

22-23 复变B 试题

I. 1. 1)  $\frac{1-4i}{2+3i}$

2)  $\sqrt[3]{1}$

2.  $2i \sin z = \cos z$

3.  $z^{20} + 2z^3 = 3$  在  $|z| < 3$  内的根的个数

4.  $f(z) = \ln(1+3z+2z^2)$  在  $z=0$  Taylor 展开

5.  $f(z) = \frac{1}{z^2}$  在  $|z-i| < 2$  的 Laurent 展开

II. 1.  $\int_C \arg z dz$ , C:  $z=-2 \rightarrow z=2$  沿  $|z|=2$  下半圆周,  $\arg z \in [-\pi, \pi]$

2.  $\int_0^{\pi i} ze^z dz$

3.  $\int_{|z|=2} \frac{1}{(\sin z)(z-1)^2(z-3)} dz$

4.  $\int_{|z|=2} \frac{|dz|}{3+2\operatorname{Im} z}$

5.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x+1)(x^2+2)} dx$

III.  $f(z) = u+iv$  解析,  $u-v = e^{\alpha x} \cos(3y)$ ,  $\alpha > 0$ ,  $f(0)=1$ , 求  $\alpha$  和  $f(z)$

IV. 1.  $\int_{|z|=1} \frac{1}{(e^z-1)(\cos z-1)} dz$

2.  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x - x}{x^3} dx$

V.  $\begin{cases} t * y' + y' = t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

VI.  $f(z)$  在  $\{z : z \neq 0, z \neq 1\}$  上解析

(1)  $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 1$ , (2)  $\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)f(z) = 2$ , (3)  $\lim_{z \rightarrow 0} z f(z) = 3$

求  $f(z)$