\sqrt{1}$

2.  $2i \sin z = \cos z$

3.  $z^{20} + 22z^3 = 3$  在  $1 < |z| < 3$  内的根的个数

4.  $f(z) = \ln(1+3z+2z^2)$  在  $z=0$  Taylor 展开

5.  $f(z) = \frac{1}{z^2}$  在  $1 < |z-i| < 2$  的 Laurent 展开

二. 1.  $\int_C \arg z \, dz$ ,  $C: z=-2 \rightarrow z=2$  沿  $|z|=2$  下半圆周,  $\arg z \in (-\pi, \pi]$

2.  $\int_0^{\pi i} z e^z \, dz$

3.  $\int_{|z|=2} \frac{1}{(\sin z)(z-1)^2(z-3)} \, dz$

4.  $\int_{|z|=2} \frac{|dz|}{3 + \operatorname{Im} z}$

5.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2+1)(x^2+2)} \, dx$

三.  $f(z) = u + iv$  解析,  $u-v = e^{ax} \cos(3y)$ ,  $a > 0$ ,  $f(0) = 1$ , 求  $a$  和  $f(z)$

四. 1.  $\int_{|z|=1} \frac{1}{(e^z-1)(\cos z-1)} \, dz$

2.  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x - x}{x^3} \, dx$

五.  $\begin{cases} t * y + y' = t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

六.  $f(z)$  在  $\{z: z \neq 0, z \neq 1\}$  上解析

(1)  $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 1$ , (2)  $\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)f(z) = 2$ , (3)  $\lim_{z \rightarrow 0} z f(z) = 3$

求  $f(z)$